This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

LSoc 1727.15.2 Bd. May, 1890.

Harvard College Library

FROM THE BEQUEST OF

MRS. ANNE E. P. SEVER,

OF BOSTON,

WIDOW OF COL. JAMES WARREN SEVER,

(Class of 1817),

31 July, 1889 - 24 April, 1890.

# Sitzungsberichte

der

## mathematisch-physikalischen Classe

der

## k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

---

Band XIX. Jahrgang 1889.

---

**München.**
Verlag der K. Akademie.
1890.

In Commission bei G. Franz.

~~48.62~~
LSoc 1727.15.2

1889, July 31 – 1890, April 24.
Sewer fund.

# Uebersicht

## des Inhaltes der Sitzungsberichte Bd. XIX Jahrgang 1889.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen sind in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.


*Oeffentliche Sitzung der kgl. Akademie der Wissenschaften zur Feier des 130. Stiftungstages am 28. März 1889.*

Seite

C. v. Voit: Nekrologe . . . . . 109

*Oeffentliche Sitzung zu Ehren Seiner Majestät des Königs und Seiner Königl. Hoheit des Prinzregenten am 15. November 1889.*

Wahlen . . . . . 409

*Sitzung vom 5. Januar 1889.*

K. Haushofer: a) Ueber eine Methode zum mikroskopischen Nachweis von Tantal und Niob; b) Ueber das Verhalten der Silikate im Phosphorsalz; c) Ueber künstlich hergestellte Krystalle von Anhydrit; d) Ueber den Lenzinit 1

*R. Hertwig: Ueber die Ursachen der geschlechtlichen Differenzirung . . . . . 1

E. Bergeat: Ueber eine krystallisirte Säure aus der Schweinegalle . . . . . 17

*Sitzung vom 9. Februar 1889.*

Seite

H. Seeliger: Ueber optische Ungleichheiten in der Bewegung der Doppelsterne . . . . . 19

Andr. Miller: Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Elasticität der Metalle . . . . . 33

*A. v. Baeyer: Ueber die Reduction der Terephtalsäure . . 19

*A. Brill: Ueber die reducirte Resultante . . . . . 19

---

*Sitzung vom 2. März 1889.*

Eug. Blasius: Ueber die Beziehungen zwischen den Theorien der Krystallstructur und über die systematische Eintheilung der Krystalle . . . . . 47

C. W. v. Gümbel: Ueber das Erdbeben vom 22. Februar 1889 in der Umgegend von Neuburg a. D. . . . . 79

---

*Sitzung vom 4. Mai 1889.*

J. v. Gerlach: Ueber die Einwirkung des Methylenblaus auf die Muskelnerven des lebenden Frosches (Mit Tafel I) . 125

N. Rüdinger: Ueber die Bildung der primären und sekundären Augenblase bei Triton alpestris (Mit Tafel II) . 137

Frz. Hessler: Generelle Uebersicht der Heilmittel in dem Áyurvéda des Suśrutas . . . . . 153

O. E. Meyer: Ueber Gebirgsmagnetismus . . . . . 167

---

*Sitzung vom 1. Juni 1889.*

A. Voss: Ueber die conjugirte Transformation einer bilinearen Form in sich selbst . . . . . 175

L. Radlkofer: a) Ueber Nothochilus, eine neue Scrophularineen-Gattung aus Brasilien . . . . . 213

b) Ueber Theophrasta und Clavija . . . . 221

*M. Nöther: Zur Theorie der Berührungscurven der ebenen Curve vierter Ordnung . . . . . 175

*R. Hertwig: Ueber die Conjugation der Infusorien . . . . 175

---

*Sitzung vom 6. Juli 1889.*

Seite

A. Voss: Ueber die mit einer bilinearen Form vertauschbaren bilinearen Formen . . . . . 283

*Erwin Voit: Ueber den geringsten Eiweissbedarf in der Nahrung . . . . . 283

*Sitzung vom 2. November 1889.*

E. Lommel: Die Curven gleicher Lichtstärke in den Axenbildern doppelbrechender Krystalle . . . . . 317

A. Voss: Ueber einen Satz aus der Theorie der Determinanten 329

W. v. Gümbel: Geologische Bemerkungen über die warmen Quellen von Gastein und ihre Umgebung . . . . . 341

*Sitzung vom 7. December 1889.*

A. Steinheil: Ueber den Einfluss der Objectivconstruction auf die Lichtvertheilung in seitlich von der optischen Axe gelegenen Bildpunkten von Sternen bei zweilinsigen Systemen. Mit Tafel III—IX . . . . . 413

C. v. Voit: Ueber den Kalkgehalt der Knochen und Organe rhachitischer Kinder . . . . . 437

Einsendungen von Druckschriften . . . . . 301, 439

JUL 31 1889

48.62

# Sitzungsberichte

der

## mathematisch-physikalischen Classe

der

## k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

1889. Heft I.

München
Verlag der K. Akademie
1889.

In Commission bei G. Franz.

HARVARD COLLEGE
JUL 31 1889
LIBRARY

# Sitzungsberichte

der

# königl. bayer. Akademie der Wissenschaften.

## Mathematisch-physikalische Classe.

Sitzung vom 5. Januar 1889.

1. Herr K. HAUSHOFER macht vier Mittheilungen:
   a) Ueber eine Methode zum mikroskopischen Nachweis von Tantal und Niob;
   b) über das Verhalten der Silikate im Phosphorsalz;
   c) über künstlich hergestellte Krystalle von Anhydrit;
   d) über den Lenzinit.

2. Herr R. HERTWIG hält einen Vortrag: „über die Ursachen der geschlechtlichen Differenzirung." Der Inhalt des Vortrags wird anderweitig zur Veröffentlichung gelangen.

3. Herr C. VOIT legt eine Notiz über eine von Herrn Dr. E. BERGEAT, Assistenten am physiologischen Institut, „in der Schweinegalle aufgefundene krystallisirte Säure" vor.

# 1. Ueber eine Methode zum mikroskopischen Nachweis von Tantal und Niob

von K. Haushofer.

(*Eingelaufen 5. Januar.*)

Vor einigen Jahren habe ich an dieser Stelle[1]) eine Methode angegeben, um die Gegenwart von Tantal und Niob auf mikroskopischem Wege nachzuweisen. Sie gründete sich auf die Kenntniss der charakteristischen Krystallformen, welche gewisse Natriumsalze dieser Säuren besitzen und auf die Neigung der Säuren, unter gegebenen Umständen jene Salze zu bilden, die sich durch ihre Unlöslichkeit in Natronlauge und in concentrirten Auflösungen von kohlensaurem Natrium auszeichnen. Die mikrochemischen Operationen zur Herstellung jener Salze auch bei geringen Quantitäten von Untersuchungsmaterial bestanden in einer Auflösung der Probe in einer Perle von geschmolzener Phosphorsäure am Platindraht, einer Lösung des Glases in geringster Menge Wasser und einer Ausfällung der Natriumsalze der Columbitsäuren durch Zusatz einer überschüssigen Menge von starker Natronlauge zu einem Tropfen der phosphorsauren Lösung auf dem Objectträger.

Es ist nicht zu leugnen, dass das Verfahren im Vergleiche mit anderen mikroskopischen Methoden umständlich erscheinen kann, besonders desswegen, weil das Phosphorsäureglas sich

1) Sitzungsberichte 1883, 444.

nur langsam in Wasser löst, wenn es nicht vorher fein pulverisirt worden ist. Ich muss ferner der von anderer Seite ausgesprochenen Wahrnehmung beistimmen, dass die Methode nur unsichere oder gar keine Resultate gibt, sobald man mit sehr geringen Substanzmengen operirt. Diese Umstände bestimmten mich, dem Gegenstande noch einmal näher zu treten und nach möglichst einfachen Methoden zu suchen, welche auch bei geringeren Substanzmengen noch mit Sicherheit die Gegenwart der Säuren nachzuweisen erlauben. Zu diesem Zwecke wurden zunächst die Bedingungen, unter welchen sich die krystallisirten Natronsalze der Säuren bilden, einer wiederholten Untersuchung unterworfen. Wenn auch die ermittelte Methode noch nicht in allen Fällen mit gleicher Schärfe und Sicherheit zum Ziele führt, so scheint sie doch als eine wesentliche Verbesserung und Ergänzung des früher angegebenen Verfahrens einer kurzen Mittheilung werth zu sein.

Die a. a. O. beschriebenen und dargestellten Natriumsalze bilden sich, wie ich bereits angegeben habe, auch beim Schmelzen von Tantalaten und Niobaten mit Soda am Platindraht, wenn auch nicht in so grossen und deutlichen Krystallen, wie beim Schmelzen mit Natronhydrat im Silbertiegel. Man verfährt zweckmässig in folgender Weise: In der Schlinge eines Platindrahtes wird Soda in solcher Menge eingeschmolzen, dass sich eine Perle von etwa Stecknadelknopfgrösse bildet. Die auf Niob- oder Tantalsäure zu prüfende Substanz wird mit der Sodaperle zusammengeschmolzen. Zu dieser Operation reicht die Temperatur des heissesten Theiles der Flamme, welche ein Bunsen'scher Brenner gibt, vollständig aus. Die Zersetzung erfolgt meist rasch unter einigem Aufbrausen; es empfiehlt sich, die Perle etwa 30 — 40 Sekunden lang der Glühhitze ausgesetzt zu lassen. Das Schmelzproduct bildet nach dem Erkalten eine undurchsichtige, bei Gegenwart von Mangan grünliche, von Eisen gelbliche bis braune Masse. Indem man das am Platindraht haftende Schmelzproduct in

einen Tropfen Wasser einlegt, der auf einem Objectträger sich befindet, löst es sich in einigen Minuten unter Absatz eines krystallinischen Rückstandes, welcher keine bestimmten Formen erkennen lässt. Er besteht aus farblosen glasigen Krystallfragmenten, unter welchen sich solche mit annähernd rhombischen Umrissen öfter beobachten lassen. Wenn die Erhitzung sehr weit getrieben und besonders wenn dabei die Reductionsflamme benützt worden war, finden sich in dem Tropfen nebenbei zahlreiche kleine oktaedrische Skelette, welche selbst in viel Wasser unlöslich sind. Sie gehören einer Natrium-Platinoxydverbindung an, welche sich in dem Masse bildet, als durch die kohlenstoffreiche Flamme unter Entwicklung von Kohlenoxyd etwas Soda in Natriumoxyd übergeführt wird. Im auffallenden Lichte zeigt dieser Absatz, wenn er in grösseren Mengen sich gebildet hat, eine ockergelbe Farbe, von welchen indessen bei durchfallendem Lichte nicht viel zu merken ist, da die Krystalle sehr klein sind und erst bei etwa 200facher Vergrösserung sich in ihren Formen deutlich unterscheiden lassen.

In dem Masse, in welchem die Lösung durch Verdunstung sich concentrirt, scheiden sich bei Gegenwart grösserer Mengen von Tantalsäure zahlreiche, sehr scharf ausgebildete hexagonale Tafeln von tantalsaurem Natrium ab, oft zu Gruppen verwachsen und in allen Einzelnheiten mit den früher a. a. O. beschriebenen Krystallen übereinstimmend. In grosser Menge habe ich diese Bildung bei der Behandlung von Columbit (Haddam, Bodenmais, Tammela, Grönland), Samarskit, Tapiolit beobachtet, in geringerer bei Yttrotantalit; vereinzelt aber auch bei Koppit und Pyrochlor.

Bisweilen bilden sich unter scheinbar gleichen Verhältnissen auch die a. a. O. beschriebenen prismatischen Natronsalze; ich habe sie indessen bei gleichem Verfahren nur bei Columbit aus Grönland, Koppit und Niobsäure neben vereinzelnten hexagonalen Tafeln entstehen sehen.

Im weiteren Verlauf der Verdunstung scheidet sich kohlensaures Natrium ab und schliesslich erstarrt der Tropfen zu einer weissen Krystallkruste, unter welcher die kleinen Krystalle selten mehr deutlich gesehen werden können. Wenn man die eingetrocknete Masse mit soviel Salzsäure befeuchtet, als ausreicht, um das kohlensaure Natrium vollständig zu zersetzen, bleiben einzelne Krystalle der hexagonalen und prismatischen Natronsalze soweit unzerstört, dass man sie noch erkennen kann; der grössere Theil wird indessen zerlegt und bei langsamem Verdunsten des Tropfens bis zur Trockniss scheiden sich die Columbitsäuren neben grossen Würfeln von Chlornatrium zum Theil als krümlige weisse Masse, zum Theil als amorphes Glas ab. Sie haften dabei so ausserordentlich fest an der Fläche des Objectträgers, dass man sie nicht blos fast ohne Verlust auswaschen, sondern überhaupt kaum mehr von ihrer Unterlage fortschaffen kann. Es gelingt nur durch Abschaben mit einem Messer oder durch Erhitzen und Abreiben mit kräftiger Natronlauge.

Der grösste Theil der Columbitsäuren wird bei jener Behandlung mit Salzsäure als Hydrat abgeschieden und löst sich desshalb nach der Entfernung des Chlornatriums durch Auswaschen in Natronlauge. Bringt man auf den getrockneten Rückstand auf dem Objectglase einen Tropfen einer Natronlauge, welche auf einen Gewichtstheil festes Natronhydrat 8 Gewichtstheile Wasser enthält, erwärmt gelinde bis zum Rauchen und lässt dann die Lösung auf ein anderes Objectglas überlaufen, so scheiden sich unter dem Erkalten zahlreiche hexagonale oder prismatische Krystalle der Natronsalze ab, welche, was die hexagonalen anbelangt, oft sehr zierlich, nicht selten als sechsgliedrige Sterne oder wie sechslappige Blumenkronen ausgebildet sind, während die prismatischen Formen stets sehr scharf und normal entwickelt erscheinen. Ich habe auf diesem Wege die charakteristischen Natriumsalze bei Verbindungen erhalten, welche bei der ersten

Operation bisweilen keine solchen gaben, z. B. bei dem Pyrochlor von Brevig. Unter welchen Bedingungen jedoch die hexagonalen und unter welchen die prismatischen Formen entstehen, konnte bis jetzt nicht ermittelt werden. Der Bodenmaiser Columbit gab z. B. bei gleicher Behandlung einmal blos hexagonale Tafeln, ein anderesmal diese neben einer ansehnlichen Menge prismatischer Krystalle; bei ein und demselben Pyrochlor wechselten in verschiedenen Versuchen die relativen Mengen des hexagonalen und des prismatischen Salzes in sehr grossen Abständen. Daraus scheint hervorzugehen, dass die beiden Säuren durch die Formen ihrer Natronsalze nicht sicher unterschieden werden können und dass beide in denselben Salzen auftreten, wenn auch die Neigung der Tantalsäure grösser ist zur Bildung des hexagonalen Salzes, während die Niobsäure leichter das prismatische Salz bildet. Die Entstehung derselben scheint von geringen Unterschieden in der Concentration der Lösungen abhängig zu sein und lässt sich bei den geringen Mengen, mit welchen man für das Mikroskop arbeitet, kaum beherrschen.

Vollständig versagt haben beide Behandlungsweisen, die früher angegebene und die neue, bei Euxenit, Dysanalyt und Wöhlerit. Durch Schmelzung mit Soda und Auflösung des Schmelzproductes erhält man wohl einen ähnlichen krystallinischen Rückstand; allein die für den Nachweis der Columbitsäuren allein brauchbaren hexagonalen und prismatischen Krystalle der Natronsalze konnten nach den angegebenen Methoden nicht zu Stande gebracht werden.

Eine sehr charakteristische und einfache Reaction auf die Columbitsäuren beruht darauf, dass tantal- und niobhaltige Mineralien beim Kochen mit concentrirter Schwefelsäure ganz oder wenigstens soweit zersetzt werden, dass ein Theil der Columbitsäuren in Lösung geht. Wenn man die Lösung von dem Rückstand abgiesst, mit Wasser verdünnt und mit Zinkstaub behandelt, nimmt sie sogleich oder nach einigen

Minuten eine lebhaft sapphirblaue Farbe an, welche allmählig durch olivengrüne Töne in's tintige oder violette übergeht und endlich unter Absatz eines feinen weissen Pulvers verbleicht. Bei diesen Versuchen wurde gefunden, dass Euxenit, Fergusonit, Pyrochlor, Polykras und Koppit als feines Pulver leicht und vollständig in Lösung gehen, während Columbit, Dysanalyt und Aeschynit nur theilweise zersetzt werden; die Farbe der Lösung von Polykras und Aeschynit ist nach Zusatz des Zinkstaubes anfangs violett und geht dann erst in ein tiefes Sapphirblau über. Zum Gelingen des Versuches ist es indessen nöthig, gewisse Mengenverhältnisse einzuhalten. Es empfiehlt sich, auf 20 mg des feinen Mineralpulvers 0,7 bis 0,8 ccm concentrirte Schwefelsäure anzuwenden und die Lösung auf 2 bis 3 ccm zu verdünnen, dazu Zinkstaub etwa vom Volumen einer Erbse zu setzen. 2 mg Euxenit mit 5 Tropfen concentrirter Schwefelsäure, auf etwa 0,8 ccm verdünnt gaben mir noch sehr deutliche Reaction.

Nur bei einem angeblichen Tapiolit, welcher selbst als feinstes Pulver von concentrirter Schwefelsäure absolut nicht angegriffen zu werden scheint, versagte die Reaction vollständig.

## 2. Ueber das Verhalten der Silicate im Phosphorsalz.

Bei den Schwierigkeiten, mit welchen die Unterscheidung der Silicate nach ihren chemischen Kennzeichen verknüpft ist, hat man mit Recht auf eine scharfe Präcision der letzteren, namentlich des Löthrohrverhaltens, seit Berzelius' mustergültigen Untersuchungen in dieser Richtung grosses Gewicht gelegt und unter anderem dem Verhalten der Silicate gegenüber glutflüssigen Lösungsmitteln die gebührende Aufmerksamkeit geschenkt. Von besonderer praktischer Bedeutung ist bekanntlich das Verhalten der Silicate bei dem Zusammenschmelzen derselben mit geschmolzenem Phosphorsalz (phos-

phorsaurem Ammoniak-Natron). Eine Anzahl von Silicaten wird von der Phosphorsalzperle als Splitter in der Weise zerlegt, dass der in dem geschmolzenen Salze schwebende Splitter, wenn eine gewisse Hitze erreicht ist, plötzlich anschwillt, sich auflockert oder zertheilt, worauf die zurückbleibenden Theilchen sich wieder sammeln und endlich zu einer oft nur sehr kleinen und zarten, durchscheinenden Flocke von Kieselsäure zusammenschwinden. Oft findet dabei eine lebhafte Gasentwicklung statt. Diese Art der Zersetzung ist für ganze Gruppen von Silicaten charakteristisch. Viele Silicate setzen der Zerlegung durch das Phosphorsalz einen grösseren Widerstand entgegen; man muss den Splitter lange Zeit in der Perle glühen, um endlich wahrzunehmen, wie er von den Kanten aus durchscheinend und farblos wird und sich nach und nach in ein durchscheinendes Stückchen Kieselsäure umsetzt, welches indessen die ursprüngliche Form des Splitters beibehält, wenn es auch oft etwas zusammenschrumpft. Es bildet dann das, was man so bezeichnend ein Kieselskelett nennt. Manche Silicate zeigen dabei, wenigstens Anfangs, eine lebhafte Gasentwicklung (Serpentin, Speckstein). Endlich gibt es eine Anzahl von Silicaten, welche als Splitter selbst bei lang anhaltender Erhitzung in der Phosphorsalzperle keine erhebliche Veränderung erleiden und nicht zersetzt zu werden scheinen. Indessen lässt sich die Gränze zwischen unzersetzbaren und schwierig zersetzbaren Silicaten bei weitem nicht mit der Sicherheit angeben wie zwischen den leicht und langsam zersetzbaren, zwischen Kieselflocke und Kieselskelett.

Diese Unterschiede, für die Praxis der Mineral- und Gesteinsbestimmung von hervorragender Bedeutung, entbehren auch nicht eines theoretischen Interesses. Es scheint das plötzliche Anschwellen und Zertheilen der Silicate in der Phosphorsalzperle, wie die Gasentwicklung, darauf zu beruhen dass an der Zusammensetzung solcher Mineralien Elemente oder Elementgruppen theilnehmen, welche, indem sie bei der

erreichten Temperaturerhöhung gasförmig werden, den atomistischen Verband des Silicates sprengen und dadurch seine Zersetzung durch die Phosphorsäure zu einer rasch verlaufenden Reaction machen. Man wird wenigstens zu dieser Annahme gedrängt, wenn man die Zusammensetzung der Silicate, die sich so verhalten, ins Auge fasst und sie mit der anderer vergleicht, die von Phosphorsalz nicht oder nur langsam zersetzt werden, wenn man z. B. das Verhalten des Nephelins mit dem der ähnlich constituirten Silicate Sodalit und Hauyn vergleicht. Letztere, in deren Constitution geringe Mengen Chlor beziehungsweise Schwefelsäure verkettet sind, lösen sich in der Phosphorsalzperle sehr leicht und rasch unter Hinterlassung einer sehr zarten Kieselflocke, während der Nephelin, welcher und solang er keine solchen Bestandtheile enthält, nur äusserst schwierig und langsam von Phosphorsalz zersetzt wird, wobei die Kieselsäure endlich als eckiges Kieselskelett zurück bleibt. Nepheline indessen, welche, wie der Davyn, Kohlensäure in ihre Zusammensetzung aufgenommen haben, zeigen genau die Zersetzbarkeit des Sodalit und Hauyn. Aehnliche Unterschiede zeigt der fluorreiche Humit, der leicht zur Kieselflocke zersetzt wird, gegenüber dem fast unzersetzbaren Olivin. Auch beim Turmalin und Axinit ist es der Fluorgehalt, welcher die Leichtigkeit der Zersetzung durch Phosphorsalz bedingt und es erscheint nicht ohne Bedeutung, dass die lithionfreien, leicht unter Aufschäumen schmelzbaren schwarzen Turmaline im Phosphorsalz sich genau ebenso verhalten, wie die unschmelzbaren lichtgefärbten Lithionturmaline. Bei den Mineralien der Skapolitgruppe darf wohl das in ihrer Constitution nie fehlende Chlor als Grund ihrer Zersetzbarkeit angesehen werden. Bei anderen Silicaten ist es der Gehalt an Constitutionswasser, welcher die Zersetzbarkeit zu bedingen scheint, z. B. bei den Glimmern, bei den Silicaten der Epidotgruppe, beim Vesuvian, während die ähnlich zusammengesetzten Silicate der Granatgruppe wie auch die der Amphibolreihne

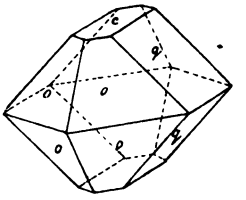
nicht oder nur sehr allmählig zerlegt werden. Dagegen gibt es wasserreiche Silicate, welche, wie die Mineralien der Serpentingruppe, der Zersetzung in der Phosphorsalzperle grossen Widerstand entgegensetzen, obwohl sie in derselben ihren Wassergehalt leicht und rasch unter Brausen abgeben. Man wird dadurch zu dem Schluss gedrängt, dass das Wasser dieser Silicate nicht im atomistischen Verband mit den übrigen Bestandtheilen stehe, sondern nur als Krystallwasser eingelagert sei. In der Verfolgung dieser Frage begegnet man Thatsachen, welche noch einer Aufklärung bedürfen. Während z. B. der krystallisirte blättrige Steatit (Talk) in der Phosphorsalzperle unter Anschwellen und Aufbrausen leicht eine Kieselflocke gibt, lässt sich der Speckstein, den man als eine dichte Varietät des Talkes anzunehmen gewohnt ist, nur nach anhaltendem strengen Glühen mit Phosphorsalz in ein Kieselskelett überführen. Aehnliche Unterschiede machen sich in dem Verhalten des krystallisirten Kämmererit gegenüber dem dichten Rhodochrom, zwischen dem blättrigen Pyrophyllit und dem dichten Agalmatolit geltend. Es scheint mir darin Grund genug für die Annahme zu liegen, dass Talk und Speckstein zwei verschiedene Species bilden, welche das gleiche Silicat bei dem Talk mit Constitutionswasser, im Speckstein mit Krystallwasser repräsentiren. Die Verschiedenheit des Aggregatzustandes kann einen solchen Unterschied des chemischen Verhaltens nicht begründen. In der That verhält sich dichter Epidot in der Phosphorsalzperle gerade so wie krystallisirter, dichter Datolit wie krystallisirter. — Für die Praxis der Mineralbestimmung sind diese Unterschiede im Verhalten der Silicate gegen Phosphorsalz von nicht geringem Werthe, weil es beispielsweise dadurch möglich ist, kleine Splitter von Vesuvian und Granat, von Epidot und Augit, von Turmalin und Beryll, von Skapolit und Feldspat u. s. w. in einfacher Weise zu unterscheiden.

## 3. Ueber künstlich hergestellte Krystalle von Anhydrit.

Schwefelsaurer Kalk löst sich in heissem Schwefelsäurehydrat in beträchtlicher Menge und scheidet sich beim Erkalten der Lösung in mikroskopischen Krystallen und Krystallaggregaten wieder ab, deren Formen ich an anderer Stelle beschrieben und dargestellt habe. Diese Formen sind zwar charakteristisch genug für die Erkennung des Salzes, indessen in Folge der raschen Abscheidung selten scharf entwickelt. Bei Gelegenheit einer Behandlung von Flussspat mit überschüssigem Schwefelsäurehydrat bis zum vollständigen Abrauchen der Säure sah ich kleine aber sehr glattflächige und scharf ausgebildete Krystalle von Anhydrit auf dem Boden des Platintiegels zurückbleiben; sie waren indessen doch nur mikroskopisch geblieben und gestatteten keine goniometrische Messung. Bei einer Wiederholung des Versuches mit etwas grösseren Mengen von entwässertem feingemahlenem Gyps, welchen ich bis zur Sättigung in heissem Schwefelsäurehydrat auflöste und bei sehr langsamem Abrauchen der Lösung erhielt ich eine grosse Anzahl theils loser, theils verwachsener Krystalle von Anhydrit, welche gross und zugleich glattflächig genug waren, um goniometrische Bestimmungen vornehmen zu lassen. Die Messungen wurden auf einem Goniometer mit Verticalkreis im Sonnenlicht vorgenommen, ein Verfahren, welches bei so kleinen Krystallen die genauesten Resultate gibt und alle parallaktischen Fehler und Mängel der Centrirung auf ein Minimum reducirt.

Die Krystalle sind durch die Flächen der Grundpyramide o, des primären Brachydoma's q und der basischen Fläche c begränzt und vorherrschend prismatisch nach der Brachydiagonale gestreckt; bei grösseren Krystallen erscheinen manchmal sämmtliche Flächen treppenförmig vertieft. Die Ergebnisse der Messung sind folgende:

| | Gemessen: | Berechnet: |
|---|---|---|
| $q:q = (011)\ (0\bar{1}1) =$ | *96° 19′ | — — |
| $o:q = (111)\ (011) =$ | *146 20 | — — |
| $o:o = (111)\ (1\bar{1}1) =$ | 112 29 | 112° 34′ |
| $o:o = (111)\ (\bar{1}11) =$ | 112 57 | 112 40 |
| $o:o = (111)\ (11\bar{1}) =$ | — — | 103 22 |
| Ebener stumpfer Basiswinkel | = | 90 4 |




Sie stimmen mit den letzten Messungen, welche Hessenberg an natürlichen Anhydritkrystallen vorgenommen, recht gut überein.

## 4. Ueber den Lenzinit.

Die Gruppe der pelitischen wasserhaltigen Thonerdesilicate bildet eines der unerquicklichsten Kapitel der determinativen und systematischen Mineralogie, weil man es auf diesem Gebiete nicht nur mit einer grossen Anzahl von kryptomeren, in der Zusammensetzung schwankenden Gemengen, sondern auch mit einer Ueberzahl von schlecht definirten und mangelhaft untersuchten Species zu thun hat, deren Schaffung seinerzeit einen viel geringeren Aufwand von wissenschaftlicher Arbeit erforderte, als heute die Aufgabe, den Werth und die Bedeutung jener Schöpfungen zu prüfen und sie einer kritischen Sichtung zu unterziehen. Das Meiste für die allmählige Klarlegung dieses Gebietes ist von der mikroskopischen Untersuchung zu erwarten, welche schon über manche wichtige Fragen in dieser Hinsicht — man darf nur an die Untersuchungen von Johnston, Blake, Kenngott, Descloizeaux u. A. über Nakrit und Kaolin sich erinnern — den entscheidenden Aufschluss gegeben hat.

Bei Gelegenheit einiger Untersuchungen dieser Art beschäftigte ich mich mit einem Gebilde, welches wegen seines ungewöhnlich grossen Reichthums an organischen Formen an dieser Stelle einer vereinzelnten Erwähnung werth erscheinen kann. Es ist diess der Lenzinit (oder Lenzin) von

Call in der Eifel, ein weisser, feinerdiger Thon, welcher schon in John's Chem. Schriften vom Jahre 1816 beschrieben wurde, nach der Analyse des Genannten ein wasserhaltiges Thonerdehydrat ist, welches sich vom Kaolin nur durch einen Mehrgehalt von zwei Molekülen Wasser unterscheidet. Das Mineral hat eine technische Bedeutung als Zusatz zu Papierstoff gewonnen — freilich wird in dieser Beziehung jetzt manches als Lenzinit bezeichnet, was nur ein feinerdiger weisser Thon ist und sich für den besagten Zweck eignet. In den meisten mineralogischen Handbüchern wird der Lenzinit zum Halloysit gestellt, welchem er allerdings quantitativ am nächsten kommt. Eine mikroskopische Analyse scheint mit dem Mineral noch nicht vorgenommen worden zu sein, sonst würde man gefunden haben, dass dasselbe der Hauptsache nach aus sehr kleinen farblosen Täfelchen von rhombischen Umrissen besteht, die, wie sie in der Form mit dem Kaolin übereinstimmen, auch in der Substanz mit demselben identisch sein dürften. Neben diesen finden sich, der Menge nach untergeordnet aber doch in beträchtlicher Anzahl sehr kleine stäbchen-, nadel- und keulenförmige farblose Körper, welche an die Formen von Mikroorganismen erinnern, vorzugsweise bakterien- oder baccillenähnliche Gebilde, in geringerer Menge mikrokokkenähnliche Formen. Wenn man das Pulver mit einem Tropfen Wasser benetzt und bei starker Vergrösserung (1 : 800 linear) unter das Mikroskop bringt, kann man beobachten, dass diese Körperchen fast unmittelbar nach der Benetzung sich zu bewegen beginnen und bald äusserst lebhaft im Wasser hin und her schwimmen. Dadurch erkennt man erst, wie gross ihre Menge ist und welche Rolle sie quantitativ in der Zusammensetzung des Thones spielen. Wenn man erwägt, dass der Wassergehalt bei der Analyse als Glühverlust bestimmt zu werden pflegte, ist in demselben auch der Verlust inbegriffen, der durch die Verbrennung organischer Stoffe sich ergeben muss und man wird kaum fehl-

greifen, wenn man den Lenzinit zum Kaolin stellt und den Mehrgehalt an Wasser auf Rechnung der fremden Körper setzt.

Es ist zu erwähnen, dass viele dieser Körper das Licht polarisiren und eine Auslöschung zeigen, die zu ihrer Längsaxe parallel und normal liegt. Zwischen gekreuzten Nicols tauchen sie desshalb im Wechsel ihrer Bewegung im dunklen Gesichtsfelde plötzlich leuchtend auf, um bald wieder zu verschwinden. Die rhombischen Täfelchen des Kaolin lassen ihrer geringen Dicke wegen eine Doppelbrechung kaum bemerken.

Die Bewegung der erwähnten Körper ist so lebhaft und anscheinend spontan, dass man versucht ist, sie nicht blos für „molekulare" Oscillationen, sondern für die Aeusserung wirklich vorhandenen Lebens anzusehen. Ich halte letzteres für unzulässig in Anbetracht des Umstandes, dass der untersuchte Lenzinit, der übrigens von verschiedenen Bezugsquellen herrührt, seit etwa zwanzig Jahren trocken in einem verkorkten Glase aufbewahrt wurde, besitze aber nicht genug Sachkenntniss, um darüber entscheiden zu wollen, sondern möchte nur hier auf die Sache aufmerksam gemacht und den Lenzinit als interessantes Beobachtungsmaterial den betheiligten Fachkreisen empfohlen haben. Ich erwähne nur noch, dass jede Bewegung aufhört, wenn man ein wenig Schwefelsäure unter das Deckgläschen zu dem Präparat treten lässt.

Wie zu erwarten stand und wie z. Th. schon bekannt ist, haben sich auch in anderen thonähnlichen Gebilden ähnliche Formen nachweisen lassen, obwohl in keinem solche Mengen wie im Lenzinit. Im Halloysit von Lüttich sind es vorzugsweise Körper, welche an Mikrokokken erinnern — theils einzeln, theils in rosenkranzförmigen Gruppen. Die mineralischen Bestandtheile dieses Halloysit zeigen indessen unter dem Mikroskop nicht die Formen des Kaolin, sondern erscheinen als farblose kuglige Massen, welche einzeln und vielfach gruppirt auftreten und namentlich letztere sind es,

welche in ihren Formen auffallende Aehnlichkeit mit den Steinkernen von Foraminiferen besitzen. Der Halloysit von Angleur ist dagegen in der Hauptsache Kaolin. Das Steinmark vom Gleissingerfels bei Fichtelberg, der Glagerit von Weiden, der Cimolit von Melos, ein weisser Thon von Kelheim liess keine Spur von Kaolinkrystallen erkennen; es sind Gemenge von kugligen Partieen ohne Polarisation mit stark polarisirenden Fragmenten (Quarz), dazwischen reichlich kleine Mikrokokken-ähnliche Körper, aber ohne jene spontane Bewegung, die unter anderen wieder an einem Pfeifenthon von Orsberg am Rhein und einer Porzellanerde von Göpfersgrün, an dem lavendelblauen Steinmark von Ebnath, in dem sog. Malthacit von Steindörfel bei Bautzen und in dem erdigen Glagerit von Bergnersreuth bei Wunsiedel diese Körperchen so kenntlich macht.

Ohne Zweifel sind viele dieser Minerale nur Gemenge und schon das Verhalten im polarisirten Lichte gibt darüber sichere Anhaltspunkte. Ein anderes Mittel, um zu erkennen, dass man es mit Gemengen zu thun hat, habe ich in der Anwendung von färbenden Flüssigkeiten, speciell von Methylgrün gefunden. Benetzt man das trockene Pulver dieser Thone mit einer nicht zu sehr verdünnten Lösung von diesem Farbstoff (im Handel auch wohl als „Malachitgrün" bezeichnet), so sieht man, wie bei den meisten Thonen die Lösung bald entfärbt wird, während die Mineraltheile sich mehr oder minder energisch des Farbstoffes bemächtigen. Man findet dann unter dem Mikroskop einzelne minder gefärbte oder ganz ungefärbte Theile — z. B. Quarz, unzersetzte Feldspatfragmente etc. zwischen den tiefgefärbten. Die Krystalle des Kaolin färben sich nicht. Dabei erleidet der Farbstoff durch die Thone eine Veränderung; seine Farbe, die ursprünglich blaugrün ist, geht in das Himmelblaue und Ultramarinblaue über. Meerschaum, der auch stark gefärbt wird, ändert die Farbe des Malachitgrün nicht.

# Ueber eine krystallisirte Säure aus der Schweinegalle

von Emil Bergeat.

*(Eingelaufen 5. Januar.)*

Löst man bis zum Syrup eingedampfte frische Schweinegalle in Alcohol und versetzt die filtrirte Lösung mit Aether, so fallen die gallensauren Salze als dunkelbraunes leichtflüssiges Harz aus. Die wässerige Lösung dieses Harzes ist mit Essigsäure fast vollkommen fällbar; die so erhaltenen Säuren der Schweinegalle stellen ein dickflüssiges dunkelbraunes, in Wasser unlösliches Pech dar; nach wochenlangem Stehen lässt sich darin die rasch zunehmende Bildung weisser Krystallnadeln erkennen. Durch kräftiges Schütteln mit Wasser lassen sich diese Krystalle, welche im Wasser suspendirt bleiben, von der zusammenfliessenden harzigen Masse trennen; sie bleiben als leichte, lockere Masse auf dem Filter zurück und können durch wiederholtes Umkrystallisiren aus der alcoholischen Lösung, welcher man bis zur beginnenden Trübung Wasser zusetzt, rein in weissen Krystallbüscheln und Drusen erhalten werden.

Dieser Körper ist sehr leicht löslich in Alcohol, kaum löslich in Wasser, unlöslich in Aether, Petroläther und Chloroform, bildet ein in heissem Wasser lösliches amorphes Natronsalz, ein amorphes in heissem Wasser unlösliches Bleisalz und wird durch Essigsäure krystallinisch aus diesen Verbindungen abgeschieden; er gibt nicht die Pettenkofersche Reaction, noch

die Neukommsche Modification derselben. Die mehrmals umkrystallisirten Krystalle geben lufttrocken bei 100° rasch Wasser ab, 2,58 und 2,48%. Die trockenen Krystalle haben die elementare Zusammensetzung:

| | I | II | III | IV |
|---|---|---|---|---|
| C | 69.40 | 69.09 | — | — |
| H | 9.395 | 8.91 | — | — |
| N | — | — | 3.099 | 2.94 |

Ob diese Säure als mit Glycocoll gepaart anzusehen ist, wurde noch nicht ermittelt.

Auch auf eine zweite Weise kann diese Säure gewonnen werden. Durch neutrales essigsaures Blei wird die Galle des Schweines fast vollständig gefällt. Der käsige hochgelbe Niederschlag wird abcentrifugirt und mit Weingeist und Alcohol, so lange etwas in Lösung geht, erschöpft. Von der weingeistigen entbleiten Lösung, welche neben anderen gallensauren Pflastern auch das Bleisalz der besprochenen Säure enthält, wird der Alcohol verjagt, der Rückstand mit Wasser mässig verdünnt und mit Aether überschichtet. In der Kälte setzt sich dann die Säure als weisses krystallinisches Pulver ab, und wird durch Umkrystallisiren leicht gereinigt.

Nach annähernder Bestimmung enthält die trockene Galle des Schweines 5 bis 10% dieser Säure.

Letztere Methode ist auch mit Vortheil zur Trennung der übrigen Säuren der Schweinegalle zu verwenden, da ein grosser Theil des Bleiniederschlages in Alcohol unlöslich ist. Durch Herstellung der Barytsalze gelingt es, die einzelnen Säuren von einander zu isoliren. Es lässt sich neben der beschriebenen krystallisirten Säure und den jüngst von Professor Jolin in Stockholm dargestellten zwei Säuren noch eine vierte nachweisen. Die Untersuchungen hierüber werden in Kürze abgeschlossen werden können.

Sitzung vom 9. Februar 1889.

1. Herr H. SEELIGER macht eine Mittheilung: „über optische Ungleichheiten in der Bewegung der Doppelsterne".

2. Herr L. SOHNCKE legt eine Abhandlung des Herrn Dr. ANDREAS MILLER „zur Abhandlung des Herrn Dr. NISSON KATZENELSOHN: über den Einfluss der Temperatur auf die Elasticität der Metalle" vor.

3. Herr A. VON BAEYER hält einen Vortrag: „über die Reduktion der Terephtalsäure". Die von ihm erhaltenen Resultate werden anderweit zur Veröffentlichung gelangen.

4. Herr L. VON SEIDEL überreicht nachträglich eine von dem correspondirenden Mitglied, Herrn AL. BRILL in Tübingen, eingesandte Abhandlung: „über die reducirte Resultante", welche in die Denkschriften aufgenommen wird.

---

## Ueber optische Ungleichheiten in der Bewegung der Doppelsterne

von H. Seeliger.

*(Eingelaufen 9. Februar.)*

Wenn die Bahnebene eines Doppelsternes nicht mit der Projectionsebene zusammenfällt, so entstehen durch die endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes Ungleichheiten in der Bewegung, welche von einer in absolutem Masse anzugebenden Grösse abhängen und deshalb, wie Savary[1]) meinte, zur Ermittelung der Parallaxe des Sternes

1) Connaissance des temps für 1830.

dienen können. Dieser auf den ersten Blick sehr bestechende Gedanke bewährt sich indessen bei eingehender Untersuchung des Sachverhaltes nicht. Villarceau[1]) hat diesem Gegenstande eine sehr ausführliche Abhandlung gewidmet und gezeigt, dass die genannte Ungleichheit auch von dem Verhältnisse der beiden Massen des Doppelsternes abhängt und ihre Kenntniss also nur eine Gleichung zwischen zwei Unbekannten liefert. Wenn ich hier auf dieselbe Frage eingehe, so geschieht dies aus zwei Gründen. Erstens lassen sich nämlich die hauptsächlichsten Resultate Villarceau's, wie ich glaube, wesentlich einfacher und deshalb auch übersichtlicher ableiten. Zweitens aber soll bei dieser Gelegenheit noch ein anderer Einfluss optischer Natur Berücksichtigung finden. Man hat in neuerer Zeit die Frage aufgeworfen, ob die Geschwindigkeit des Lichtes von seiner Intensität abhängig sei. Während die ersten dahin gerichteten Experimentalarbeiten von J. Müller[2]) eine deutliche Abhängigkeit der erwähnten Art ergaben, stellten die neueren Arbeiten von Lippich[3]) und in besonders eingehender Weise von Ebert[4]) fest, dass ein solcher Einfluss, wenn überhaupt vorhanden, nur eine minimale Grösse, die ausserhalb der Genauigkeit der angestellten Versuche liegt, erreichen könne. Herr Ebert erwähnt in seiner Arbeit auch der Rolle, welche die besprochenen Verhältnisse bei der Bewegung der Doppelsterne spielen, ohne indessen den wahren Sachverhalt näher zu besprechen. Auch scheinen seine dies-

---

1) Théorie analytique des inégalités de lumière des étoiles doubles. Connaissance des temps, additions, für 1878. Vergleiche auch: Birkenmajer, „Über die durch die Fortpflanzung des Lichtes hervorgerufenen Ungleichheiten". Sitzungsberichte der Wiener Akademie II. Abth. Bd. XCIII. Wien 1886. Ferner die Besprechung dieser Abhandlung in Vierteljahrss. der A. G. Bd. 21.

2) Pogg. Ann. Bd. 145, p. 86, 1871.

3) Wiener Berichte Bd. 72, p. 355, 1875.

4) Wiedemann's Annalen Bd. 32, p. 337, 1887.

bezüglichen Bemerkungen in mancher Richtung einer Modification zu bedürfen.

Der Betrachtung werde ein rechtwinkliges Coordinatensystem zu Grunde gelegt, dessen Anfang in grosser Nähe des Schwerpunktes des Doppelsternes angenommen werde. Die $z$ Axe sei parallel dem Visionsradius gerichtet. Die $x$ und $y$ Axe mögen vorderhand beliebig in der darauf senkrechten Ebene (Projectionsebene) liegen. Zur Zeit $t$ seien die in der Projectionsebene gelegenen relativen Coordinaten der beiden Sterne mit den Massen $m_1$ und $m_2$

$$x = x_2 - x_1 ; \quad y = y_2 - y_1$$

beobachtet. Infolge der endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes sind aber $x$ und $y$ nicht wirklich stattfindende Coordinatendifferenzen. Es werde nun angenommen, dass die von den Sternen $m_1$, $m_2$ und deren Schwerpunkt zu den Zeiten $t_1$, $t_2$ und $\tau$ ausgehenden Lichtbewegungen gleichzeitig zur Zeit $t$ vom Beobachter wahrgenommen werden. Den zu einer bestimmten Zeit gehörenden wirklichen Werth einer Grösse bezeichnen wir so, dass die betreffende Zeit in Klammern angemerkt wird. So ist also z. B. $x_1\,(t_1)$ der wirklich zur Zeit $t_1$ stattfindende Werth der Coordinate $x_1$ und $x\,(t_1)$ die wirkliche Coordinatendifferenz beider Sterne in demselben Augenblicke. Auf diese Weise kann demnach geschrieben werden:

$$x = x_2\,(t_2) - x_1\,(t_1) \qquad (1)$$

Der Schwerpunkt bewegt sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit in einer Geraden. Wenigstens liegt keine Möglichkeit und wohl auch keine Veranlassung vor, von dieser Annahme abzugehen. Seine $x$, $y$ und $z$ Coordinaten seien gegeben durch:

$$\alpha_0 + \alpha_1 t, \quad \beta_0 + \beta_1 t, \quad \gamma_0 + \gamma_1 t$$

Aus der Definition des Schwerpunktes folgt:

$$m_1 x_1 (t_1) + m_2 x_2 (t_1) = (m_1 + m_2)(\alpha_0 + \alpha_1 t_1)$$
$$m_1 x_1 (t_2) + m_2 x_2 (t_2) = (m_1 + m_2)(\alpha_0 + \alpha_1 t_2)$$

Der Differenz beider Gleichungen kann man die Form geben:

$$(m_1 + m_2)\alpha_1 (t_1 - t_2) = m_1 x (t_2) + m_2 x (t_1) - (m_1 + m_2)[x_2 (t_2) - x_1 (t_1)]$$

Mit Hülfe von (1) und wenn das Resultat für die $y$ Coordinate gleich mit angeschrieben wird, ergeben sich folgende Grundgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} x &= \alpha_1 (t_2 - t_1) + \frac{m_1 x (t_2) + m_2 x (t_1)}{m_1 + m_2} \\ y &= \beta_1 (t_2 - t_1) + \frac{m_1 y (t_2) + m_2 y (t_1)}{m_1 + m_2} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

In diesen Gleichungen, welche mit den von Herrn Birkenmajer benutzten vollkommen übereinstimmen, bedeutet also z. B. $x (t_1)$ den bekannten und leicht aufstellbaren Ausdruck für die $x$ Coordinate der Kepler'schen relativen Doppelsternbewegung, wenn in demselben die Zeit $t_1$ substituirt wird. Es soll nun (2) unter der wohl immer zutreffenden Voraussetzung entwickelt werden, dass die zweiten Potenzen der Zeitdifferenzen $t_1 - \tau$ und $t_2 - \tau$ als unmerklich vernachlässigt werden können. Mit dieser Annahme ergiebt sich:

$$x = x (\tau) + \alpha_1 (t_2 - t_1) + x' (\tau) \cdot \frac{m_1 (t_2 - \tau) + m_2 (t_1 - \tau)}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Wegen der Eigenbewegung des Sternes wird die Axe des gebrauchten Coordinatensystemes nicht immer genau zum Beobachter gerichtet sein, wenn sie es zu einer bestimmten Zeit gewesen ist. Diese Abweichung ist aber für lange

Zeiten äusserst klein und es kann demnach ohne Schaden von der stattfindenden stets geringfügigen Drehung des Systemes gegen den Visionsradius abgesehen werden. Bezeichnen dann $\varepsilon_1(t)$ und $\varepsilon_2(t)$ die zur Zeit $t$ stattfindenden Abstände der beiden Sterne von der Projectionsebene, die wir jetzt durch den Schwerpunkt gehen lassen, $D(t)$ die Entfernung des letzteren Punktes vom Beobachter und $V_1$, $V_2$, $V_0$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der von $m_1$, $m_2$ und dem Schwerpunkte ausgehenden Lichtbewegungen, so haben wir:

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= t - \frac{D(t_1) + \varepsilon_1(t_1)}{V_1} \\ \tau &= t - \frac{D(\tau)}{V_0} \\ t_2 &= t - \frac{D(t_2) + \varepsilon_2(t_2)}{V_2} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Da der Schwerpunkt an sich keine Lichtbewegung aussendet, so ist $V_0$ eine willkürlich anzunehmende Grösse, deren passende Wahl zur Vereinfachung der Schlussformeln beitragen wird. Man wird hierbei nur zu berücksichtigen haben, dass des Folgenden wegen $V_0$ sich von $V_1$ und $V_2$ nicht viel unterscheiden darf. Durch $V_0$ ist natürlich erst $\tau$ bestimmt.

Den früheren Bemerkungen zufolge und weil $D'(\tau) = \gamma_1$ ist, hat man:

$$\begin{aligned} D(t_1) &= D(\tau) + \gamma_1 (t_1 - \tau) \\ D(t_2) &= D(\tau) + \gamma_1 (t_2 - \tau) \end{aligned}$$

Die Gleichungen (4) werden hierdurch

$$t_1 - t = -\frac{D(\tau)}{V_1} - \gamma_1 \frac{t_1 - \tau}{V_1} - \frac{\varepsilon_1(t_1)}{V_2}$$

$$\tau - t = -\frac{D(\tau)}{V_0}$$

$$t_2 - t = -\frac{D(\tau)}{V_2} - \gamma_1 \frac{t_2 - \tau}{V_2} - \frac{\varepsilon_2(t_2)}{V_2}$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$\lambda_1 = \frac{V_1 - V_0}{V_0 (V_1 + \gamma_1)}$$

$$\lambda_2 = \frac{V_2 - V_0}{V_0 (V_2 + \gamma_1)}$$

und nimmt zur Bestimmung des willkürlichen $V_0$ die Gleichung an:

$$m_1 \lambda_2 + m_2 \lambda_1 = 0 \qquad (5)$$

so kann man die Gleichung (3) so schreiben:

$$x = x(\tau) + \alpha_1 D(\tau)(\lambda_2 - \lambda_1) + \alpha_1 \left[\frac{\varepsilon_1(t_1)}{V_1 + \gamma_1} - \frac{\varepsilon_2(t_2)}{V_2 + \gamma_1}\right]$$
$$- \frac{x'(\tau)}{m_1 + m_2}\left[\frac{m_1 \varepsilon_2(t_2)}{V_2 + \gamma_1} + \frac{m_2 \varepsilon_1(t_1)}{V_1 + \gamma_1}\right]$$

Hierin wird man noch bedeutende Vereinfachungen eintreten lassen können. In den mit den $\varepsilon$ behafteten Gliedern wird es erlaubt sein zu setzen $V_1 + \gamma_1 = V_2 + \gamma_1 = V_0$, ferner ist genügend genau:

$$\varepsilon_2(t_2) - \varepsilon_1(t_1) = \varepsilon(\tau)$$

$$m_1 \varepsilon_2(t_2) + m_2 \varepsilon_1(t_1) = (m_1 - m_2)\varepsilon(\tau)$$

Wir haben also jetzt:

$$x = x(\tau) + \alpha_1 D(\tau)(\lambda_2 - \lambda_1) - \alpha_1 \frac{\varepsilon(\tau)}{V_0} - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\varepsilon(\tau)}{V_0} x'(\tau) \qquad (6)$$

Man darf hierbei nicht ausser Acht lassen, dass infolge der Veränderung von $D(\tau)$ die Zeitdifferenz $(t-\tau)$ nicht eine Constante ist. Ist aber $\tau_0$ ein fester Zeitpunkt, so hat man

$$D(\tau) = D(\tau_0) + \gamma_1 (\tau - \tau_0)$$

Die zweite Gleichung (4) ergiebt hiermit:

$$\tau = (t - \tau_0') \cdot \frac{V_0}{V_0 + \gamma_1} \qquad (7)$$

worin

$$\tau_0' = \frac{D(\tau_0)}{V_0} - \tau_0 \frac{\gamma_1}{V_0}$$

Die in (6) vorkommenden Coordinaten sind als in linearem Masstab gegeben zu betrachten. Die Beobachtungen beziehen sich aber auf scheinbares Winkelmass. Um dies einzuführen, muss man (6) auf beiden Seiten durch $D(\tau)$ dividiren. Letztere Grösse ändert sich aber, wie wir gesehen haben, infolge der im Visionsradius gelegenen Eigenbewegungscomponente. Man wird aber hiervon absehen können, denn die Eigenbewegungen der Sterne zeigen innerhalb der kurzen verfügbaren Zeiträume nichts von alledem. Aus gleichem Grunde wird man auch auf den durch (7) definirten Einfluss keine Rücksicht nehmen brauchen. Dieser besteht indessen, wie sofort erhellt, darin, dass wegen des constanten Factors von $t$ die mittlere Bewegung der Revolutionsbewegung des Doppelsternes um eine Constante verändert erscheint und ebenso wird die Zeit des Passirens des Periastrons um die unveränderliche Grösse $\tau_0' \frac{V_0}{V_0 + \gamma_1}$ verschieden ausfallen. Bringt man diese Correctionen an oder vernachlässigt sie auch, was immer erlaubt ist, so darf man also jetzt $t - \tau$ als eine Constante betrachten. Unter dieser Voraussetzung soll die Gleichung (6) weiter besprochen werden. Man kann sie uud die analoge für die $y$ Coordinate in folgender Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned} x &= x\left\{\tau - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot\frac{z(\tau)}{V_0}\right\} - \alpha_1\frac{z(\tau)}{V_0} + \alpha_1\frac{D(\tau)}{V_0}\cdot\mu \\ y &= y\left\{\tau - \frac{m_1 - m_2}{m_1 - m_2}\cdot\frac{z(\tau)}{V_0}\right\} - \beta_1\frac{z(\tau)}{V_0} + \beta_1\frac{D(\tau)}{V_0}\cdot\mu \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

indem $V_0(\lambda_2 - \lambda_1) = \mu$ gesetzt worden ist. Es ist übrigens sehr nahe und für alle Fälle ausreichend

$$\mu = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$$

Für $\mu = 0$ gehen (8) selbstverständlich in die von Villarceau behandelten Gleichungen über. Da eine Superposition der Wirkung der 3 Glieder auf der rechten Seite von (8) angenommen werden darf, so ist es erlaubt, sie einzeln und unabhängig von einander zu betrachten. Das erste Glied giebt unmittelbar den von Villarceau rectificirten Savary'schen Satz:

„Die endliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes erzeugt eine periodische Ungleichheit, die dadurch vollkommen berücksichtigt wird, dass man die Zeit $\tau$ durch

$$\tau - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\,\frac{z(\tau)}{V_0}$$

ersetzt."

Die zweiten Glieder erzeugen nur eine constante Veränderung der elliptischen Bahnelemente Knoten ($\Omega$), Neigung ($i$) und Distanz des Periastrons vom Knoten ($\lambda$). Dies lässt sich sehr einfach so beweisen. Die allgemein bekannten und fortwährend bei Doppelsternbahnberechnungen zur Anwendung kommenden Differentialformeln für den Positionswinkel ($p$) und Distanz ($\varrho$) lassen sich nämlich, da wir nur auf eine Veränderung von $\Omega$, $i$ und $\lambda$ Rücksicht zu nehmen haben, in folgender einfachen Form schreiben:

$$dp = d\Omega - \frac{z}{\varrho}\cos(p-\Omega)\,di + \left(\frac{r}{\varrho}\right)^2 \cos i\, d\lambda$$

$$\frac{d\varrho}{\varrho} = \quad -\frac{z}{\varrho}\sin(p-\Omega)\,di - \frac{z}{\varrho}\sin i\cos(p-\Omega)\,d\lambda$$

wo $r$ der Radiusvector in der wahren Doppelsternbahn ist. Wenn wir nun die ihrer Richtung nach beliebigen Axen der $x$ und $y$ so legen, dass

$$x = \varrho\cos p\,; \quad y = \varrho\sin p$$

ist, so kann man aus den vorstehenden Gleichungen sofort die folgenden ableiten:

$$dx = -y\,(d\Omega + \cos i\,d\lambda) + z\,[di\sin\Omega - \sin i\cos\Omega\,d\lambda]$$

$$dy = +x\,(d\Omega + \cos i\,d\lambda) - z\,[di\cos\Omega + \sin i\sin\Omega\,d\lambda]$$

Vergleicht man dies mit (8), so ergiebt sich, dass die zweiten Glieder auf der rechten Seite vollständig in Rechnung gezogen erscheinen, wenn gesetzt wird:

$$d\Omega + \cos i\,d\lambda = 0$$

$$-di\sin\Omega + \sin i\cos\Omega\,d\lambda = \frac{\alpha_1}{V_0}$$

$$+di\cos\Omega + \sin i\sin\Omega\,d\lambda = \frac{\beta_1}{V_0}$$

woraus sich durch Auflösung ergiebt:

$$\left.\begin{aligned} V_0\,di &= \beta_1\cos\Omega - \alpha_1\sin\Omega \\ V_0\sin i\,d\lambda &= \beta_1\sin\Omega + \alpha_1\cos\Omega \\ -V_0\,tg\,i\,d\Omega &= \beta_1\sin\Omega + \alpha_1\cos\Omega \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Es sind dies dieselben Gleichungen, welche Villarceau auf viel umständlicherem Wege erhalten hat. Man kann noch bemerken, dass nach der getroffenen Festsetzung über die Richtung der Coordinatenaxen

$$\alpha_1 = \Delta\delta\,, \quad \beta_1 = \cos\delta\cdot\Delta\alpha$$

ist, wo $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ die Eigenbewegungen in Rectascension bezw. Declination bedeuten.

Wir haben nun noch den Einfluss des dritten Gliedes zu betrachten unter der Voraussetzung, dass die Wirkung der übrigen entweder berücksichtigt worden ist oder vernachlässigt werden kann. Bezeichnet man dann mit $\xi$ und $\eta$ die Coordinatenwerthe in dem Falle, dass die fraglichen Glieder nicht vorhanden wären und setzt weiter zur Abkürzung:

$$m = \alpha_1 \frac{D(\tau)}{V_0}\mu; \quad n = \beta_1 \frac{D(\tau)}{V_0}\mu$$

so werden die Gleichungen jetzt einfach

$$x = \xi + m; \quad y = \eta + n \tag{10}$$

Hier sind die $m$ und $n$ Constanten. Da die $\xi$ und $\eta$ (welche der Kürze wegen kurz ungestörte Werthe genannt werden sollen) der Gleichung einer Ellipse genügen, so thun dies auch die $x$ und $y$. Während aber erstere dem Keplerschen Flächensatz entsprechen, thun dies die letzteren nicht. Bezeichnet man die beobachteten und die ungestörten Positionswinkel und Distanzen mit $p$ und $\varrho$ bezw. $p_0$ und $\varrho_0$, so hat man nach (10)

$$\varrho_0 \cos(p - p_0) = \varrho - m\cos p - n\sin p$$
$$\varrho_0 \sin(p - p_0) = \quad - m\sin p + n\cos p$$

Werden die zweiten Potenzen der als sehr klein anzusehenden Grössen $\frac{m}{\varrho}$ und $\frac{n}{\varrho}$ fortgelassen, so hat man

$$\left.\begin{aligned} p_0 - p &= \frac{m}{\varrho}\sin p - \frac{n}{\varrho}\cos p \\ \varrho_0 - \varrho &= -m\cos p - n\sin p \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Die durch die Verschiedenheit des Lichtgeschwindigkeiten für beide Componenten eines Doppelsternes entstehende Un-

gleichheit hat also die Form (11) und kann aus den Beobachtungen ermittelt werden.

Betrachtet man die scheinbare Bewegung, so ist diese durch den Ausdruck:

$$\varrho^2 \frac{dp}{dt} = c + m\frac{dy}{dt} - n\frac{dx}{dt}$$

gegeben. Hierin ist $c = \varrho_0^2 \frac{dp_0}{dt}$. Aus den beobachteten Coordinatenwerthen kann man die Coefficienten $\beta$, $\gamma$, $\delta$, $\varepsilon$, $\zeta$ in der Gleichung der scheinbaren Ellipse:

$$\beta x^2 + \gamma y^2 + 2\delta x y + 2\varepsilon x + 2\zeta y - 1 = 0 \quad (12)$$

bestimmen und hieraus die geometrischen Elemente derjenigen Ellipse, deren Projection (12) ist und die so liegt, dass der Coordinatenanfang die Projection eines ihrer Brennpunkte ist. Mit Hülfe der solchergestalt berechneten Bestimmungsstücke können auf die leichteste Weise die jedem Positionswinkel und zugehöriger Distanz entsprechende wahre und excentrische Anomalie $v$ und $E$ gefunden werden. Diese Winkel sind hier durch rein geometrische Beziehungen vollkommen bestimmt. Ihre Abhängigkeit von der Zeit wird aber nicht durch die Keplersche Gleichung vermittelt, sondern durch eine andere, die aufgesucht werden soll. Bezeichnet noch $b$ die kleine Halbaxe und $e = \sin\varphi$ die Excentricität der Ellipse, deren Projection beobachtet wird, so ist:

$$r\cos(v+\lambda) = -a\,e\cos\lambda + a\cos\lambda\cos E - b\sin\lambda\sin E$$

$$r\sin(v+\lambda)\cos i = \cos i\,\{-a\,e\sin\lambda + a\sin\lambda\cos E + b\cos\lambda\sin E\}$$

Setzt man also:

$$B = a\{(m\sin\Omega - n\cos\Omega)\cos\lambda + \sin\lambda\cos i\,(m\cos\Omega + n\sin\Omega)\}$$

$$C = b\{-(m\sin\Omega - n\cos\Omega)\sin\lambda + \cos\lambda\cos i\,(m\cos\Omega + n\sin\Omega)\}$$

so wird die obige Gleichung:

$$\varrho^2 \frac{dp}{dt} = c + \left\{C \cos E - B \sin E\right\} \frac{dE}{dt}$$

und da $\varrho^2 \frac{dp}{dt} = a\,b \cos i\,(1 - e \cos E) \frac{dE}{dt}$ ist, so hat man:

$$\frac{dE}{dt}\left\{a\,b \cos i\,(1 - e \cos E) + B \sin E - C \cos E\right\} = c$$

Bei der Integration wird man zu berücksichtigen haben, dass für $E = 0$, $t = \tau$ wird, wenn $\tau$ die Zeit des Durchganges durch das scheinbare Periastron bedeutet. Es ist demnach:

$$c\,(t - \tau) = ab \cos i\,(E - e \sin E) + B\,(1 - \cos E) - C \sin E$$

Diese Gleichung regelt die scheinbare Bewegung in dem beobachteten Doppelsternsystem. Es geht hieraus hervor, wie sich die Bewegung infolge des untersuchten Aberrationseinflusses ändert und dass diese Veränderung bemerkbar ist, während die constante Veränderung der Bestimmungsstücke der Ellipse als deren Projection (12) zu gelten hat, sich in den Beobachtungen im Allgemeinen nicht geltend machen kann. Ich sage im Allgemeinen, weil sich Fälle anführen lassen, in welchen auch die rein geometrischen Verhältnisse in höchst auffallender Weise umgestaltet werden können. Diese treten ein, wenn $m$ und $n$ so beschaffen sind, dass der Hauptstern ausserhalb der durch (12) bestimmten Ellipse zu liegen scheint. Dass dieses Vorkommniss möglich ist und, sobald die Bahnebene des Doppelsternes mit dem Visionsradius zusammenfällt, strenge genommen immer eintritt, zeigt, in welch höchst merkwürdiger Weise sich eine Verschiedenheit in der Geschwindigkeit des Lichtes beider Sterne äussern kann.

Nach den Untersuchungen des Herrn Ebert ist allerdings zu erwarten, dass der besprochene optische Einfluss immer

äusserst gering und in den bisher bekannten Systemen wohl kaum in die Erscheinung treten wird. Seine Grösse hängt wesentlich, wie es bei den $m$ und $n$ der Fall ist, von der Eigenbewegung und der Parallaxe des Doppelsternes ab. Nur wenn erstere sehr gross, letztere klein und die Helligkeit beider Componenten sehr verschieden ist, könnte man eventuell erwarten, durch die Beobachtungen der Doppelsterne die Frage nach der Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Intensität zu fördern.

Betrachten wir beispielsweise das Siriussystem. Hier ist der Hauptstern etwa 16000mal heller als der Begleiter, die jährliche Eigenbewegung ist 1.″31 und seine Parallaxe $\frac{1}{6}''$, was einer Lichtzeit von 16 Jahren entspricht. Die Untersuchungen des Herrn Ebert haben ergeben, dass bei einem Helligkeitsverhältnisse zweier Lichtquellen von 33 : 1, die Veränderung der Lichtgeschwindigkeiten um nicht mehr als 1 : 500,000 ihres Werthes betragen könne. Nimmt man, wie es auch Herr Ebert beispielsweise thut, an, dass bei dem erwähnten Helligkeitsverhältnisse (33 : 1) sich die Lichtgeschwindigkeit gerade um jenen Grenzbetrag (1 : 500,000) ändert und dass diese Aenderung proportional mit dem Helligkeitsquotienten vor sich geht, so würde in der Bahnbewegung des Siriusbegleiters eine periodische Ungleichheit mit dem Coefficienten 0.″02 hervortreten. Als zweites Beispiel mag ein Stern 2. Grösse als Hauptstern und ein solcher 12. Grösse als Begleiter angenommen werden. Die Lichtzeit mag entsprechend einer Parallaxe 0.″08 zu 40 Jahren, die jährliche Eigenbewegung zu 5″ angesetzt werden. Unter denselben Annahmen wie oben wird, da der Helligkeitsquotient 10000 ist, der Coefficient der optischen Ungleichheit 0.″12, ein auf den ersten Blick sehr ansehnlicher Betrag. Man darf aber nicht vergessen, dass hier ein Zusammentreffen günstiger Umstände angenommen worden ist, wie es allerdings durchaus nicht unmöglich, aber doch nicht gerade sehr wahr-

scheinlich ist. Ferner muss aber daran erinnert werden, mit welchen grossen Schwierigkeiten die Ausmessung eines Doppelsternes mit so ungleich hellen Componenten verknüpft ist, und dass auch die gemachte Annahme, dass überhaupt eine Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von dem angegebenen Betrage bestehe und namentlich dass diese proportional mit der Helligkeit wachse, völlig willkürlich war. Immerhin muss aber vom theoretischen Gesichtspunkte aus die Möglichkeit zugegeben werden, dass die Beobachtung hierzu günstiger Doppelsterne gewisse Grenzwerthe ergeben kann. In der Praxis liegt freilich bekanntlich, wegen der sehr beschränkten Genauigkeit, welche namentlich systematische Beobachtungsfehler in diesem Theile der beobachtenden Astronomie gestatten, die Sache anders.

Zur Abhandlung des Herrn Dr. Nisson Katzenelsohn:

# Über den Einfluss der Temperatur auf die Elastizität der Metalle

von Andreas Miller
in München.

(*Eingelaufen 9. Februar.*)

Herr N. Katzenelsohn ist bei seiner Untersuchung:[1]) „Über den Einfluss der Temperatur auf die Elastizität der Metalle" auf ein Ergebnis gekommen, das in quantitativer Hinsicht beim Eisen von jenem Resultate ziemlich erheblich abweicht, welches ich in einer Arbeit: „Untersuchung[2]) über den Einfluss der Temperatur auf Äusserungen der Molekülarkräfte" bezüglich desselben Stoffes gefunden habe. Dieser Umstand hat Katzenelsohn veranlasst, gegen meine Arbeit einige Einwände zu erheben, indem er glaubt, hiedurch die Abweichung der von ihm beim Eisen gewonnenen Zahl von der meinigen erklären zu können. Ebenso wendet er sich gegen die mit meinen Ergebnissen mehr übereinstimmenden Resultate der Herren F. Kohlrausch und Loomis[3]), sowie gegen dasjenige von Pisati.

Während nämlich Katzenelsohn findet, der longitudinale Elastizitätsmodul des Eisens ändere sich zwischen $0^0$ und

1) Inaugural-Dissertation Berlin. 1887.

2) Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der k. bayr. Akademie der Wissenschaften. 1882. Heft 4.

3) Poggendorffs Annalen. Bd. 141. 1870.

100° C um 2,33%, fand ich 4,28%, Herr F. Kohlrausch und Loomis gar 5%. Ich darf gleich vorausschicken, dass Herr F. Kohlrausch und ich mit käuflichen Eisendrähten experimentierten. Katzenelsohn experimentierte mit einer Wiener Claviersaite und nennt sein Versuchsmaterial bald Eisen bald Stahl. Aus der von ihm angegebenen chemischen Analyse sowohl — 99,6% *Fe* — als auch aus dem gefundenen Elastizitätsmodul — 19024 bei ca. 18° C — muss man jedoch schliessen, dass er thatsächlich mit Eisen arbeitete. Mein Draht war nicht, wie der Katzenelsohns, ausgeglüht. Ich habe absichtlich mit nicht durchgeglühtem Drahte gearbeitet. Katzenelsohn selbst findet, dass der Elastizitätsmodul nicht ausgeglühter Drähte durch die Wärme etwas stärker geändert wird als der ausgeglühter. Ob der Normalzustand bei meinen Versuchen in dem Masse, wie bei jenen Katzenelsohns, erreicht worden, bezweifelt letzterer; es mag dieses Bedenken einige Berechtigung haben.

Herr Katzenelsohn scheint nun der Meinung zu sein, dass die angeführten Umstände die Abweichung in den Ergebnissen nicht genügend aufzuklären vermögen und ich kann mich dieser Ansicht vollständig anschliessen, indem ja noch andere Umstände eine Abweichung der Ergebnisse bedingen können.

Auch Katzenelsohn sucht nach weiteren Ursachen. Er behauptet nämlich: in meinen Versuchen seien bleibende Streckungen aufgetreten und glaubt, unter dieser Annahme die Ergebnisse unserer Versuche quantitativ näher bringen zu können. Den Einwand halte ich für unzutreffend und werde dies darzuthun versuchen. Alsdann werde ich auch noch meine Vermutungen über fernere Gründe der Abweichung kurz andeuten.

Die Annahme Katzenelsohns, dass in meinen Versuchen bleibende Streckungen vorhanden seien, kann ich, so zweifellos dies K. auch hält, durchaus nicht zugeben und muss die von K. auf Seite 66 seiner Arbeit dargelegte Auf-

fassung meiner Differenzen $b - a$ und $b - c$ als unzutreffend bezeichnen.

Ich darf zur Erhärtung dessen nur auf Tabelle VIII und IX (Seite 442 u. d. f.) meiner Arbeit (Zitat 2) und zwar je die Gruppe I hinweisen. Am 19. Februar 1882 nämlich war die Temperatur des Drahtes 98,33° C, die des Apparates 8,33° C; der Skalenzeiger stand auf dem Teilstrich $a_1 = 105{,}9$. Die an diesem Tage vorgenommenen elastischen Dehnungen $(b - a)$ und Verkürzungen $(b - c)$ waren von elastischen Nachwirkungen bei jeder Versuchsgruppe begleitet; deren Summe (Rubrik 11) war $\sum_1^n \Delta' = 12$ Skalenteile mindestens. Am 21. Februar 82 war die Temperatur des Drahtes 98,94°, die des Apparates 7,15°. Der Skalenzeiger hätte somit der Gl. 27) entsprechend auf dem Teilstrich 105,5 stehen sollen; er stand thatsächlich auf 106,8, also nur um 1,3 Skalenteile tiefer, als es die Rechnung verlangt. Somit können obige 12 Skalenteile nicht bleibende Streckungen gewesen sein, sonst hätten innerhalb ca. 50 Stunden nicht mindestens $12{,}0 - 1{,}3 = 10{,}7$ Skalenteile davon verschwinden können. Es ist nach meinen Erfahrungen sogar anzunehmen, dass die 1,3 Sktl. nach längerer Zeit auch verschwunden wären. Diese Verlängerung von 12 Sktl. ist eben vorübergehender Natur. Ich halte sie identisch mit der elastischen Nachwirkung. Vielleicht ist dieser Name nicht ganz bezeichnend, weil die 12 Sktl. nicht nach der elastischen Dehnung entstehen, sondern neben oder während derselben. Es wäre daher der Name „Nebenwirkung" vielleicht besser gewählt gewesen. Weil ich aber glaube, dass der Erscheinung derselbe innere Vorgang zu grunde liegt, den man ziemlich allgemein für die elastische Nachwirkung annimmt, nämlich eine Drehung der Moleküle, so glaubte ich den schon bestehenden Namen auch für diese Erscheinung verwenden zu sollen. Indes muss bemerkt werden, dass der Draht vor den

Hauptversuchen durch Belastungen, weit grösser als die angewendeten, bleibend gestreckt worden war. Durch das Vorstehende dürfte der von Katzenelsohn erhobene Einwand, bei meinen Dehnungsversuchen hätten sich bleibende Streckungen eingestellt, als unzutreffend erwiesen sein. Da jedoch Katzenelsohn diese seine Behauptung aus meinen Versuchen in scheinbar sehr einleuchtender Weise zu begründen sucht, so muss ich, um den Widerspruch zwischen meiner vorigen Darlegung und der Katzenelsohns vollständig aufzuklären, auf diesen Punkt weiter eingehen.

Die Thatsache, welche meine Versuche ergeben haben, nämlich dass $(b-a)-(b-c)=c-a$ dem Werte 0 sich nähert, verleitet K. vornehmlich zu seiner Behauptung. Nun muss ich aber darauf hinweisen, wie „bleibende Streckungen" und „vorübergehende Nebenwirkungen" trotz ihrer fast ganz gleichen Entstehungsart und äusseren Erscheinung sich doch wesentlich unterscheiden, denn vermutlich hat in der Verkennung dieses Unterschiedes der in Rede stehende scheinbar ziemlich nahe liegende Einwand seine Wurzel.

Schon vor 16 Jahren habe ich gerade mit Eisendrähten Streckungsversuche vorgenommen. Der Draht wurde bei 16°C 15 Minuten lang stark belastet, dann entlastet bis auf einen zum Geradehalten nötigen Betrag. Der grösste Teil der elastischen Nachwirkung war 10 Minuten nach der Entlastung verschwunden; jetzt wurde wieder an einer Spiegelskala abgelesen. Alsdann wurde der Draht mit demselben Gewicht wieder $^1/_4$ Stunde belastet und nachher entlastet, und wieder nach Umfluss von 10′ abgelesen u. s. f. Auf diese Weise ergaben sich u. a. die elastischen Dehnungen $\varepsilon$ und die zugehörigen bleibenden Streckungen $\beta$, nämlich:

$\varepsilon =$ 245,2; 243,8; 244,0; 244,2; 244,5.
$\beta =$ 16,0; 4,2; 2,7; 1,9; 1,1 in Skalenteilen.

Bei denjenigen meiner Versuche, auf welche sich die

Beanstandungen des Herrn Katzenelsohn beziehen, wurde nach jeder völligen Be- und Entlastung sofort abgelesen, und es zeigen sich anfangs grössere Differenzen $c - a$, die bei ununterbrochener Fortsetzung des Be- und Entlastens rasch gegen 0 abfallen. Lässt man aber den Draht nur ganz kurze Zeit, etwa nur 1 Minute ruhen und wiederholt die vorige Versuchsgruppe in ganz der gleichen Weise mit derselben Belastung, so zeigt sich sofort der Unterschied zwischen der vorübergehenden Nebenwirkung $c - a$ und der bleibenden Streckung $\beta$. Während oben nach jeder 10 Minuten langen Ruhe des Drahtes in der gleichen Zeit immer kleinere Verlängerungen $\beta$ (Streckungen) sich zeigen, tritt hier nach einer Ruhe des Drahtes von etwa 5 Minuten wieder eine Nebenwirkung $(c - a)$ bei der ersten Dehnung auf, die den Betrag der Nebenwirkung $(c - a)$ bei der ersten Dehnung der unmittelbar vorhergegangenen Versuchsgruppe oft bis zur Hälfte und darüber, ja sogar gänzlich erreicht. Es hängt dieser Betrag nicht unwesentlich von der Dauer der Ruhe des Drahtes ab. Diesen Punkt habe ich in meiner Arbeit[4]) „Ein Beitrag zur Kenntnis der Molekülarkräfte" einigermassen aufzuhellen versucht. Ich teile hier zum Beweise des Vorhergehenden aus meiner in Rede stehenden Arbeit (Zitat 2) einige Zahlen mit. Ich wähle solche Versuchsgruppen aus, bei denen paarweise gleiche oder doch nahezu gleiche Temperaturen bestehen; denn die Temperatur ist von ganz erheblichem Einflusse auf die Nebenwirkung $(c - a)$. Das Eisendrahtindividuum war immer dasselbe.

4) A. Miller, Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der k. bayr. Akademie der Wissenschaften. 1885. Heft 1.

| Aus Tabelle: | III | | IV | | V | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| und zwar aus Gruppe: | III | IV | II | III | Ia | Ib |
| Temperatur: | 0° C | 0° C | 18,1 | 18,8 | 98,54 | 98,54 |
| Nebenwirkung nach der: | $c-a$ | $c-a$ | $c-a$ | $c-a$ | $c-a$ | $c-a$ |
| 1. Dehnung u. Verkürzung: | 0,6 | 0,7 | 2,1 | 1,1 | 2,7 | 2,2 |
| 2. „ „ „ | 0,1 | 0,0 | 0,7 | 0,2 | 0,3 | 0,0 |
| 3. „ „ „ | 0,0 | 0,0 | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,0 |
| 4. „ „ „ | 0,0 | 0,1 | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,0 |
| 5. „ „ „ | 0,0 | 0,0 | 0,1 | −0,1 | 0,2 | 0,0 |
| 6. „ „ „ | — | — | 0,1 | — | 0,0 | 0,0 |
| 7. „ „ „ | — | — | 0,0 | — | — | — |
| Elastische Dehnung: | 77,1 | 77,0 | 145,4 | 145,7 | 148,0 | 148,0 |

Aus diesen und den vorigen Zahlen dürfte der Unterschied in dem Charakter der Streckung und der Nebenwirkung sich klar ergeben. Während nach jeder Streckung des Drahtes die Abnahme der Verlängerungen $\beta$, die gleichen Zeiten entsprechen, sich fortsetzt, vergrössert sich die Nebenwirkung $(c-a)$ nach jeder Ruhe des Drahtes wieder ganz erheblich, selbst wenn sie in der vorhergehenden Gruppe auf 0 sogar gesunken war. Zwischen Gruppe III und IV liegt eine Ruhezeit von etwa 5—10 Minuten, zwischen II und III von ca. 24 Stunden, zwischen Ia und Ib etwa 5 Minuten.

Bei der Streckung tritt also der deformierte Körper in einen neuen Gleichgewichtszustand, bei dem Auftreten der Nebenwirkung jedoch nicht. Der Draht ändert während und infolge der Entstehung der letzteren seinen elastischen Zustand. Bei der Streckuug scheint dies nicht der Fall zu sein. Dass die elastische Nach- resp. Nebenwirkung bei den

unmittelbar folgenden Deformationen, wie K. meint, in gleicher Weise, wie bei der ersten wirken soll, scheint mir mit den bisherigen Erfahrungen über diese Erscheinung nicht in Einklang zu stehen. Die diesbezügliche Äusserung Katzenelsohns lässt vermuten, es sei ihm entgangen, dass bei meinen Versuchen zwischen den einzelnen Beobachtungen einer Versuchsgruppe keine Ruhepause liegt, wohl aber zwischen den Versuchsgruppen. Dass Temperaturschwankungen während einer Versuchsgruppe einen wesentlichen Einfluss auf das Beobachtungsergebnis gehabt haben sollen, glaube ich nirgends besonders hervorgehoben zu haben, da ja dieser Einfluss durch die Versuchsweise ausgeschieden ist.

Ich habe bisher nur jene meiner Arbeiten zur Beschaffung des Beweismaterials benützt, auf die sich die Bemerkungen Katzenelsohns direkt beziehen. Hinsichtlich anderer Substanzen als Eisen, liesse sich Material aus meiner im Zitat 4) bezeichneten Arbeit beschaffen.

Ich glaube somit im Vorangehenden dargethan zu haben, dass der Einwand Katzenelsohns, bei den von mir erzeugten Dehnungen seien bleibende Streckungen aufgetreten, nicht begründet ist.

Herr Katzenelsohn scheint ferner der Meinung zu sein, die prozentische Änderung der Elastizität mit der Temperatur sei aus den Mittelwerten der Dehnungen bei der niedersten und höchsten Temperatur berechnet werden. Dies wäre ein Missverständnis. Dieser Prozentsatz wurde überhaupt nicht aus der Anfangs- und Endtemperatur, sondern aus dem Koeffizienten der Gleichung 69), nämlich $\gamma = 0{,}0004277$ berechnet. Der Wert von $\gamma$ wurde aber auch nicht aus den erwähnten Mittelwerten, sondern aus den Zahlen $A_1$ (Rubrik 10) bestimmt, also aus jenen Werten, aus denen auch Katzenelsohn, wie mir scheint, den Prozentsatz bestimmt wissen will.

Indes habe ich in einer späteren Arbeit[5]) als diejenige, auf welche sich die Einwände des Herrn Katzenelsohn beziehen, auch mit Eisen und anderen Substanzen Versuche über den Einfluss der Temperatur auf die Elastizität angestellt. Es folgt eine Zusammenstellung der Ergebnisse dieser Untersuchung bezüglich der prozentischen Änderung der Elastizität mit der Temperatur mit den Resultaten der Untersuchung gleicher Art von Katzenelsohn und F. Kohlrausch etc. Hiezu muss aber ausdrücklich bemerkt werden, dass bei diesen meinen Versuchen jedesmal geprüft worden ist, ob die elastischen Dehnungen bleibende Streckungen oder nur vorübergehende Nebenwirkungen zurückgelassen haben. Nur bei Zink haben sich höchst wahrscheinlich, aber durchaus nicht ausschliesslich, bleibende Streckungen ergeben. Indes können diese Streckungen bei meiner Art der Messung gar keinen Einfluss auf diese selbst üben.

| Substanz | Katzenelsohn | Miller | Kohlrausch |
|---|---|---|---|
| Platin | — 0,89% | — 1,97% | — |
| Eisen | — 2,33 „ | — 3,76 „ | — 5,0% |
| Messing | — 4,21 „ | — 4,73 „ | — 6,2 „ |
| Neusilber | — 3,24 „ | — 6,54 „ | — |
| Silber | — 3,97 „ | — 7,78 „ | — |
| Kupfer | — (2,7 bis 3,0) | — 9,98 „ | — 6,0 „ |
| Zink | — | — 33,0 „ | — |
| Blei | — | — 47,0 „ | — |

Man sieht, dass die von mir gefundenen Werte durchwegs grösser sind, als die des Katzenelsohn. Sie nähern sich mehr den Werten, die Katz. bei der Torsion gefunden hat.

5) A. Miller, Abhandlungen d. k. bayr. Akademie der Wissenschaften, II. Cl. XV. Bd. III. Abt. S. 707.

Damit glaube ich gezeigt zu haben, dass auch diese Einwände Katzenelsohns gegen meine Arbeit nicht stichhaltig sind, sowie dass seine Art, eine Übereinstimmung zwischen unseren Ergebnissen anzubahnen, der thatsächlichen Grundlagen entbehrt. Ich gehe nun dazu über, anzudeuten, wo etwa nach meiner Ansicht die Ursache der Abweichung gesucht werden könnte. Unsere Ergebnisse unterscheiden sich nur in der Quantität, stimmen aber völlig in der Qualität überein; denn auch Herr Katzenelsohn kam auf dieselbe Beziehung zwischen der Änderung der Elastizität durch die Wärme und dem Schmelzpunkte einer- und dem therm. Ausdehnungskoëffizienten anderseits, wie schon vorher ich. Doch muss in der Art der Untersuchung des Stoffes, dann der Versuchsanordnung ein wesentlicher Unterschied bestehen. Während mir nämlich bei weichen Metallen die Versuche fast ohne jede Schwierigkeit gelungen sind, berichtet Katz. hierüber das Gegenteil. Dieser Unterschied scheint mir zunächst in der Wahl des Zeitmomentes der Ablesung zu liegen. Ich lese sogleich nach jeder Be- und Entlastung ab und gestatte dem Drahte innerhalb einer Versuchsgruppe keine Ruhepause; Katzenelsohn lässt, wie es scheint, die Nachwirkung wenigstens grossenteils verschwinden, liest also jedenfalls erst einige Zeit nach der völligen Be- und Entlastung ab. In den von mir gemessenen elastischen Dehnungen sind Verlängerungen infolge von Nach- oder Nebenwirkung nicht enthalten; die von Katzenelsohn gemessenen Verlängerungen scheinen nicht bei allen Metallen hievon völlig frei zu sein. Ich bestimme überhaupt den sekundären Elastizitätsmodul,[6]) der die Änderung berücksichtiget, welche die Elastizität eines Körpers während der Dehnung erfährt; Katzenelsohn bestimmt den gewöhnlichen Elastizitätsmodul, der

6) A. Miller, Abhandlungen der k. bayr. Akademie der Wissenschaften, II. Cl. XV. Bd. III. Abt. § 1.

diese Änderung ausser acht lässt. Welch ein Unterschied aber in den Werten des sekundären Elastizitätsmoduls, den ich aus der 4. und 5. Dehnung und Verkürzung berechne, und des gewöhnlichen Elastizitätsmodul, wie ich den aus der ersten Dehnung bestimmten Modul nannte, besteht, mögen folgende Zahlen darthun, die ich[7]) bei Kupfer gewonnen habe. Dabei bedeutet $\pi_1$ die ständige Belastung pro Quadratmillimeter und $\pi_2$ die Belastungsmehrung auf dieselbe Flächeneinheit des Querschnittes in Kilogrammen. $E'_0$ ist der gewöhnliche Elastizitätsmodul, also aus der ersten Dehnung berechnet, $E_0$ der sekundäre, also aus etwa der 4. und 5. Dehnung und Verkürzung berechnete. Alle Modul sind auf die Temperatur $0^0$ reduziert. Die Versuche wurden an verschiedenen Tagen ausgeführt, weshalb das Datum des Versuches beigesetzt ist.

Datum der Beobachtung: 1. Februar 1887, 4. Febr. 1887.

$\pi_1 = 15{,}8280$; $\pi_2 = 7{,}3938$; $E'_0 = 13137$; $E'_0 = 12559$.

$\pi_1 = 15{,}8280$; $\pi_2 = 7{,}3938$; $E_0 = 13495$; $E_0 = 13548$.

Also $E'_0 < E_0$; was aber hier wichtiger, das ist der Unterschied in den Werten von $E'_0$ und $E_0$ an verschiedenen Tagen bei der gleichen Temperatur an demselben Drahtexemplar, bei denselben Belastungen $\pi_1$ und $\pi_2$. Während, auf die zweiten Werte bezogen, sich $E'_0$ in ca. 3 Tagen um 4,6% änderte, betrug die Änderung von $E_0$ nur 0,4%, so dass $E_0$ als unverändert betrachtet werden darf. Die Änderung von $E'_0$ ist also 11,5 mal grösser als jene von $E_0$; von Zufälligkeiten kann kaum die Rede sein. Zudem ändern sich $E'_0$ und $E_0$ von einem Beobachtungstag auf den nächsten in ungleichem Sinne. Bei dem gewöhnlichen Elastizitätsmodul spielen die Zeit und die einer Deformation vorhergehenden, an dem Körper vorgenommenen Dehnungen eine Rolle, bei dem se-

7) Abhandlungen der k. bayr. Akademie der Wissenschaften, II. Cl. XVI. Bd. III Abt. 1888.

kundären scheint dies selbst dann nicht der Fall zu sein, wenn der Draht nicht ausgeglüht worden ist.[8]) Aus derselben Arbeit von mir (Zitat 7) entnehme ich noch Beobachtungsmaterial zu einer anderen Zusammenstellung, die zeigen soll, welchen Einfluss die Werte von $\pi_1$ und $\pi_2$ auf jene von $E_0$ und $E'_0$ haben. Das Versuchsmaterial ist der gleiche Kupferdraht, wie bei der vorigen Zusammenstellung.

$$\pi_1 = 15{,}8280 \begin{cases} \pi_2 = 3{,}5813; & E_0 = 14210; \quad E'_0 = 12542. \\ \pi_2 = 7{,}3938; & E_0 = 13495; \quad E'_0 = 12945. \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} \pi_1 = 3{,}6526 \\ \pi_2 = 15{,}8280 \end{matrix}\right\} \pi_2 = 5{,}5527; \begin{cases} E_0 = 13475; & E'_0 = 13066. \\ E_0 = 13727; & E'_0 = 13137. \end{cases}$$

Man sieht, dass sich $E_0$ und $E'_0$ sogar in verschiedenem Sinne bei der Änderung von $\pi_2$ ändern können. Solche Verhältnisse, wie Kupfer, zeigen auch andere Metalle, wenn auch nicht alle in so scharf ausgesprochener Weise, weil nicht alle eine so bedeutende Nebenwirkung wie das Kupfer haben, also nicht ihre Elastizität wie dieses während der Dehnung ändern. Wenn nun aber solche Unterschiede schon bei Versuchen, die unter sonst gleichen Umständen an demselben Material, ja sogar an dem gleichen Individuen angestellt wurden, bei der Temperatur 0° auftreten, welche Unterschiede mag die Art der Untersuchung bedingen, wenn die Temperatur 100° C ist, bei welcher sicher die Nebenwirkung viel grösser ist, als bei 0°. Zudem kommt, dass die von mir gefundenen sekundären Elastizitätsmodul beträchtlich grösser sind, als die von Katzenelsohn gefundenen, gewöhnlichen Modul. Nur Eisen macht eine Ausnahme.

In Ziff. II auf Seite 35 weist Herr Katzenelsohn darauf hin, dass die Änderung der Elastizität mit der Temperatur sehr schnell zunimmt. Die Änderung des sekundären Elastizitätsmodul ist von mir, den Versuchsergebnissen entsprechend,

8) Siehe § 15 der eben zitierten Abhandlung.

proportional der Temperatur genommen worden. Nehme ich in meinen Versuchen mit Eisen die erste Dehnung, so neigt bei höheren Temperaturen der hieraus sich berechnende Elastizitätsmodul, den ich den gewöhnlichen nannte, ebenfalls einer rascheren Änderung zu.

Die Mehrbelastungen bei Katzenelsohns Versuchen, der, nebenbei gesagt, sehr dünne Drähte benützte, und die meinigen sind zum Teil erheblich verschieden. Die ständigen Belastungen konnten nur beim Eisen verglichen werden, da Katzenelsohn sie nur bei diesem angibt. Diese Elemente des Versuches sind aber, wie gezeigt worden ist, von erheblichem Einfluss auf den Wert des Elastizitätsmoduls selbst bei 0° schon. Auch erscheint es mir nicht gänzlich ausgeschlossen, dass sich der Elastizitätsmodul bei der Erwärmung etwas anders ändern könnte als bei der Erkaltung.

Die Versuchsergebnisse von F. Kohlrausch und E. Loomis sowohl, als auch die, wie eben erwähnt, von Katzenelsohn selbst, beweisen, dass die Änderung des gewöhnlichen Elastizitätsmoduls keine lineare Funktion der Temperaturänderung ist. Die Änderung des sekundären Elastizitätsmoduls hingegen konnte nach meinen Versuchen als eine lineare Funktion der Temperaturänderung betrachtet werden. Und da diese Änderung sich durchwegs grösser herausstellt, als die des gewöhnlichen Elastizitätsmoduls, wie ihn Kaszenelsohn gefunden hat, so scheint mir die Annahme einigermassen berechtiget: dass der Einfluss der Wärme auf den gewöhnlichen und sekundären Elastizitätsmodul zwar nicht qualitativ, aber quantitativ verschieden ist.

Wenn dem aber so wäre, alsdann müsste ein Vergleich der von Herrn Katzenelsohn und von mir gefundenen hier in Rede stehenden Werte überhaupt ausgeschlossen sein. Jede der beiden Arbeiten könnte für sich auf die Richtigkeit ihrer Resultate Anspruch erheben.

Der gewöhnliche Elastizitätsmodul, nach der üblichen

Art der Berechnung, ist kleiner als der sekundäre. Werden die Temperaturen als Abscissen und die zugehörigen Dehnungen als Ordinaten aufgetragen, so liefern diejenigen Dehnungen, aus welchen der gewöhnliche Elastizitätsmodul berechnet wird, eine Kurve, die der Abscissenaxe die konvexe Seite zuwendet, die Dehnungen aber, welche dem sekundären Elastizitätsmodul angehören, fast eine Gerade, die der Abscissenachse näher liegt als die Kurve und diese vermutlich nicht schneidet. Es frägt sich nun, welcher von den beiden Moduln für die Beurteilung des elastischen Zustandes eines Körpers entscheidend ist!

Wie dem aber auch sei, soviel scheint mir aus meinem Vergleiche der hier in Rede stehenden Untersuchungen hervorzugehen, dass noch verschiedene Vorfragen zu lösen sind, bevor an eine entscheidende quantitative Feststellung des für die theoretische Physik so wichtigen Einflusses der Wärme auf die Elastizitätsverhältnisse der Körper gegangen werden kann.

Sitzung vom 2. März 1889.

1. Herr P. GROTH legt eine von Herrn EUGEN BLASIUS verfasste Abhandlung: „über die Beziehungen zwischen den Theorien der Krystallstructur und über die systematische Eintheilung der Krystalle“ vor.

2. Herr W. v. GÜMBEL spricht „über das Erdbeben in Neuburg a. D. vom 22. Februar dieses Jahres“.

---

# Ueber die Beziehungen zwischen den Theorien der Krystallstructur und über die systematische Eintheilung der Krystalle;

von Eug. Blasius.

(*Eingelaufen 2. März.*)

## Einleitung:

## Historische Uebersicht.

In den letzten Jahren ergaben sich verschiedene Umstände, die von Bedeutung für die Theorie der Krystallstructur sind. Namentlich stellte sich heraus, dass die Theorie von Herrn Sohncke, so wie sie in seinem Werke „Entwickelung einer Theorie der Krystallstruktur“ 1879 niedergelegt war, erweiterungsfähig ist, und dass ihr Ausbau, wenn nicht nothwendig, so doch höchst geeignet erscheint, um einige

unbequeme Ausnahmefälle zu beseitigen. Ausserdem hat noch gelegentlich der Discussion, die über diesen Gegenstand stattfand, Herr Wulff eine weitere Theorie entwickelt, die jetzt neben der erweiterten Sohncke'schen der älteren Frankenheim-Bravais'schen Theorie gegenübersteht.

Zum Verständniss der folgenden Betrachtungen wird es nothwendig sein, auf den wesentlichen Gedankengang der drei Theorien einzugehen.[1]) Es sollen dann die Beziehungen zwischen denselben angewandt werden, um die eine für die andere nutzbar zu machen und Mängel zu beseitigen, die, wie wir sehen werden, fast überall noch vorhanden sind.

Bravais veröffentlichte seine Theorie in mehreren sehr umfangreichen Abhandlungen.[2]) In einem wichtigen Punkte stimmten seine Resultate mit früher veröffentlichten Ansichten von Frankenheim überein, nämlich soweit sie sich auf die sogenannten parallelepipedischen Raumgitter bezogen. Diese, die man am kürzesten als Gesammtheit der Schnittpunkte dreier Systeme von parallelen äquidistanten Ebenen definiren kann, bringen verschiedene Eigenschaften der Krystalle recht gut zum Ausdruck. So ist vor allen Dingen eine solche Structur in demselben Sinne homogen, wie die Krystalle, kein Punkt lässt sich von den übrigen unterscheiden. In

1) Diese Erörterungen sind mit Rücksicht auf Leser, welche die eine oder andere der in Betracht kommenden Arbeiten nicht kennen, sehr ausführlich geworden. Derjenige, welcher mit der bezüglichen Literatur vertraut ist, kann die Seiten 48—55 überschlagen.

2) Mémoire sur les polyèdres de forme symétrique. Journal de mathématiques pures et appliquées par Liouville. T. 14. p. 141—180. 1849. (Dazu: Note sur les polyèdres symétriques de la géometrie p. 137—140.)

Mémoire sur les systèmes formés par des points distribués régulièrement sur un plan ou dans l'espace. Journ. d. l'École Polytechnique 33. cahier. T. XIX. 2. p. 1—128. 1850.

Études cristallographiques. Journ. d. l'École Polytechnique 34. cahier p. 1 – 176. 1851.

denselben Richtungen und Entfernungen, in denen von einem Punkte aus gesehen andere Punkte des Systems liegen, sind auch von einem andern Punkte aus solche vorhanden, und doch sind die verschiedenen Richtungen im Raume nicht untereinander gleichwerthig, wie in einem isotropen Körper. Nur die Raumgitterstructur genügt diesen Anforderungen. Der Umstand, dass zugleich die Structur noch eine der wesentlichsten und auffallendsten Eigenschaften der Krystalle erklärt, nämlich den Zonenzusammenhang der Flächen, oder was das gleiche ist, das Gesetz von der Rationalität der Indices, ist noch besonders hervorzuheben. Die einzige Annahme, die hierbei noch nothwendig ist, ist die, dass eine Krystallfläche eine solche Ebene ist, die drei nicht in einer Geraden liegende Punkte enthält. Da dies der einzige Fall ist, in dem eine Ebene unendlich viele Punkte des Gitters nach verschiedenen Richtungen, d. h. nicht auf einer Geraden gelegen, enthalten kann, so wird man der Annahme einen hohen Grad von Wahrscheinlichkeit zusprechen.

Die Raumgitter als gemeinsame Grundlage der Frankenheim-Bravais'schen Theorie können 14 voneinander unterscheidbare Formen annehmen. Diese zerfallen ihrer Symmetrie nach in 7 Gruppen, entsprechend den Krystall-Systemen, wobei das rhomboëdrische als ein besonderes System und nicht als Hemiëdrie des hexagonalen aufgefasst wird. Abgesehen von der rhomboëdrischen Form, die ja von vielen Autoren für eine hemiëdrische gehalten wird, ist in der Theorie von Frankenheim-Bravais, soweit sie sich auf die Raumgitter stützt, für die Hemiëdrien und verwandte Erscheinungen keine Erklärung möglich; denn wenn auch mehrere von den 14 Formen in ein System gehören, wie z. B. im regulären (3) und im rhombischen (4), so unterscheiden sich diese nicht voneinander wie hemiëdrische oder tetartoëdrische Formen, sondern stellen sämmtlich den holoëdrischen Typus des betreffenden Krystallsystems dar.

Bravais half sich also hierfür, indem er auf die Form der Moleküle zurückging, durch die er die einfachen Punkte im Raumgitter ersetzte, so dass an die Stelle eines Punktes der Schwerpunkt eines mehr oder weniger symmetrischen Moleküles trat. Auf diese Weise ergeben sich natürlich leicht Anordnungen, welche den sämmtlichen bekannten Unterabtheilungen der Systeme entsprechen. Man braucht ja nur, wie Delafosse es gethan hat, den Molekülen die Gestalt zu geben, die ein Krystall der betreffenden Abtheilung selbst haben soll. Allerdings verdeutlicht uns dies Verfahren nur Hemiëdrien u. s. w., die wir auf anderem Wege schon gefunden haben, so dass unzweifelhaft der von Bravais selbst eingeschlagene Weg der wissenschaftlichere ist, nämlich die möglichen Symmetriearten der Moleküle durch allgemeine geometrische Betrachtungen in erschöpfender Weise aufzusuchen.

Viele Jahre später erkannte Herr Sohncke, dass die Art und Weise, wie Bravais die Raumgitter als Structurform für die Krystalle aufgestellt hatte, nicht einwurfsfrei sei. Er fand, dass der Gittertheorie eigentlich zwei Sätze zu Grunde liegen, nämlich:

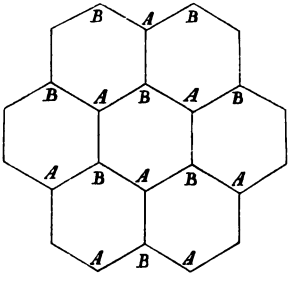
„dass die Punktvertheilung in einem unbegrenzt gedachten krystallinischen Punkthaufen um jeden Massenpunkt dieselbe ist, wie um jeden anderen“

und zweitens:

„dass alle Moleküle einander parallel liegen.“

Die Formulirung des ersten Satzes kann nicht leicht zu Missverständnissen führen. Die Bedeutung des zweiten müssen wir uns etwas genauer ansehen. Da die Form der Moleküle bei der Bravais'schen Theorie erst in zweiter Linie in Betracht kommt, so bezieht sich der Satz, der ja zur Ableitung der Raumgitter dient, nicht auf die Form, sondern auf die gegenseitige Lage der Moleküle, und zwar soll er aussagen, dass das Strahlensystem, welches wir von irgend einem Punkte

aus nach allen übrigen ziehen, nicht nur congruent ist demjenigen von irgend einem andern Punkte aus, sondern dass die homologen Strahlen zweier solcher Systeme auch parallel sind. Ein Beispiel, wo die Bedingung des ersten Satzes erfüllt ist, die des zweiten nicht, bieten uns in der Ebene die Ecken von lückenlos aneinandergelegten regulären Sechsecken (Fig. 1). Alle Punkte A und B zeigen um sich herum die gleiche Anordnung der übrigen, aber die abwechselnden Punkte (A) zeigen diese Anordnung nicht in paralleler Stellung, wie die andern (B). Das System entspricht auch in der That keinem Raumgitter. Die Bedeutung der beiden Grundsätze kann man sich auch auf die Weise klar machen, dass man sich das ganze System beweglich denkt. Kann man nun dasselbe auf einem ihm identischen Systeme so verschieben, dass nicht nur ein beliebiger Punkt P des beweglichen mit einem beliebigen Punkte des festen Systems zur Deckung kommt, sondern auch alle übrigen Punkte des einen mit solchen des andern, so genügt das System (wie das in Fig. 1 gegebene) dem ersten Satze. Kann man dies alles aber ohne Drehung nur durch eine Parallelverschiebung des beweglichen Systems erreichen, so genügt das System zugleich dem zweiten Satze.




(Fig. 1.)

Herr Sohncke legte sich nun die Frage vor, ob man nicht die Beschränkung, die in dem zweiten Satze liegt, fallen

lassen könne und gründete seine umfangreiche Theorie ausschliesslich auf den ersten Satz. Herr Wiener hatte schon vorher auf solche Systeme aufmerksam gemacht, ohne sich indessen eingehender mit deren Theorie zu befassen. Herr Sohncke konnte 65[1]) verschiedene Formen unterscheiden und zwar fanden sich darunter Beispiele, nicht nur für die Holoëdrien, sondern auch für die Hemiëdrien und Tetartoëdrien, so dass die Form der Moleküle nur zur Erklärung von Hemimorphien herbeigezogen werden musste. Eine einzige bekannte Tetartoëdrie, die rhomboëdrische des hexagonalen Systems hat ebenfalls keinen Vertreter unter den Sohnckeschen Punktsystemen. Auf diesen Fall machte erst vor kurzem Herr Wulff[2]) aufmerksam.

Eine unmittelbare Consequenz aus dem Grundsatze, auf dem sich die Sohncke'sche Theorie aufbaut, ist die, dass die Moleküle nicht in dem Sinne untereinander gleichwerthig sind, wie in der Frankenheim-Bravais'schen Theorie. Im Allgemeinen lassen sich nämlich in den Sohncke'schen Punktsystemen Punkte unterscheiden, wie in dem obigen Beispiele die Punkte A und B, um welche die Anordnung der übrigen in parallelen Richtungen nicht gleich ist, weil die Bedingung des zweiten Satzes nicht erfüllt ist. Man kann ohne Zweifel gegen solche Systeme geltend machen, dass sie eigentlich dem Begriffe, den wir uns von der Homogenität eines Krystalls gebildet haben, widersprechen; denn legen wir z. B. kleine Kugeln um kleinere Punktgruppen einer solchen Anordnung, so werden durchaus nicht, wie wir es bei den Krystallen voraussetzen, die Eigenschaften derselben in parallelen Richtungen gleich sein. Erst wenn wir Theile, die eine im Verhältniss zum Molekular-Abstand be-

1) Zwei von den ursprünglichen 66 Formen sind nach Schönflies identisch.

2) L. Wulff. Ueber die regelmässigen Punktsysteme, Ztschr. f. Kryst. Bd. XIII p. 503—566, 1888.

deutende Grösse haben, durch eine umhüllende Fläche herausausschneiden, wird man annehmen dürfen, dass es keinen Einfluss auf die Eigenschaften des dadurch umgrenzten Theiles hat, wenn wir die Fläche mit sich selbst parallel beliebig verschieben. Obwohl nun Herr Sohncke diesen Umstand in seiner Theorie nicht übersehen hatte, kam doch vor einiger Zeit Herr Wulff darauf zurück und benutzte ihn gegen dieselbe. Er hielt sich besonders an die Vorstellung vom Krystallwachsthum. Setzen sich die einzelnen materiellen Punkte nacheinander am Krystall ab, so kann sich an irgend einer Stelle der Krystalloberfläche ebensogut ein Punkt A als ein Punkt B (Fig. 1) befinden. Ganze Flächen können zeitweilig lauter Punkte A, dann lauter B enthalten. Da die Anordnung der einen gegen die übrigen zwar dieselbe ist, wie die der anderen, aber nicht in parallelen Richtungen dieselbe ist, so könnte man im einen und im anderen Falle in parallelen Richtungen verschiedene Eigenschaften an der Oberfläche des Krystalls erwarten, während man doch thatsächlich annimmt, in bestimmten Richtungen der Oberfläche seien die Eigenschaften immer dieselben, mag der Krystall klein oder gross sein. Für Herrn Sohncke löst sich dieser scheinbare Widerspruch dadurch, dass auf die physikalischen Eigenschaften, die wir zu untersuchen im Stande sind, nicht nur einzelne Moleküle, sondern so viele Moleküle nach allen Richtungen einen Einfluss haben, dass die äussersten gar nicht gegen die übrigen in Betracht kommen. Herr Wulff aber schloss, dass beim Wachsen sich soviele Moleküle zugleich auf jeder Krystallfläche absetzen, dass die Anordnung der äussersten Schicht immer wieder dieselbe wird. Denkt man sich diesen Vorgang auf verschiedenen anderen Krystallflächen, so wird man zu der Annahme gezwungen, dass sich eine bestimmte Gruppe von Molekülen bei dem Bau des Krystalls immer gleichzeitig anlagert. Die Theorie, die Herr Wulff nun aufstellt, verschmilzt Theile der Bravais'schen

mit solchen der Sohncke'schen Theorie. Sie entnimmt der ersteren die Raumgitter und der letzteren Punktgruppen, welche an die Stelle der einzelnen Punkte in den Raumgittern gesetzt werden. Kurz, Herr Wulff setzt an die Stelle der Bravais'schen Molekel eine Punktgruppe und leitet diese theilweise aus den Sohncke'schen Punktsystemen ab. Gegen die Zerlegung seiner Systeme in Punktgruppen hatte sich Herr Sohncke übrigens ausdrücklich gewahrt, er nennt sie stets in hohem Grade willkürlich, oft aber sogar geradezu unnatürlich.[1]) Das letzte Urtheil bezieht sich namentlich auf die Schraubensysteme. Herr Wulff, der wie bemerkt die Aufstellung von Punktgruppen als eine Nothwendigkeit ansah, musste daher die Schraubensysteme verwerfen. Er führte allerdings auch noch weitere Gründe gegen die Schraubenstructuren und einige andere an. Indessen hat Herr Sohncke auch die Richtigkeit dieser Gründe nicht anerkannt, sondern begegnete ihnen mit demselben Argument, durch welches er die vorher besprochenen Einwände des Herrn Wulff widerlegte. Wir können sie hier übergehen, weil sie im Folgenden nicht direkt in Betracht kommen. Wichtiger als diese Einwände schien Herrn Sohncke die von Herrn Wulff bewiesene Thatsache, dass sich nicht nur Hemimorphien, sondern auch die rhomboëdrische Tetartoëdrie des hexagonalen Systems nur, wenn man die Form der Moleküle zu Hülfe nimmt, durch die Sohncke'schen Punktsysteme erklären lassen. Dieser Umstand veranlasste Herrn Sohncke, seine Theorie zu erweitern und zwar so, dass der Grundsatz an die Spitze gestellt wurde:

„Ein Krystall (unendlich ausgedehnt gedacht) besteht aus einer endlichen Anzahl (1, 2, 3, . . . n) ineinandergestellter, regelmässiger, unendlicher Punktsysteme, welche sämmtlich gleich grosse und gleich gerichtete Deckschiebungen be-

1) l. c. p. 179.

sitzen. Diese ineinander stehenden Theilsysteme sind im Allgemeinen nicht congruent, auch sind die Bausteine des einen im Allgemeinen andere als die des anderen. Doch ist Congruenz der Bausteine der verschiedenen Theilsysteme nicht ausgeschlossen."

Ganz unabhängig von den Arbeiten des Herrn Wulff und fast gleichzeitig mit denselben war Herr Haag[1]) auf dieselbe Erweiterung der Sohncke'schen Theorie gekommen, hatte sie aber nur an dem regulären System durchgeführt und weniger eingehend formulirt. Natürlich konnte er noch nicht den von Herrn Wulff neu entdeckten Ausnahmefall berücksichtigen, während Herr Sohncke nachwies, dass durch die neue Annahme nicht nur dieser (die rhomboëdrische Tetartoëdrie), sondern auch alle übrigen Ausnahmefälle der früheren Theorie (verschiedene Hemimorphien) beseitigt werden.

## 1. Vergleich der Theorien von Bravais und Wulff.

Es ist nicht leicht, sich über den jetzigen Stand der Frage zu orientiren, und daran ist namentlich Schuld, dass man auf gewisse Beziehungen zwischen den Theorien noch nicht hingewiesen hat, die für eine richtige Anwendung irgend einer von ihnen von der allergrössten Bedeutung sind. Man hat in den bisherigen Arbeiten besonders die Gegensätze betont, während man, indem man die Unterschiede erst im Anschluss an die gemeinsamen geometrischen und mechanischen Grundlagen erörtert, fast ohne Mühe Schlüsse ziehen kann, welche über die Resultate jeder einzelnen Theorie hinaus gehen. Die Theorien sollen also so behandelt werden, dass sie einander nicht ausschliessen, sondern in wesentlichen Punkten ergänzen und berichtigen.

1) Prof. Fr. Haag, die regulären Krystallkörper. Eine geometrisch-krystallographische Studie. Programm des k. Gymnasiums in Rottweil, 1887.

Merkwürdigerweise ist bei der Discussion der verschiedenen Theorien bisher auf einen Umstand nicht hingewiesen worden, der für ihre Beziehungen untereinander, sowie für den Ausbau einer allgemein gültigen Theorie äusserst wichtig ist. Dieser Umstand betrifft die Art und Weise, wie Bravais seine Polyëder oder Moleküle auffasst und die verschiedenen Formen derselben ableitete. Bravais sagt gleich im ersten Satze seines „Mémoire sur les polyèdres de forme symétrique“:

„Dans les recherches que nous allons faire sur les polyèdres, nous ferons abstraction de leurs faces et de leurs arêtes pour ne considérer que leurs sommets, de sorte que tout polyèdre sera pour nous une agrégation de points distincts, de nombre limité, et distribués d'une certaine manière autour de leur centre de gravité.“

Wir sehen also:

Bravais' Polyëder waren genau solche Punktgruppen, wie die Wulff'schen. Der einzige Unterschied liegt in der Ableitung.

Während Bravais sich die Frage stellte, welche Arten der Symmetrie kann eine solche Punktgruppe überhaupt haben und durch seine Arbeit eine erschöpfende Antwort auf diese Frage gab, entwickelte Herr Wulff eine Anzahl der möglichen Formen aus den Sohncke'schen Punktsystemen und erfand selbst andere, um Lücken auszufüllen. Man wird dem Weg, den Bravais einschlug, unbedingt den Vorzug geben. Ganz abgesehen von dem, was Herr Sohncke, wie wir oben pag. 54 schon erwähnten, von vornherein gegen die Zerlegung seiner Systeme in Punktgruppen vorbrachte, fehlt bei der Methode des Herrn Wulff der Nachweis, dass alle möglichen Fälle erschöpft sind. Bei Herrn Wulff dienen die Punktgruppen dazu, um das System der Hemiëdrien und Tetartoëdrien, welches er auf andere Weise abgeleitet hat, zu exemplificiren. Auf Grund des Vorstehenden ist es nun doch noch nicht möglich, die Theorie von Herrn Wulff zu

verwerfen. Es könnte recht gut sein, dass die Arbeit, die Bravais für seine Abhandlung über die Symmetriearten der Polyëder ausgeführt hat, bei Herrn Wulff in seinen Abhandlungen über die verschiedenen Hemiëdrien u. s. w. enthalten wäre. Man könnte sogar darin, dass Herr Wulff die Systeme und ihre Unterabtheilungen vor und unabhängig von den Punktanordnungen, von der eigentlich sogenannten Krystallstructur behandelt, einen Vorzug seiner Methode sehen; denn dem praktischen Krystallographen ist das Verfahren, welches Herr Wulff dabei anwendet, geläufig und er gelangt dabei ohne Einführung neuer Begriffe zu Resultaten, welche die Bravais'sche Theorie erst nach einer langen und dem Krystallographen weniger leicht verständlichen Ableitung erreicht. Die Wulff'sche Theorie der regelmässigen Punktsysteme darf in diesem Lichte besehen nur als eine Ergänzung seiner Theorie der Krystallsysteme betrachtet werden. Eigentlich ist es ganz gleichgültig, ob man von dem holoëdrischen Punktgitter ausgeht und allmählig durch Bevorzugung von Flächen und Flächengruppen die Symmetrie verringert und nachher Punktgruppen sucht, die so eingesetzt werden, dass nur die verminderte Symmetrie übrig bleibt, oder ob man die Symmetrie der Punktgruppe selbst mehr und mehr herabsetzt und immer die entsprechende Flächencombination aufsucht. Das eine ist das Verfahren von Herrn Wulff, das andere dasjenige von Bravais. Sind beide ohne Beschränkung durchgeführt, so kann man gar keinen Unterschied in den Resultaten erwarten. Sehr auffallend ist es daher, dass die Resultate bisher noch nicht miteinander verglichen worden sind. Es ergibt sich durch einen solchen Vergleich, dass in der That Unterschiede vorhanden sind und dass hieran namentlich eine Beschränkung Schuld ist, welche die Bravais'sche Theorie enthält, und welche, trotzdem sie recht wichtig ist, später, wie es scheint, nicht mehr erwähnt wurde. Wir werden auf diese Beschränkung und ihre Bedeutung

nach einigen kurzen Bemerkungen über die verschiedenen Resultate der beiden Theorien näher eingehen.

Bravais unterscheidet im monoklinen System drei Arten von möglichen Typen, solche, die ein Centrum der Symmetrie, eine zweizählige Symmetrieaxe und eine Symmetrieebene, und solche die entweder nur die Symmetrieaxe oder nur die Symmetrieebene besitzen. Herr Wulff hat ganz kürzlich Beobachtungen an Zuckerkrystallen gemacht, die dafür sprechen, dass Zucker vorerst als monoklin aber tetartoëdrisch anzusehen ist. Allerdings sei die Möglichkeit noch nicht ausgeschlossen, dass er triklin und hemimorph ist. Diese monokline Tetartoëdrie ist aber unter den drei monoklinen Typen von Bravais nicht vertreten, denn ihr fehlen alle drei genannte Symmetriecharaktere. Für den Fall, dass durch die genaueren Winkelmessungen an den Zuckerkrystallen das monokline System ausgeschlossen werden sollte, kann man auch bei Bravais die Abtheilung, zu der die Krystalle gehören, vorfinden. Mag sich diese Frage aber entscheiden wie sie will, wir müssen anerkennen, dass in der Schlusstabelle[1]) der Bravais'schen Arbeit ein Fall nicht vorgesehen ist, der von Herrn Wulff als möglich angesehen wird und für den er sogar ein Beispiel anführen kann. Ein einziger Fall dieser Art würde zwar genügen, um die Aufmerksamkeit auf diesen Punkt zu lenken und das Bedürfniss nach einer Erklärung hervortreten zu lassen, man kann aber mit Leichtigkeit mehr als einen einzigen anführen und obwohl es nicht unser Ziel ist, dieselben alle aufzuzählen, so mag noch kurz das rhombische System und seine Unterabtheilungen erwähnt werden. Bravais unterscheidet hier drei Abtheilungen. Die erste entspricht der Holoëdrie, die zweite der sphenoidischen Hemiëdrie und die dritte der Hemimorphie. Dagegen führt Herr Wulff noch ausser einer weiteren He-

1) Etudes cristallographiques Tableau VIII p. 172.

miëdrie (der monoklinen), Tetartoëdrie und sogar die Möglichkeit einer Ogdoëdrie an, also ausser den von Bravais in seiner Tabelle gegebenen Fällen eine ganze Reihe. Von Wichtigkeit ist es, dass sich der eine dieser Fälle in der Natur verwirklicht. Am Milchzucker ist nämlich zugleich Hemimorphie und sphenoidische Hemiëdrie constatirt, wodurch eine Symmetrieform entsteht, die nach der Bravais'schen Tabelle im rhombischen Systeme nicht vorkommt. Wir haben diese Beispiele auf's Gerathewohl herausgegriffen und können daraufhin behaupten.

Viele Unterabtheilungen der Systeme, die Herr Wulff aufstellt, sind nicht in der Theorie von Bravais enthalten.

Dies Ergebniss scheint auf den ersten Blick um so unverständlicher, als man entweder Uebereinstimmung erwarten konnte, oder etwaige Lücken in den Resultaten des Herrn Wulff, da bei Bravais die Theorie der Symmetrie der Polyëder nach den drei Elementen, Centrum, Axe und Ebene der Symmetrie vollständig erschöpfend durchgeführt sein soll, während Herr Wulff selbst nicht behauptet, dass seine Theorie in dieser Hinsicht vollständig sei. Es liegt auch nicht, wie man zunächst denken könnte, ein Versehen von Bravais vor. Im Gegentheil, die Lücken, die wir gefunden haben, erklären sich dadurch, dass Bravais die Wichtigkeit eines Prinzipes erkannte, welches nach ihm mit Stillschweigen übergangen worden ist, und das doch, wie wir sehen werden, nicht nur für die Theorie der Krystallstructur im engeren Sinne, sondern für die Krystallographie überhaupt und namentlich die System-Eintheilung der Krystalle von fundamentaler Bedeutung sein muss. Wir wollen zuerst sehen, wie sich die Eintheilung der Krystalle in Systeme ohne die Einführung dieses Prinzipes gestaltet. Leider ist dieses Gebiet in keinem sehr erfreulichen Zustande. Die besten Autoren widersprechen einander und Niemand wundert sich darüber, dass von Zeit

zu Zeit ein Beobachter einen Fall entdeckt, der sich nicht einfach einer bekannten Abtheilung der Systeme einreihen lässt. Als wichtigstes Merkmal bei der Eintheilung der Krystalle können die Raumgitter gelten, da allein durch die gegenseitige Neigung der Flächen, natürlich vorausgesetzt, dass die Messungen von idealer Genauigkeit und bei mehreren Temperaturen durchgeführt seien, der Charakter des zugehörigen Raumgitters in Bezug auf Symmetrie feststeht. So kann man ohne jede Rücksicht auf die sonstigen physikalischen Eigenschaften und auf die Häufigkeit und Bedeutung der einzelnen Flächen für jeden Krystall die Symmetrie seines Raumgitters und damit sein System bestimmen, allerdings nicht so leicht das Raumgitter selbst. In dem Falle, dass mehrere Gitter zugleich die Symmetrie eines Systems besitzen, kann auf diesem Wege nicht entschieden werden, welches darunter das richtige ist. Für unseren Zweck ist das übrigens auch gar nicht nöthig.

Alle Autoren sind darüber einig, dass man durch Reduction der Symmetrie von den betreffenden Holoëdrien auf die zugehörigen Unterabtheilungen kommt. Prinzipiell werden weder die Symmetrieaxen des Gitters, noch die Ebenen noch das Centrum der Symmetrie bei dieser Ausschliessung geschont, und doch können so Formen entstehen, die kaum ein Krystallograph für möglich halten würde. Wählen wir einen extremen Fall als Beispiel. Es soll ein reguläres Punktgitter vorliegen, oder mit anderen Worten, die Winkelmessungen führen auf ein Flächennetz, das sich auf drei gleich lange, zu einander senkrechte krystallographische Axen beziehen lässt. Es sei in die Punkte des Gitters ein asymmetrisches Polyëder oder Molekül gedacht, sogar ein solches, das kein Centrum der Symmetrie besitzt. Das Resultat ist ein dem regulären System angehöriger Krystall, der optisch zweiaxig und in Bezug auf alle anderen physikalischen Eigenschaften von einem asymmetrischen, sogar noch hemimorphen

Krystalle nicht zu unterscheiden sein könnte. Nur müssten die Ausdehnungen in allen Richtungen die gleichen sein, damit das Flächennetz auch bei anderen Temperaturen dasselbe bliebe. Man müsste sich dazu vorstellen, dass die Anordnung nach einem Punktgitter des regulären Systems auch die gleiche Wärmeausdehnung in drei zu einander senkrechten Richtungen mit sich bringt, dass aber bei den übrigen Eigenschaften die Form des Moleküles eine Rolle spielt. So unwahrscheinlich ein solcher Krystall auch sein mag, so lässt sich doch ein Beweis, dass er unmöglich ist, kaum führen. Trotzdem erwähnt Herr Wulff diese Form ebensowenig wie Bravais. Bei Bravais finden wir aber ein genaues Eingehen auf die Frage, warum er diese Abtheilung und andere ausschliesst, während bei Herrn Wulff die Grenze der möglichen und unmöglichen Systeme offenbar gegen die Bravais'sche verschoben ist, wie aus dem Satze folgt, den wir oben erwiesen haben, indessen ohne, dass die Grenze theoretisch irgendwie sicher festgestellt zu sein scheint. Man kann ohne Zweifel der Wulff'schen Theorie den Mangel einer ausgesprochenen Grenzbedingung zum Vorwurfe machen, ebenso wie manches Andere, wenn man sie mit der eleganten Bravais'schen Theorie vergleicht. Dies wird aber reichlich wieder aufgewogen, wenn sich Fälle, wie beim Rohrzucker und Milchzucker herausstellen, die überhaupt in der Bravais'schen Theorie nicht enthalten sind. Diejenigen Unterabtheilungen der Systeme, die Herr Wulff nur als theoretisch möglich hinstellt, und die wir nicht in der Bravais'schen Theorie vorfinden, würden der Letzteren gegenüber keine grosse Bedeutung beanspruchen, da Bravais die geometrische Möglichkeit von vielen Abtheilungen kannte, die er trotzdem aus seiner Zusammenstellung ausschloss.

Durch den Nachweis der Tetartoëdrie am monoklinen Rohrzucker und am rhombischen Milchzucker wird die Bravais'sche Theorie unhaltbar.

Wenn wir für den Augenblick den Beweis dieser Formen für erbracht anerkennen, so müssen wir doch hervorheben, dass zwar die Theorie von Bravais damit stürzt, dass aber, und dies ist von sehr wesentlicher Bedeutung, von den Methoden Bravais' nur die Bestimmung der Grenze der möglichen gegen die unmöglichen Formen fehlerhaft zu sein braucht. Die Grenzbestimmung gründet sich im Gegensatz zu dem übrigen Hauptinhalte der Theorie auf mechanische, nicht wie jener auf rein geometrische Betrachtungen. Nachdem Bravais einerseits im Besitze aller symmetrischen Polyëder andererseits im Besitze aller Gitter war, erkannte er, dass wenn man in jedes der letzteren nacheinander alle die ersteren einsetzt, bedeutend mehr Abtheilungen sich ergaben, als damals in der Natur Vertreter fanden. Er schloss in Folge dessen und auf Grund einer mechanischen Ueberlegung, dass die Form der Polyëder das Gitter bestimme, so dass die grösstmögliche Uebereinstimmung zwischen dem Symmetriecharakter des Polyëders und dem des Gitters besteht. Mag man von der Bravaisschen Ableitung auch nicht ganz befriedigt sein, jedenfalls verdient sie in hervorragendem Maasse unsere Beachtung, denn auch bis in die neueste Zeit sind ihre Consequenzen nicht durch die Erfahrung widerlegt worden. Muss man diese Ableitung aber fallen lassen, so fällt damit nur die Grenzbestimmung von Bravais, oder mit anderen Worten, wenn wir die Tetartoëdrien des Rohrzuckers und des Milchzuckers für erwiesen halten, so sind wir zwar gezwungen, die Bravais'sche Theorie zu erweitern, dagegen ist es eine ganz andere Frage, ob wir deshalb weise daran thun, ihre Methoden zu verlassen, um an deren Stelle die Wulff'schen zu setzen. Bis jetzt ist die Bravais'sche Untersuchung über die Form der Polyëder oder wie wir sie mit gleichem Rechte nennen können über die Symmetrie der Punktgruppen die einzige abgeschlossene Arbeit über diesen Gegenstand. Wir

können also, da bisher keine Fehler in derselben nachgewiesen worden sind, schliessen, dass wir alle möglichen auf den Charakter der Symmetrieebenen, Axen und des Symmetriecentrums gegründeten Unterabtheilungen der Systeme mit Sicherheit durch Erweiterung der Bravais'schen Theorie ableiten können, wenn wir in jedes Punktgitter die sämmtlichen Bravais'schen Polyëder einsetzen.

Sind Fälle in der Natur erwiesen, die nicht in den Rahmen der Bravais'schen Theorie fallen (wie die Tetartoëdrien im rhombischen und monoklinen System), so kann und muss die Einschränkung, welche Bravais in seiner Theorie annimmt, fallen gelassen werden und seine Theorie ist so zu erweitern, dass nicht nur einzelne, sondern alle Polyëder in jedes Punktgitter eingesetzt werden. Auf diese Weise muss eine erschöpfende Theorie aller auf die drei Elemente der Symmetrie (Ebenen, Axen und Centrum) gegründeten Abtheilungen der Systeme entstehen.

Die Arbeit, die Bravais'sche Theorie durch Eliminiren einer Beschränkung derart zu erweitern, ist auf jeden Fall lohnend, wir haben sie aber für den Zweck des vorliegenden Aufsatzes nicht nöthig und lassen sie deshalb, und weil sie doch ziemlich umfangreich ist, vorläufig bei Seite. Es genügt, darauf aufmerksam zu machen, welcher Weg dabei eingeschlagen werden muss. Nur noch ein Punkt bleibt zu erörtern, der von Bedeutung ist und zu Schwierigkeiten führen kann. Herr Wulff hat nämlich Abtheilungen unterschieden, ich nenne nur seine drei Tetartoëdrien im regulären System, die sich nicht durch die drei Kennzeichen der Symmetrie trennen lassen. Solche Abtheilungen sind der Bravais'schen Theorie, selbst der erweiterten fremd. Obwohl manche Annahmen des Herrn Wulff nicht recht begründet sind und auch hier der Beweis, dass alle Fälle derart er-

schöpft sind, nicht vorliegt, so darf man gewiss verlangen, dass auf sie Rücksicht genommen wird. Wir werden daher zu dem Schlusse geführt.

Man darf sich weder auf die erweiterte Bravais'sche Theorie allein, noch auf die Wulff'sche Theorie allein stützen, wenn man allen theoretisch möglichen Fällen Rechnung tragen will.

Damit ist nun nicht gesagt, dass nicht eine jede von ihnen zu dem gleichen Umfange ergänzt werden kann, aber soweit sie jetzt entwickelt sind, sind beide nicht vollständig. Um die geometrischen Möglichkeiten ganz zu erschöpfen, müsste die Bravais'sche Theorie in zwei Richtungen erweitert werden.

1) Wir müssten, wie wir oben schon angaben, die Beschränkung, die Bravais selbst einführte, fallen lassen. Dann haben wir eine Eintheilung der Krystalle, die auf Grundlage der drei Symmetriemerkmale (Centrum, Axe und Ebene) beruht und alle Fälle umschliesst.

2) Fälle, die sich nach diesen allgemeinen und fundamentalen Merkmalen nicht unterscheiden lassen, wie die drei Tetartoëdrien des regulären Systems u. dgl. m., können doch auf andere Weise und unter anderen Annahmen noch Differenzen unter sich darbieten. Die Möglichkeit dieser Differenzen muss ebenfalls mit in Betracht gezogen werden.

Die Wulff'sche Theorie muss ebenfalls entweder noch eine Grenzbedingung erhalten, ähnlich der Bravais'schen, aber umfassender, da diese schon an einzelnen Punkten überschritten ist, oder sie muss auch alle Fälle hinzunehmen, auf die wir durch die erweiterte Bravais'sche Theorie stossen und die Herr Wulff zum grossen Theile (das reguläre Punktgitter mit dem asymmetrischen Moleküle ist ein Beispiel) nicht berücksichtigt. Handelt es sich streng genommen nur um die geometrisch möglichen Fälle, so ist sogar an keine Grenzbestimmung zu denken.

Die überaus grosse Zahl von Fällen, die sich auf diese Weise nur durch vollständige Berücksichtigung der nach den drei Symmetrieelementen unterscheidbaren Formen ergibt, ist ebenso wichtig wie unbequem. Heute noch mehr wie vor 40 Jahren muss es auffallen, dass viele Abtheilungen nicht in der Natur vorzukommen scheinen. Das System unserer besten Autoren ist nur ein kleiner Theil der erweiterten Theorien. Die Grenzbedingung von Bravais beseitigte diesen Zwiespalt. Seine frühere Theorie mit der Grenzbedingung umfasst noch heute alle bekannt gewordenen Fälle mit Ausnahme einer ganz minimalen Zahl, und deckt sich fast vollständig mit der Eintheilung, welche jeder Mineraloge anzuwenden gewohnt ist. Vergleicht man auf Grund des in 40 Jahren bedeutend angewachsenen Materials die Bravais'sche Theorie mit der Erfahrung, so bleibt die Uebereinstimmung immer noch eine fast vollkommene. Man kann sich einer solchen Bestätigung der Bravais'schen Grenzbedingung gegenüber kaum des Verdachtes erwehren, dass sich auch die beiden Ausnahmefälle, die einzigen, die ich gefunden habe, am Ende anders werden erklären lassen. Man wird, wenn man den Vergleich zwischen der Bravais'schen Theorie und der Erfahrung durchführt, erst so recht auf den Werth der Grenzbedingung aufmerksam, ebenso wie Bravais seinerzeit durch das Gesetzmässige, was sich in der Gesammtheit der Beobachtungen ausdrückte, wohl erst auf seinen Versuch einer Erklärung und dadurch zu der Grenzbestimmung kam. Die Grenzbedingung ist für die systematische Eintheilung der Krystalle von fundamentaler Bedeutung. Ehe wir eine andere als die Bravais'sche Erklärung dafür haben, dass so viele geometrisch mögliche Formen in der Natur nicht vorkommen, müssen wir sehr vorsichtig sein, wenn wir diese aufgeben. Prüft man nun die Fälle, die mit den Bravais'schen Anschauungen nicht im Einklange stehen, so findet man nicht nur wenige, sondern auch nicht

einmal recht schlagende. Die Schuld hierbei liegt nicht an der Beobachtung, sondern an der Schwierigkeit des Falles. Herr Wulff hat an Rohrzuckerkrystallen einer Herkunft gefunden, dass zwei bisher für gleichwerthig gehaltene Flächen nie zusammen vorkamen und ist der Ansicht, dass keine andere Erklärung als die durch Tetartoëdrie hier zulässig sei. Es gibt nun offenbar kaum einen Fall, in dem die Zufälligkeiten eine grössere Rolle spielen können als gerade hier. Man erwartet ja durchaus nicht, dass immer von jeder Fläche die gleichberechtigten vollzählig vorhanden sind, ebensowenig wie dass ein Krystall in den gleichberechtigten Richtungen von gleicher Dicke ist. Handelt es sich um eine Hemiëdrie, die eine grössere Anzahl von Flächen betrifft, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass Zufälligkeiten eine Rolle spielen, kleiner, als wenn bloss zwei Flächen vorhanden sind. Es kann also in der Deutung der Beobachtung in letzterem Falle recht viel Subjectives liegen. Es liegt mir nun durchaus fern, die Richtigkeit der Beobachtungen von Herrn Wulff anzuzweifeln. Es ist sogar wichtig, dass dieselben und ihre Tragweite nicht in Vergessenheit gerathen, es ist aber auch andererseits wichtig hervorzuheben, dass sie sich doch schliesslich durch Zufälligkeiten erklären könnten. Der zweite Fall ist der des Milchzuckers. Dieser ist sphenoidisch-hemiëdrisch und zugleich hemimorph. Wie wir schon oben erwähnten, sind nach der Ansicht von Bravais nur drei Fälle im rhombischen System möglich, nämlich Holoëdrie, sphenoidische Hemiëdrie und Hemimorphie, aber durchaus keine Combination der beiden letzteren. Beim Milchzucker ist eine Täuschung durch Zufälligkeiten der Krystallisation schon weniger wahrscheinlich. Die einzige Rettung wäre, dass er sich als monosymmetrisch herausstellt. Da wir die bisherigen Beobachtungen nicht verdächtigen, ist er einstweilen als ein Argument gegen die Bravais'sche Beschränkung aufzufassen. Wenn man weiter bedenkt, dass seit jeher einige

Formen unter der grossen Menge aufgestellt wurden, die nicht recht in das System passten und die sich nach einiger Zeit entweder anders erklärten oder zu einer Erweiterung unserer theoretischen Anschauung führen, so wird man wohl folgende Stellung zu den Ausnahmefällen einnehmen.

Jedenfalls muss man es für bedeutungsvoll halten, dass die Fälle, welche gegen die Bravais'sche Theorie angeführt werden können, gering an Zahl sind (wir finden nur zwei), und dass ferner bei dem einen Zufälligkeiten eine sichere Beurtheilung in hohem Grade erschweren. Die Bravais'sche Theorie verdient selbst mit der darin enthaltenen Beschränkung immer noch als ein Fundament der theoretischen Krystallographie angesehen zu werden. Daneben ist es wünschenswerth, dass die Fälle, die gegen die Beschränkung sprechen, nicht in Vergessenheit gerathen und dass sorgfältig nach weiteren Fällen gesucht wird.

Dies sind die Resultate, zu denen wir durch einen Vergleich der Theorie von Bravais mit derjenigen von Herrn Wulff und mit den Resultaten der Beobachtung geführt werden. Wir wenden uns zu dem zweiten Theile unserer Aufgabe, nämlich zu den Folgerungen, die wir durch Hinzuziehen der Theorie von Herrn Sohncke zu den beiden anderen ableiten können.

## 2. Vergleich der Theorien von Bravais und Sohncke.

Auch hier ist wieder der Umstand massgebend, dass nach Bravais' eigener Auffassung und nach seiner bestimmten Erklärung seine Polyëder als Punktgruppen aufzufassen sind. Wird nun ein und dieselbe bestimmte Punktgruppe an Stelle der verschiedenen Punkte eines Gitters und zwar in parelleler Stellung eingesetzt, so dass der Schwerpunkt der Gruppe an die Stelle des Punktes tritt, so lässt sich leicht erkennen,

dass alle homologen Punkte der Gruppe auf einem, dem ursprünglichen congruenten und parallel gestellten Gitter liegen. Verbindet man nämlich einen bestimmten Punkt $A$ der Gruppe durch eine gerade Strecke mit dem Schwerpunkte $S$ derselben und führt die gleiche Construction in den übrigen Gruppen jedesmal mit den homologen Punkten ($A_1$, $A_2$, $A_3$ . . . $A_n$) und den betreffenden Schwerpunkten ($S_1$, $S_2$, $S_3$ . . . $S_n$) aus, so kann, da sich immer dieselbe Strecke in paralleler Lage ergibt, durch eine einfache Parallelverschiebung um die Grösse dieser Strecke ($AS$) das System der Schwerpunkte in das der Punkte $A$ übergeführt werden. Da die ersteren zusammen ein Gitter bilden, so thun es also auch die letzteren. Dasselbe gilt von jedem anderen Punkte $B$ und seinen homologen. Wenn daher Bravais die einzelnen Punkte seiner Gitter durch Gruppen ersetzt, so erhält er dadurch ein System von congruenten parallel ineinandergestellten Gittern. Vergleicht man nun dieses mit der Definition, die Herr Sohncke in seiner erweiterten Theorie gibt,[1]) nämlich:

> „Ein Krystall (unendlich ausgedehnt gedacht) besteht aus einer endlichen Anzahl parallel ineinander stehender congruenter Raumgitter",

so findet man, dass beide Auffassungen geometrisch ganz identisch sind. Dieses Resultat ist sehr auffallend, da man mit Recht gewohnt war, schon die frühere Theorie von Herrn Sohncke für allgemeiner zu halten, als die Theorie von Bravais. Nun soll die erweiterte Theorie von Herrn Sohncke sich mit der von Bravais decken! Dieser Widerspruch erklärt sich nun sehr leicht, wenn man folgende Umstände bedenkt. Die Frankenheim-Bravais'schen Gitter galten für das eigentlich Wesentliche der Bravais'schen Theorie. Bravais selbst erwähnt ferner nur an wenigen

1) Zeitschr. f. Kryst. 15, p. 433, 1888.

Stellen die Identität seiner Moleküle mit Punktgruppen; und endlich erhalten wir aus der Bravais'schen Theorie, indem wir die Moleküle als Punktgruppen auffassen, zwar Punktanordnungen, die identisch sind mit denen der erweiterten Sohncke'schen Theorie, aber Herr Sohncke ersetzt die Punkte einer solchen Anordnung wieder durch Moleküle, während Bravais an dieser Stelle nicht über die Annahme von Punkten hinausging. Der wesentliche Theil der Sohncke'schen Theorie bleibt übrigens derjenige über die Punktanordnungen; denn die Gestalt der Moleküle kommt thatsächlich möglichst wenig in Betracht.[1]) Die Art und Weise, wie wir von der Bravais'schen auf die erweiterte Sohncke'sche Theorie übergegangen sind, ist identisch mit einem Verfahren, welches Herr Sohncke selbst anwandte, um die jetzige Theorie aus der früheren abzuleiten,[2]) man hat nämlich nur die ursprünglich ein Krystallmolekül zusammensetzenden Atome als selbständige Bestandtheile des Systems aufzufassen und ihre Abstände zu variiren.

Die enge Beziehung zwischen den beiden Theorien ist nun nicht bloss von theoretischem Interesse, sondern direkt von praktischer Bedeutung. Für die erweiterte Theorie von Herrn Sohncke liegt nämlich noch keine methodische Bearbeitung vor. Es genügte, Herrn Sohncke, als er sie aufstellte, zu beweisen, dass die Ausnahmefälle seiner früheren Theorie eine Erklärung finden. Jetzt aber, da es feststeht, dass sie in geometrischer Beziehung mit der Theorie von Bravais übereinstimmt, können wir die grosse Arbeit, welche

1) Sohncke, Erweiterung der Theorie der Krystallstructur, p. 440. „Nach der jetzigen erweiterten Theorie finden alle bekannten (und auch alle als geometrisch möglich vorausgesehenen) Krystallgestalten ohne jede Ausnahme ihre unmittelbare Erklärung in der Structur, ohne dass man zum Verständniss irgend einer besonderen geometrischen Eigenthümlichkeit auf die geometrische Beschaffenheit der Krystallbausteine zurückzugreifen braucht."

2) l. c. p. 441—442.

in den Abhandlungen von Bravais steckt, für sie verwerthen. Namentlich für diejenigen Theile der Theorie, welche den in der Natur vorkommenden Formen entsprechen, liegt dadurch eine gründliche Bearbeitung vor.

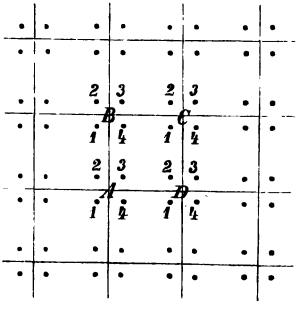
Da die geometrischen Bedingungen der erweiterten Sohncke'schen Theorie und der Bravais'schen Theorie bezüglich der Punktanordnung übereinstimmen, so sind wir im Stande, die geometrischen Resultate der letzteren direkt in der ersteren zu verwerthen.

Einige Umstände hierbei erfordern nun noch ein besonderes Eingehen. Wir dürfen nämlich irgend ein Bravais'sches Gitter nehmen und eine Punktgruppe von einer der von Bravais gegebenen Symmetrie-Formen einsetzen, so erhalten wir sicher ein System, welches der erweiterten Sohncke'schen Theorie entspricht und dessen Symmetriecharakter sich auf einfache Weise ergibt. Diese Methode ist leicht durchzuführen. Anders ist es, wenn eine solche Anordnung von Punkten von vornherein gegeben wäre und wir sollten rückwärts die Punktgruppe, die derselben zu Grunde gelegen hat, herausfinden. Es sind dann mehrere Möglichkeiten gegeben. Wir erhalten nämlich eine Punktgruppe, wenn wir von jedem der $n$ ineinander gestellten Gitter einen Punkt herausgreifen. Aber die Auswahl kann auf unendlich verschiedenartige Weisen stattfinden. Nehmen wir nur an, es wären uns $n-1$ Punkte der ursprünglichen Gruppe gegeben, so bleibt ein Gitter übrig. Irgend einen Punkt desselben können wir zu der Gruppe hinzuziehen. Man kann auf diese Weise zu Gruppen von verschiedener Symmetrie gelangen und daher ist Vorsicht geboten, wenn man auf diesem Wege über die Symmetrie der Punktanordnung etwas erfahren will. Glücklicherweise ist diese Aufgabe viel weniger wichtig als die umgekehrte, nämlich für jeden Symmetriecharakter eine Punktanordnung zu finden.

Von grösserer Bedeutung ist ein anderer Punkt, der mit dem eben besprochenen enger zusammenhängt, als man auf den ersten Blick glauben möchte. Es ist dies die Frage, welche Stellung die frühere Sohncke'sche Theorie zu der jetzigen einnimmt. Die erweiterte Theorie von Herrn Sohncke muss, da sie mit der (erweiterten) Theorie von Bravais geometrisch übereinstimmt, für alle auf die drei Symmetriemerkmale (Centrum, Axe und Ebene) gegründete Abtheilungen der Krystallsysteme völlig aufkommen. Sie muss mit jener sogar sehr viele Abtheilungen ergeben, für welche in der Natur noch keine Vertreter gefunden sind. Wozu ist unter solchen Umständen die frühere Sohncke'sche Theorie nöthig und wie kommt es, dass sie, da sie doch ein Theil der erweiterten Sohncke'schen Theorie ist, trotzdem in der Bravais'schen Theorie nicht erwähnt ist? Wir antworten: Geometrisch genommen muss sie in der Bravais'schen Theorie enthalten sein, da sie einen Theil der geometrisch mit dieser äquivalenten, erweiterten Sohncke'schen Theorie ausmacht, aber sie steckt nur implicite darin. Wie dies möglich ist, lässt sich folgendermassen erkennen. Wir haben oben schon gesehen, dass es, wenn eine Punktanordnung aus $n$ ineinandergestellten Gittern oder einem Gitter von $n$-Punktern besteht, nicht möglich ist, eindeutig die Gruppe von $n$-Punkten, welche der Construction zu Grunde gelegen hat, abzuleiten. Wenn schon $n-1$ Punkte der Gruppe richtig bestimmt wären, so kann der $n^{\text{te}}$ Punkt geometrisch irgend ein Punkt eines ganzen Gitters sein. Wir wissen nicht, welchen davon wir der Gruppe zutheilen, oder auch umgekehrt, wir wissen nicht, zu welcher Gruppe wir einen bestimmten Punkt des Gitters rechnen sollen.

Die Symmetrie der Anordnung wird aus der Symmetrie der Punktgruppe und derjenigen des Gitters zusammen abgeleitet. Da wir aber durch verschiedene Auswahl des $n^{\text{ten}}$ Punktes auch eine verschiedene Symmetrie der Punkt-

gruppe erhalten können, so werden wir aus ein und derselben geometrischen Anordnung durch verschiedene Auswahl der Gruppe Typen der Krystallstructur von verschiedener Symmetrie bekommen. Wählen wir dann z. B. eine Gruppe aus, die weniger Symmetriecharaktere mit dem Gitter gemeinsam hat, als eine andere, so kann ein gewisser Gegensatz bestehen zwischen der rein geometrischen Symmetrie der ganzen Anordnung, die keine Verbindung der Punkte unter sich enthält, und der Symmetrie, welche auf der Annahme solcher Verbindungen zu Gruppen, also einer physikalischen Annahme beruht. Man kann sich ohne Schwierigkeit diese Verhältnisse an einem besonderen Falle klar machen. Beschränken wir uns der Einfachheit halber auf die Verhältnisse in der Ebene. Das dem Gitter in der Ebene entsprechende Netz sei ein quadratisches. Die Punktgruppe bestehe ebenfalls aus den Ecken eines Quadrates, welches den Quadraten des Netzes parallel gestellt sei.




(Fig. 2.)

Sei nun die Anordnung gegeben, so können wir zu Gruppen zusammenfassen die Punkte $A_1\ A_2\ A_3\ A_4$, oder $B_1\ A_2\ A_3\ A_4$, oder $C_1\ A_2\ A_3\ C_4$ u. s. w. u. s. w. Allerdings muss es etwas wunderbar erscheinen, dass der sehr entwickelte geometrische Symmetriecharakter der ganzen Anordnung gewahrt bleiben soll, während durch die Zusammen-

gehörigkeit der Punkte die Symmetrie so sehr heruntergedrückt wird, wie in einigen der obigen Fälle. Für die höhere Symmetrie der Anordnung ohne Rücksicht auf die Verbindungen ist kein rechter Grund vorhanden. Doch lässt sich gegen solche Annahmen ein Beweis, genau genommen, nicht führen. Dieser Einfluss der Gruppenbildung auf die Symmetrie ist ein Moment, auf welches man Rücksicht nehmen muss. Besonders ist zu betonen, dass die Gruppenbildung die Symmetrie der Anordnung nicht erhöhen kann. Am natürlichsten erscheint daher wohl eine solche Verbindung zu Gruppen, durch welche die Symmetrie der Anordnung dieselbe bleibt, wie ohne Verbindungen. Unter Berücksichtigung anderer Factoren, z. B. der grösseren oder geringeren Nähe der Punkte und dergleichen, kann man aber unter Umständen auch eine andere Gruppenbildung für die naturgemässere halten. Endlich kann noch der Fall eintreten, dass keines dieser Kriterien den Ausschlag zwischen zwei verschiedenen Eintheilungen in Gruppen ergibt. Speziell gegen solche Fälle, bei denen die Gruppeneintheilung sich nicht natürlich macht, hat sich Herr Wulff gewandt. Ein Beispiel für diese Art von Systemen in der Ebene ist etwa Fig. 1. Man erkennt hier keine Gruppen, die naturgemäss zusammengehören. Es lassen sich derartige Beispiele häufen, es ist aber von grösserem Interesse zu sehen, wie sie sich construiren lassen. Wir nehmen einen Fall aus dem rhombischen System. Das Gitter sei durch Anordnung nach rechtwinkligen Parallelepipeden entstanden, die Punktgruppe bestehe aus den Ecken von jenen ähnlichen und parallel gestellten Parallelepipeden. Wir fügen noch ein Gitter von Punkten hinzu, dessen Grundpunkt sich auf einer der Kanten des Grundparallelepipeds des ersten Gitters bewegen mag. Dieser Grundpunkt wird, wenn er nicht gerade in die Mitte der Kante fällt, dem ganzen System den Charakter der Hemimorphie geben. Fällt er gerade in die Mitte, so ist

kein Grund mehr für Hemimorphie vorhanden. Aber welcher Punktgruppe können wir ihn noch zurechnen? Vorher hätte man ihn wohl in die nächstliegende aufgenommen. Jetzt liegt er nicht näher an der einen, als an der anderen, und wenn wir ihn trotzdem zu der einen oder zu der anderen rechnen, so erhalten wir wieder Punktgruppen, welche hemimorph sind, während das ganze System von einer solchen Hemimorphie geometrisch nichts erkennen lässt. Es ist also die Gruppenbildung in diesem Falle wieder sehr willkürlich und sogar eigentlich im Widerspruch mit der Symmetrie der Anordnung. Man sieht, dass solche Systeme eine direkte Folgerung aus der Bravais'schen Theorie werden, wenn wir, unter Voraussetzung der physikalischen Gleichwerthigkeit aller Punkte in der Gruppe, ihre Abstände in der letzteren variabel annehmen, so dass Punkte hierdurch in eine Beziehung zu den Nachbargruppen gerathen, die sie von vornherein nicht haben. Wenn man hierbei beachtet, dass die Gruppenbildung dann eine widernatürliche werden kann und die Symmetrie der Anordnung eine höhere als die durch die ursprünglichen Gruppen gegebene, so wird man es wohl als einen wesentlichen Fortschritt in der früheren Sohncke'schen Theorie ansehen, dass solche Fälle mit in den Kreis der Betrachtung gezogen wurden. Allerdings geschah dies, ohne dass der Beziehungen zu den Bravais'schen Anordnungen (Punktgitter mit Punktgruppe) gedacht wurde. Es geschah auch, ohne dass alle derartige Systeme behandelt wurden, denn z. B. das Beispiel aus dem rhombischen System ist keines von den Sohncke'schen Punktsystemen (der früheren Theorie). Aber es ist die Grenze, die sich Herr Sohncke gesteckt hat, eine solche, die einem sehr wichtigen Unterscheidungsmerkmal entspricht. Unser Beispiel aus dem rhombischen Systeme genügt nicht der wichtigen Bedingung, dass die Punktanordnung um alle Punkte die gleiche ist. Anordnungen, die dieser Bedingung genügen, werden natür-

lich unserem Interesse näher liegen, als andere. Ebenso sind sehr wichtig diejenigen Punktanordnungen, die neuerdings Herr Schoenflies[1]) untersucht hat, und bei denen die Anordnung um alle Punkte entweder gleich oder symmetrisch ist. Aus den bisher veröffentlichten Resultaten lässt sich die hohe Bedeutung derselben schon recht gut ersehen. Diese muss auch von denjenigen anerkannt werden, welche die Anordnungen von Herrn Schönflies nur als besonders wahrscheinliche Spezialfälle der erweiterten Sohncke'schen Theorie ansehen. Der Werth der früheren Sohncke'schen Theorie nimmt gewiss nicht dadurch ab, dass neue Gesichtspunkte in ihre Beziehungen zu der Bravais'schen Theorie kommen.

Einfacher wäre es ja, wenn man alle Spezialannahmen über die Bravais'schen Punktgruppen, durch welche Schwierigkeiten entstehen könnten, kurz dadurch abschnitte, dass man die Abstände der Punkte in der Punktgruppe von einer geringeren Grössenordnung als die Abstände der Punktgruppen untereinander voraussetzte. An Symmetrieformen (nach der Eintheilung durch Centrum, Axen und Ebenen der Symmetrie) würde man dadurch nichts verlieren und an Einfachheit würde die Theorie bedeutend gewinnen. Jedoch sind die Gründe des Herrn Wulff gegen die Anordnungen, bei denen die Punktgruppirung unnatürlich ist, wie Herr Sohncke gezeigt hat, nicht stichhaltig und es hat sich schon herausgestellt,[2]) dass gerade solche Systeme, wenn man auch chemische Begriffe mit berücksichtigt, eine besondere Bedeutung haben können. Ferner ist bereits durch Herrn Sohncke auf Beziehungen zwischen der Circularpolarisation und der Schraubenstructur hingewiesen worden, welche geeignet sind,

1) A. Schoenflies, Beitrag zur Theorie der Krystallstructur. Nachrichten v. der k. Gesellsch. d. Wiss. Göttingen 1888, p. 483.

2) Vgl. Sohncke, Erweiterung der Theorie der Krystallstructur, pag. 442. ff.

die Wichtigkeit dieser für die frühere Theorie so charakteristischen Punktanordnungen sehr klar hervortreten zu lassen. Diese Beziehungen gewinnen noch an Bedeutung, wenn man bedenkt, dass auch Mallard, der sonst auf dem Boden der Bravais'schen Theorie steht, unabhängig von Herrn Sohncke zu ganz ähnlichen Anschauungen gekommen ist. Wir werden also, damit die Theorie keine Fälle ausschliesst, die Möglichkeit solcher Systeme auch zugestehen müssen.

Leider geht dies nicht, ohne dass sich eine neue Schwierigkeit in den Weg stellt. Wir haben gesehen, wie wichtig sowohl für die praktische Krystallographie, wie für unsere Kenntniss von den Krystallisationsgesetzen die Bravais'sche Grenzbedingung ist. Sie gründet sich aber auf die Symmetrie der Gitter einerseits und die Symmetrie der Gruppen andererseits. Es liegt auf der Hand, dass man in Fällen, wo eigentlich keine Gruppen vorliegen, auch die Grenzbedingung nicht ohne weiteres anwenden kann. Es ist zu wünschen, dass auch für diese Fälle ein Ersatz für die Grenzbedingung gefunden wird. Es nützt indessen nichts, dass man sich über das Vorhandensein einer Lücke wegtäuscht, und es geht auch nicht an, dass man, um sie zu beseitigen, eine von den Annahmen, welche sie verursachten, für falsch erklärt, wenn nicht ein wirklicher Beweis gegen sie zu Gebote steht.

Man kann hier daran denken, dass einige Arbeiten über die Symmetriearten der Krystalle existiren,[1]) welche von den Theorien der Krystallstructur ganz absehen, und dass möglicherweise von den Annahmen, welche in diesen gemacht werden, um die Unterabtheilungen zu trennen, im vorliegenden Falle Gebrauch gemacht werden kann. In der That ergibt schon ein oberflächlicher Vergleich der Arbeiten mit denen

1) Curie, Bull. d. l. soc. min. d. France. Bd. 7, S. 453. — Minnigerode, Nachrichten v. d. k. Ges. d. Wiss. z. Göttingen 1884. S. 195, 374, 488. — Neues Jahrb. f. Min. etc. V. Beilage Bd. S. 145. 1887.

über Krystallstructur, dass eine eingehende Untersuchung dieser Frage sehr angebracht ist. (Die Herren Curie und Minnigerode nehmen auf die dritte Abhandlung von Bravais Études cristallographiques keine Rücksicht.) Hier soll nur darauf hingewiesen werden, da die Untersuchung ziemlich weitläufig wird.

Nachdem wir so zuerst die Bravais'sche mit der Wulff'schen und dann mit der erweiterten Sohncke'schen Theorie verglichen haben, bliebe uns formell noch übrig, den Vergleich zwischen den beiden letzteren anzustellen. Obwohl es nun kein Grundsatz ist, dass zwei Grössen mit einander verglichen sind, wenn sie mit einer dritten verglichen sind, so glauben wir doch im Obigen auch schon die Folgerungen gezogen zu haben, zu denen wir durch diesen dritten Vergleich noch geführt werden.

Es ist wohl dargethan, dass eine Berücksichtigung aller drei Theorien nothwendig ist, dass jede Theile enthält, die ihr eigenthümlich sind, und dass keine davon in ihrem jetzigen Zustande die beiden anderen ganz ersetzt.

# Das Erdbeben vom 22. Februar 1889 in der Umgegend von Neuburg a. D.

von Dr. C. W. v. Gümbel.

*(Eingelaufen 21. März.)*

In den letzten Tagen des Monats Februar dieses Jahres brachten die Zeitungen die Nachricht, dass am Nachmittage des 22. Februar kurz vor 3 Uhr in Neuburg an der Donau ein mit starkem Geräusche verbundenes Erdbeben verspürt worden sei.

Vergebens wartete man auf Mittheilungen auch aus anderen Gegenden über annähernd gleichzeitig wahrgenommene Erschütterungen. Doch waren die Nachrichten von Neuburg a. D. zu bestimmt und zu vielseitig bestätigt, um annehmen zu dürfen, dass dieselben auf Täuschungen beruhen könnten. Ich war desshalb veranlasst, Erkundigungen bei der hiesigen k. meteorologischen Centralstation einzuziehen. Darnach wurde nicht bloss die Thatsache bestätigt, sondern auch durch Mittheilungen aus der Umgegend von Neuburg a. D. der sichere Beweis geliefert, dass in jener Gegend eine namhafte Erderschütterung stattgefunden habe. Ich bin Herrn Director der k. meteorologischen Centralstation Dr. C. Lang zu besonderem Danke verpflichtet, nicht bloss dafür, dass Er mir die bezüglichen Meldungen und die Nachrichten,

welche überhaupt über Erdbeben bei der Anstalt eingelaufen waren, zur Verfügung stellte, sondern noch insbesondere dafür, dass Derselbe durch hinausgegebene Fragebogen weitere Erkundigungen über das Ereigniss einzuziehen die Güte hatte. Herrn Reallehrer Gradl in Neuburg a. D. verdanke ich gleichfalls sehr werthvolle Angaben, für welche ich auch an dieser Stelle verbindlichen Dank ausspreche.

Durch diese gefälligen Mittheilungen bin ich in die Lage versetzt, über das durch sein isolirtes Auftreten und durch die beschränkte Erstreckung ausgezeichnete Erdbeben vom 22. Februar 1889 nähere Nachrichten zu geben, welche in geologischer Beziehung nicht ohne Interesse sein dürften.

Ehe ich jedoch die verschiedenen eingesammelten Berichte hier mittheile und weitere Schlüsse daraus ziehe, scheint es zweckdienlich, erst Einiges über die geologische Constitution der nächsten Umgegend von Neuburg a. D. vorauszuschicken.

Es darf als bekannt angenommen werden, dass die Kalkschichten des Frankenjura gegen Süden zu am Rande des Donauthales auf eine grosse Strecke hin plötzlich abbrechen und dass nur an sehr wenigen Stellen kleine Vorsprünge des Kalkgebirges bis südlich über das Donauthal hinüberreichen. Es muss ferner angenommen werden, dass dieser Gebirgsabbruch an grossartigen Verwerfungsspalten sich vollzogen hat, an denen sich der abgerissene Theil der Kalkschichten in die Tiefe absenkte, wo er jetzt von jüngeren tertiären und quartären Bildungen überlagert und bedeckt im Untergrunde vergraben ist.

Neuburg liegt an diesem Abbruchsrande des fränkischen Juragebirgs unmittelbar an der Donau, zugleich aber auch an einer Stelle, an welcher oberhalb der Stadt von Steppberg an die Jurakalkschichten in einem hohen Vorgebirge auf das rechte, südliche Donauufer vorragend, wieder mit scharfer Biegung zum Hauptstocke sich zurückwenden. Ein

grosser Theil der Stadt, nämlich der westliche, ruht auf felsigem Untergrunde dieses Gebirgsvorsprungs, der andere breitet sich über das direkt angeschlossene verebnete Vorland aus. Es vertheilt sich mithin der Häusercomplex der Stadt auf theils felsigen, theils lockeren, jüngeren, meist alluvialen Untergrund.

Es sei zur besseren Orientirung noch weiter erwähnt, dass die Jurakalkschichten, welche an dem Aufbau des fränkischen Gebirgs bei Neuburg a. D. theilnehmen, den jüngsten Stufen des Malmsystems angehören. Die hohen, steilen Felsen, auf welchen das Schloss steht, bestehen aus plumpem Felskalke mit vielfachen Uebergängen in dolomitisches Gestein. Nach oben werden diese Kalke von plattigen Lagen bedeckt, dem jüngsten Gliede des Frankenjura, wie sie in der Gegend von Solenhofen bekannt sind und bei Neuburg a. D. noch dadurch sich auszeichnen, dass in den tieferen Uebergangsschichten eine sehr charakteristische Versteinerung — *Exogyra virgula* — in den grossen Steinbrüchen auf den Höhen bei den Schanzäckern und an der alten Burg vorkommt. Diese Plattenkalke reichen dann aufwärts bis Steppberg und breiten sich weithin gegen Mörnsheim und Solenhofen aus, während nach der anderen Richtung hin bei Leisacker eine Korallenkalkfacies sich entwickelt zeigt.

An diesen felsigen Untergrund lehnen sich nun zunächst südlich der Donau die mächtigen, sandig mergeligen Ablagerungen der in der Donauhochfläche so weit verbreiteten oberen Süsswassermolasse an, welche, wie z. B. in dem Eisenbahneinschnitte bei Unterhausen nächst Neuburg a. D., treibholzartige Braunkohlenstücke beherbergt und nach anderweitigen Erhebungen der oberen Miocänstufe zuzurechnen ist.

Nördlich der Donau treten dafür Süsswasserbildungen auf, welche z. B. bei Leisacker sehr zahlreiche Reste von

Land- und Süsswasser-Conchylien umschliessen, namentlich *Helix sylvana* mit ihrer Begleitfauna. Derartige in kleinen Landseen entstandene, z. Th. mit Braunkohlen vergesellschaftete Tertiärkalke ziehen sich über die Jurahöhen bis gegen Eichstädt hin.

Von noch jüngeren Ueberdeckungen sehen wir alpines Geröll und Löss in der Gegend oft in beträchtlicher Mächtigkeit verbreitet, wie sie sich in der ganzen Donauhochebene vorfinden. Dass es auch an alluvialen Bildungen nicht fehlt, ist von sich selbst verständlich. Was aber der Neuburger Gegend in dieser Beziehung ein besonderes Interesse verleiht, besteht darin, dass in nächster Nähe das so merkwürdige grosse Donaumoos liegt, welches nur durch eine ganz niedere Geröllanhäufung vom jetzigen Donauthal bei Neuburg abgetrennt ist und sich wie ein aus der Tertiärzeit stammendes, nach und nach versumpftes, altes Seebecken ansieht.

Deutet dieses Zusammentreffen verschiedener geologischer Verhältnisse, die sich auf die nächste Umgebung von Neuburg a. D. concentrirt zeigen, schon an sich auf aussergewöhnliche geologische Vorgänge, welche sich nach und nach hier vollzogen haben, so tritt dies noch besonders auffällig bei den Veränderungen hervor, welche der Lauf der Donau mit der Zeit hier erfahren hat. Es unterliegt nämlich keinem Zweifel, dass noch zu Anfang der Diluvialzeit der grosse Juravorsprung zwischen Steppberg bis Neuburg vom Donauthale nicht durchbrochen war, sondern dass die Donau durch diesen mächtigen Felsdamm aufgestaut, ihren Weg durch das Wellheimerthal nach Dollenstein nahm und von da an dann im jetzigen Altmühlthal abfloss. Es bürgen für diese Annahme die Ablagerungen quartärer Gerölle aus alpinem Gesteinsmaterial bei Hütting, Walting, Riedenburg u. s. w.

Erst später wurde die wahrscheinlich schon vorhandene, aber noch nicht zureichend vertiefte Spalte der Jurakalk-

felsen zwischen Steppberg und Neuburg dem Zuge der Donaugewässer geöffnet und es nagten sich dann mit der Zeit die Fluthen die lange, felsige Thalschlucht weiter aus, durch welche jetzt die Donau hier strömt.

Es ist hier nicht der Ort, auf diese so interessanten Veränderungen in der Ausgestaltung der Oberfläche näher einzugehen. Es genügt, gezeigt zu haben, dass Neuburg a. D. in der That an einem geologischen Knotenpunkte liegt und dass unterirdische Vorgänge, welche sich jetzt an der Oberfläche in Form von Erderschütterungen bemerkbar machen, wohl auf die eigenartige geologische Bauart des Untergrundes dieser Gegend zurückgeführt werden dürfen.

Wir theilen nun zunächst die verschiedenen Berichte über die wahrgenommenen Erscheinungen ohne weitere Kritik mit.

An die k. meteorologische Centralstelle sind folgende Stationsnachrichten eingelaufen:

1) Von Neuburg a. d. D.: Am 22. Februar Nachmittags 2 Uhr 40 Min. ertönte ein heftiger Schlag, welcher von einem kurzen unterirdischen Rollen begleitet war, so dass in vielen Häusern die Fenster klirrten. Derselbe bewegte sich anscheinend in der Richtung von W. nach O. In der unteren Stadt (Alluvialboden) wurde derselbe so heftig verspürt, dass die Inwohner der umliegenden Strassen erschreckt aus ihren Häusern eilten.

2) Möckenlohe (NNO. von Neuburg, in der Luftlinie 10 klm entfernt): Am 22. Febr. Nachmittags 2 Uhr 45 Min. ein starker Erdstoss von SO. nach NW. begleitet von donnerähnlichem Rollen verspürt; Dauer etwa 5 Sekunden.

3) Ochsenfeld (N. von Neuburg, in der Luftlinie 12 klm): Erschütterung des Pfarrhauses, Klirren der Fenster; Stunde nicht festgestellt. Bewegungen von Gegenständen wurden nicht bemerkt, wohl aber schien es, als ob Jemand im oberen Stock des Gebäudes oder auf dem Getreideboden einen schweren Gegenstand umgeworfen hätte.

4) Nachrichten, dass keine Erderschütterungen wahrgenommen worden sind, liefen ein von:

Eichstädt (N. von Neuburg, 17 klm) mit dem Bemerken, dass auf dem 6 klm SW. von Eichstädt liegenden Hauptbahnhof (Wasserzell) eine Erschütterung wahrgenommen worden sein soll.

Hofstetten (NO. von Neuburg, 18 klm).

Ingolstadt (O. von Neuburg, 17½ klm).

Holnstein (NNO. von Neuburg, 50 klm).

Velburg (NNO. von Neuburg, 64 klm).

Herr Reallehrer Gradl berichtet, dass er am 22. Febr. in seiner Wohnung sich befand, als auf einmal unter dumpfem Getöse das Haus so erschüttert wurde, dass die Fenster klirrten. Es war so, als ob ein mächtiger Baumstamm mit aller Wucht zu Boden fiele und ein paar Augenblicke lang in rollender Bewegung wäre. In vielen Häusern glaubte man, es falle der Kamin ein, oder es werde ein schwerer Kasten umgeworfen. In der gegen Südosten gelegenen Münchener Strasse (Alluvialboden) liefen die Leute aus den Häusern, weil man vermuthete, es sei der Dampfkessel eines nahe liegenden Schneidwerks explodirt. Einem Arbeiter, welcher im Holzmagazin einer Wagenfabrik beschäftigt war, kam es plötzlich vor, als ob ein sogenannter Durchzugsbalken entzweibreche. Leute, welche auf dem Kanapee lagen, sprangen auf, weil sie fürchteten, das Möbel falle um, und eine kranke Dame hatte das Gefühl, dass sie aus dem Bett fallen würde. In dem Garderobezimmer eines Offiziers wurden die bereits vorhandenen Risse in den Wänden merklich erweitert. Ein mit Zeichnen beschäftigter Lehrer in der Realschule musste die Arbeit unterbrechen, weil der Tisch heftig erschüttert wurde.

Die Erschütterung soll zwar nicht in allen Häusern wahrgenommen worden sein, war aber sonst über die ganze Stadt verbreitet.

Was die Umgegend von Neuburg betrifft, so glaubte man sowohl zwischen Heinrichsheim und Marienheim (SO. von Neuburg, $2^1/_2$ klm) als auch im Dorfe Attenfeld (N. von Neuburg, $5^1/_2$ klm) einen Kanonenschuss von Ingolstadt her zu hören. Die Erschütterung wurde sehr merkbar wahrgenommen in: Grünau und Mohrenfeld (O. von Neuburg, 6 klm), in Wagenhofen (S. von Neuburg, 4 klm) und in Bittenbrunn (NW. von Neuburg, $1^1/_2$ klm). Bei Weichering (O. von Neuburg, 10 klm) sprangen Arbeiter, welche mit Kiesgewinnung beschäftigt waren, aus der Grube, weil sie fürchteten, verschüttet zu werden.

Aus allen diesen Berichten geht hervor, dass dieses Erdbeben kein sehr heftiges und ein auf einen sehr kleinen Erschütterungsraum beschränktes war, das weder nach Ingolstadt, noch nach Eichstädt reichte und sein Epicentrum in Neuburg oder in seiner nächsten Nähe gehabt zu haben scheint. Dabei ist bemerkenswerth, dass in Neuburg selbst wenigstens ein auffälliger Unterschied in dem Grad der Erschütterung in den verschiedenen theils auf festem Fels, theils auf alluvialem Schutt gebauten Stadtvierteln sich nicht bemerkbar gemacht hat. Aus der Angabe, dass die Bewegung zuerst 2 Uhr 40 Min. in Neuburg und 2 Uhr 45 Min. in dem 10 klm entfernten Möckenlohe wahrgenommen wurde, möchte ich bezüglich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erschütterung keine Schlüsse ziehen, weil hier doch ein ungleicher Gang der Uhren stattgefunden haben könnte.

Was nun die Ursache dieses rein örtlichen Erdbebens anlangt, so muss zunächst daran erinnert werden, dass wir es hier weder mit einem sog. tektonischen, viel weniger noch mit einem vulkanischen Erdbeben zu thun haben. Die im Vorangehenden gegebenen Andeutungen über den geologischen Bau des Untergrundes dieser Gegend legen die Annahme nahe, dass an dem Kreuzungspunkte des alten Abbruchrandes des Juragebirges und der Donauthalspalte in der Tiefe eine höhlen-

artige Ausweitung im Laufe der Zeit durch die auf den Klüften reichlich circulirenden Gewässer sich gebildet haben mag, durch deren endlichen Einsturz (oder durch Loslösung eines Theils der Höhlenwandung) die als Erdbeben empfundene Erschütterung hervorgerufen wurde. Dass eine solche Bodenbewegung am stärksten da gespürt wird, wo ein Uebergang von sehr verschiedenartig gelagertem Gesteine, wie Geröll und Jurakalk stattfindet, ist allgemeine Erfahrungssache und trifft auch hier in Neuburg ein. Eine solche unterirdische Höhlenbildung ist um so wahrscheinlicher, als der zur Entstehung von Höhlen so sehr geneigte Frankendolomit, welcher bei Neuburg nur in beschränkter Weise zu Tage hervortritt, nach der geologischen Constitution im Untergrunde als mächtig entwickelt angenommen werden darf.

So weit uns Nachrichten von früheren Erdbeben, die allerdings bis in die jüngste Zeit sehr dürftig sind, bekannt wurden, ist in Neuburg a. D. bis jetzt nur 1763 eine schwache Erschütterung wahrgenommen worden. Man war allerdings bis vor Kurzem allein auf Zeitungsnachrichten bezüglich etwa da oder dort eingetretener Beben angewiesen, da bei dem im Ganzen seltenen Vorkommen von solchen Naturereignissen in Bayern es sich hier als unthunlich erwiesen hat, eigene kostspielige Veranstaltungen zum Zwecke ihrer Beobachtungen zu treffen. Erst seitdem die k. meteorologische Centralstation in München von 1879 an in dankenswerthester Weise auch die Erderschütterungen in den Kreis ihrer Beobachtungen gezogen hat und die erhaltenen Anzeigen veröffentlicht, sind für Bayern festere Anhaltspunkte gewonnen worden.

Trotz dieses Mangels älterer zuverlässiger Angaben dürfte es doch nicht des Interesses entbehren, eine Zusammenstellung der bekannt gewordenen Nachrichten über in Bayern wahrgenommene Erdbeben zu versuchen. Nicht als ob eine solche Liste irgend Anspruch auf auch nur annähernde Vollständigkeit beanspruchen wollte, kann sie doch als weiter Rahmen

dazu dienen, nach und nach die hier noch fehlenden Beobachtungen nachzutragen. Da in Bayern selbst nach allen bisherigen Wahrnehmungen nur ganz vereinzelte Erschütterungscentren liegen und die hier verspürten Beben gleichsam nur die Ausläufer von solchen Bewegungen sind, die in der näheren oder entfernteren Nachbarschaft stattgefunden haben, so schien es zweckentsprechend, auch die in den nächst benachbarten Anschlussgebieten bekannt gewordenen Erderschütterungen mit in die Liste aufzunehmen. Die hier mitgetheilten Angaben sind den Nachrichten entnommen, welche Rasch, Beuther, v. Hoff, Perrey, Mallet, Fuchs, Nöggerath und Andere über Erdbeben[1]) geliefert haben, oder welche aus Zeitungen geschöpft werden konnten. Die bei der k. meteorologischen Centralstation gesammelten Beobachtungen sind durch den Beisatz M. C. S. gekennzeichnet.

786.

Grosses Erdbeben in Bayern. (B.)

838.

Am 18. Februar Abends Erdbeben zu Mainz, Worms, Speyer.

841.

Am 2. Juni heftige Erschütterung in Würzburg mit mehr als 20 Stössen. (B.)

855.

Am 1. Januar Erdbeben zu Mainz, Worms und vielleicht Würzburg.

1021.

Grosses Erdbeben in Bayern, auch in Basel mit grossen Verheerungen wahrgenommen.

---

1) Bei dieser Aufzählung sind die schwächeren Erschütterungen in den mittelrheinischen Gegenden, Mainz, Frankfurt, Darmstadt, im Odenwald und in Strassburg nicht angeführt.

1048.

Am 15. auf den 16. Okt. Erdbeben in Constanz.

1081.

Am 26. März oder April Erdbeben in Deutschland, besonders in Mainz, mit unterirdischem Brüllen.

1112.

Am 3. Januar heftiges Erdbeben in Rothenburg mit grossen Zerstörungen.

1116.

Am 3. Januar Erdbeben in Constanz und in Württemberg (Zwiefalten). Ob nicht durch Verwechselung identisch mit dem vom Jahre 1112?

1138.

Am 5. Juni heftiges Beben in Würzburg, wobei 20 Stösse verspürt wurden. (B.)

1146.

Fünfzehn Erdstösse in 24 Stunden in Mainz bis in die Schweiz verspürt.

1198. (1197?)

Am 4. Mai grosses Beben im „Beyerland, Nordskaw an dem Behmerwald". (R.)

1212.

Stösse während 6 Monaten in Bayern.

1221.

Erdbeben in Brixen und in Tirol, auch in der Lombardei und besonders heftig in Cöln, wo Häuser einstürzten.

1289.

Erdbeben am Rhein und in Deutschland; Einstürze bei dem Bau des Münsters in Strassburg.

1329.

Am 22. Mai Abends Erdbeben zu Prag, in ganz Böhmen und in Bayern.

1348.

Am 25. Januar sehr starke Erschütterung in Wien, wobei viele Kirchen, Schlösser und Häuser einstürzten; auch in Bayern, namentlich in Regensburg, dann in Villach und Basel verspürt, dauerte 40 Tage. Es soll selbst in Rom und Neapel wahrgenommen worden sein.

1356.

Am 18. Oktober starkes Erdbeben in Rothenburg, wobei die Quelle des Wildbads zum Vorschein kam. Dasselbe wurde in Strassburg wahrgenommen und verwandelte Basel in einen Trümmerhaufen. (B.)

1357.

Am 14. Mai zwischen 7 und 8 Uhr Mgs. Erdbeben in Strassburg, das bis nach Spanien und Deutschland reichte.

1471.

Zu Nördlingen wurde der Thurm der Pfarrkirche am Montag vor Auferstehungstag umgeworfen. (Lemp.)

1511.

Am 27. März in Nördlingen und an vielen Orten in Ries ein Erdbeben. (Kissling.)

1517.

Am 26. Juni heftiges Beben in Nördlingen, durch welches der Einsturz des Pfarrkirchthums bewirkt wurde. Hierüber berichten die Nördlinger Chronisten nach der gefälligen Mittheilung des Herrn Rectors und Archivars Ch. Mayer in Nördlingen Folgendes:

„Hierauf hat sich am 26. Juni (Juli?) ein grausamer Sturmwind erhoben, der einem Erdbeben ähnlich, welcher in und um die Stadt über 2000 Häuser und Städel hart beschädigt, theils (auch die Kirchen auf St. Emmeransberg) gar niedergerissen, sonderlich die hiesigen Stadtthürme sehr erschüttert hat. Nach diesem erfolgten einige Donnerwetter mit grossen Steinen, durch welches alles übrige ruinirt wurde. .... Wie denn auch durch den vorn erwähnten Wind und

Erdbeben die St. Emmeranskirche umgerissen (der kurz ausgebrandte Thurm war stehen geblieben), die Barfüsserkirche sehr ruinirt und erschüttert, an der Carmeliterkirche die halbe Gibelmauer eingerissen, Berger- und Bopfingerthorthürme hart erschüttert und sonst an Häuser und Gärten, Bäume etc. grossen Schaden gethan, der sich über 24 000 fl. belaufen" (Weng).

„Auf St. Johann und Peter Paul der 26. Brachmonats zu Nachts um 7 Uhr kam ein solch grausames Wetter mit einem grossen Sturmwind und mit einem Erdbeben; das Wetter that Schaden alhier und im ganzen Riess. St. Emmeranskirche warf der Wind nieder. Etliche Thürme wurden hart erregt. . . . Den 26. Brachmonats hat der Wind 2. Steine von Pfeilern an St. Georgen Kirchenthurm abgeweht." (Kissling.)

1528.

Am 19. Januar um 2 Uhr Mittags Erdstoss zu Mainz. (R.)

1533.

Erdbeben am Bodensee und in der Schweiz. (B.)

1536.

Erdbeben zu Neustadt an der Orla (auch zu Wien.) (R.)

1552.

Am 6. März Erdbeben in Eger.

1556.

Am 24. Januar Erdbeben in Bayern, 4 Tage dauernd, sich bis nach Oesterreich, Ungarn, Kroatien und Dalmatien erstreckend. (B.)

1570.

Am 6. Dezember Erdbeben in Italien, das auch in Strassburg und Speyer gespürt wurde.

1571.

Am 19. Februar leichter Stoss zu Basel, Strassburg und im ganzen Elsass. Am 1. November Stösse in Innsbruck.

1572.

Am 22. Januar heftiges Beben durch drei Tage hindurch in Franken; von Innsbruck wird der 28. angegeben. Die Erscheinungen schienen identisch zu sein. Auch in München und Augsburg sollen am 28. Stösse verspürt worden sein.

1577.

Ohne bestimmtes Datum Erschütterungen zu Strassburg und Hagenau.

1588.

Bedeutendes Erdbeben in Grossgerau bei Darmstadt.

1590.

Am 12. und 13. September heftiges Erdbeben in Wien, das bis Nördlingen gespürt wurde. Der Chronist Lemp berichtet hierüber: „Es hat auch im Monat Septembri zu Wien in Oesterreich umb den 12.—13. hujus mensis wie auch alhier zu Nördlingen und anderen Orten mehr gespürt worden, grosse Erdbibem geben, welche etlicher Orten sonderlich grossen Schaden gethan haben."

1601.

Am 7. und 8. September früh zwischen 1 und 2 Uhr wurde in München, Augsburg und Speyer ein Erdbeben gespürt. Der Chronist Weng in Nördlingen berichtet: „Den 27. Nov. (wohl irrthümlich statt 7./IX.) des Morgens zwischen 5 und 6 Uhr haben wir in hiesiger Gegend ein starkes Erdbeben, welches den Galgenberg guten Theils von einander gerissen." Der Chronist Kissling dagegen führt richtig an: „Anno 1601 den 7. Septembris Morgens umb 9 und 10 Uhren war ein Erdbiben, der riss den Galgenberg von einander einen guten Theil." Dasselbe wurde auch in Frankfurt a/M. wahrgenommen.

1607.

Erschütterung zu Ebersklingen bei Würzburg.

1619.

Am 19. Januar Morgens 6—7 Uhr Erdbeben zu Frankfurt, Wiesbaden, bis Königsberg verspürt.

1624.

Am 29. November Erschütterung in der Pfalz. (Andere Angaben gehen auf das Jahr 1623.)

1625.

Erschütterung zu Ebermannsstadt. (v. Hoff.)

1626.

Im Januar Erdbeben an der Bergstrasse und zu Worms.

1642.

Am 18. November Erschütterungen zu Speyer, Darmstadt, Worms, Mainz, Cöln.

1667.

Am 30. Juni heftige Stösse zu Innsbruck. Bern, Schaffhausen und Salzburg wahrgenommen.

1670.

Am 7. Juni (?) grosses Beben in Innsbruck, Augsburg, Donauwörth, Nürnberg gespürt. Wohl dasselbe ist es, von dem der Chronist Weng in Nördlingen berichtet: „Den 7. Juli liess sich allhier ein Erdbeben verspüren, welches man aber nicht an allen Orten der Stadt verspürt hat."

1682.

Am 2. Mai Morgens 2 — 3 Uhr weit verbreitetes Erdbeben im Elsass und Lothringen bis in die Schweiz und Thüringen sich erstreckend.

1689.

Am 11. Dezember heftige Erdstösse in Innsbruck und Augsburg, welche sich am 21. heftig wiederholten.

1690.

Am 24. Nov. in der Nacht zwischen 3 und 4 Uhr hat man allhier (Nördlingen) ein Erdbeben verspürt, welches von vielen hundert Menschen vermerket worden. (Weng.) Dieses Erdbeben ist sicher dasselbe, welches vom 5. Dez. von Wien angeführt wird; das richtige Datum scheint 5. Dez. zu sein.

1690.

Am 4. Dezember um 3 U. Morgens fürchterliches Erdbeben in Wien, durch welches der Stephansthurm beschädigt wurde. Es wiederholte sich in einem 2. schwächeren Stoss Abends 7 Uhr. Man verspürte dasselbe auch in Bayreuth, Strassburg, Heidelberg, Frankfurt.

1720.

Am 20. Dezember Morgens $5^1/_2$ Uhr Erschütterung in der Schweiz und in Lindau.

1728.

Am 3. August Abends zwischen 4 und 5 Uhr Erdbeben am Oberrhein, in der Schweiz, zu Strassburg, in der Pfalz bis nach Aschaffenburg reichend mit 5 Stössen.

1733.

Am 18. Mai Mittags 2 Uhr drei Erdstösse von Hanau bis Darmstadt und Mainz.

1737.

Am 11. u. 12. Mai verspürte man Erschütterungen in Landau (Pfalz); in Carlsruhe dauerten die 67 starken Stösse bis zum 28. Mai. Leichte Stösse wurden auch in Ulm gleichzeitig mit gewaltigen Stürmen verspürt.

1750.

Am 24. Juni Beben in München und Landshut verspürt. (v. H,)

1755.

Am 1. November fand das furchtbare Erdbeben von Lissabon, welches auch am Bodensee, in Augsburg, Donauwörth und Ingolstadt wahrgenommen wurde, statt. Von den oberbayerischen Seen wird berichtet, dass sie sehr erregt waren und in heftige Wallung geriethen, namentlich der Walchen-, Achen- und Hechtsee. Am Rhein war es unbedeutend.

1755.

Am 9. Dezember Nachzuckungen des Bebens vom 1. Nov. in Lissabon, die man bis Augsburg und Ansbach spürte.

1755.

Am 19. Dezember Beben in Augsburg, Ulm, Stuttgart und längs dem Rhein. Es scheint sich am 26. Dez. wiederholt zu haben.

1756.

Am 18. u. 19. Februar grosses Erdbeben durch Mitteleuropa mit starken Zerstörungen, wurde in Worms, Nürnberg, Erlangen wahrgenommen.

Am 22. bis 24. Mai Erschütterungen in Augsburg, Ulm, Mannheim und Worms.

1761.

Am 1. März weit durch Deutschland verbreitete Erschütterung.

1763.

Am 28. Juni Morgens 5 Uhr furchtbares Erdbeben in Ungarn mit grossartigen Verheerungen, wurde aber in den Bergwerken nicht wahrgenommen. Es dehnte sich über Wien bis Neuburg und Donauwörth aus.

1769.

Am 4. August Abends 4 Uhr heftige Stösse während 17 Minuten zu Augsburg, Günzburg, Ulm, Nürnberg.

Das grosse Erdbeben zu Eichstädt und Berching vom Jahre 1769 dürfte damit zusammenfallen.

1771.

Am 11. August Morgens 9 Uhr so heftige Erdstösse zu Memmingen, Augsburg bis zum Rhein (Schaffhausen, Durlach), dass der Gottesdienst unterbrochen wurde.

1776.

Am 28. November Erschütterungen in Mannheim, wiederholt 1778 am 2. April, dann am 5. Februar 1783 und am 14. Mai 1784.

1778.

Am 22. Mai Morgens $3^1/_2$ Uhr heftige Bewegung in Augsburg und am 25. d. M. in Ulm.

1784.

Am 12. November heftige Erdstösse im Bisthum Speyer.

1785.

Am 11. Dezember Morgens $2^1/_2$ Uhr Erschütterung zu Weissenburg im Elsass.

1786.

Am 10. März Erdstösse in der Pfalz.

Am 25. August Erdstösse zu Mainburg. (?)

1787.

Am 26. August um 1 Uhr früh ein Erdstoss am Peissenberg. Am 27. August $^3/_4$ nach Mitternacht zwei Erdstösse zu München, Augsburg, Dillingen, Kempten, Landshut, Regensburg, Innsbruck, auch in Zürich und Basel gespürt.

1787.

Am 4. November heftige Erschütterungen in Mannheim, Heidelberg, Grossgerau, Hanau.

1789.

Am 13.—16. Juli Erschütterungen in Mannheim und Oggersheim.

1796.

Vom 3. auf den 4. März ein Erdstoss zu Ulm.

1802.

Am 2. Januar Morgens 6 3/4 Uhr Erdstösse in Strassburg, die sich bis in den November hinein wiederholten und am 8. Nov. auch in Weissenburg wahrgenommen wurden.

1805.

Am 21. März Beben in Innsbruck.

Am 9. Mai Erschütterung zu Strassburg, Bischweiler und Hagenau.

1805.

Am 18. August Erdstoss in Eger.

1807.

Am 22. Dezember Erschütterung in Würzburg und Düsseldorf gespürt.

1812.

Am 25. Oktober früh 7,55 Uhr ein Stoss von einer Minute Dauer in Innsbruck, auch in Trient wahrgenommen.

1817.

Am 19. August gegen 5 Uhr Abends ein so heftiger Erdstoss in Innsbruck, dass die Glocken anschlugen.

1818.

Am 22. Juli 10 Uhr Abends Erschütterung zu Innsbruck mit Gewitter.

1819.

Am 10. April verbreitetes Erdbeben in München, Augsburg, Landshut und Innsbruck wahrgenommen.

Am 24. Juni leichte Erdstösse in München.

Am 28. Juli ein heftiger Erdstoss in München.

Am 20. Dezember um 7,55 U. früh Stösse zu Mittenwald in der Richtung von S. nach N.

1820.

Am 17. Juli Morgens $7^1/_2$ U. ziemlich starke Erschütterung in Innsbruck; auch in Schwaz wahrgenommen.

Am 12. Dezember Erschütterung in Innsbruck und am 15. d. Mts. in Tirol und in Salzburg.

1822.

Am 27. Februar ein Erdstoss in Neuhausen bei Landshut, in Folge dessen ein Haus einstürzte und das Kirchengewölbe schadhaft wurde. (Ob nicht ein Erdrutsch?) (Nach anderer Angabe am 8. Februar.)

Am 28. November Morgens 10,50 U. ein starkes Erdbeben, das in Speyer, Strassburg und auch in München gespürt wurde. Für Nördlingen ist die Angabe zweifelhaft. Eine andere Angabe bezieht sich auf den 26. Nov. mit Beobachtungen von Carlsruhe, Stuttgart und Nördlingen.

1823.

Am 4. Februar Erschütterung in der Maingegend, namentlich zu Emskirchen; auch in Leipzig wahrgenommen.

Am 18. Oktober Erschütterungen in Münchberg (Fichtelgebirge).

Am 21. November $9^1/_2$ U. Abends Erdbeben zu Strassburg.

1824.

Am 9. und 13. Januar Erdstösse im Fichtelgebirge, welche wohl mit den am 18. in Eger und Falkenau verspürten in Zusammenhange stehen.

Am 17. August Morgens 10 — 11 U. Erdstösse zu N. Beerbach (Rheinhessen).

1825.

Am 5. Januar leichte Stösse zu Preuschdorf bei Weissenburg im Elsass.

Am 23. Dezember Morgens 5 U. Erschütterung in Strassburg; auch in Mannheim wahrgenommen.

1826.

Am 23. Juni Abends $8^1/_2$ U. und am 24. Morgens $4^1/_2$ U. Erdstösse in Tirol, von Innsbruck bis Trient und Roveredo.

Am 8. September früh $1^1/_2$ Uhr heftige wellenförmige Erschütterung zu Innsbruck.

Am 15. Dezember Nachmittags Erdbeben in Augsburg, Montafon, Innsbruck. In Augsburg waren die Stösse Abends $8^1/_2$ U. heftig, wellenförmig in der Richtung von O. nach W. und wiederholten sich an den folgenden Tagen.

1828.

Am 12. Januar ein leichter Erdstoss in der Richtung von NW. nach SO. zu Hohen-Memmingen, NO. von Ulm.

Am 29. November weitverbreitete Erschütterung in Lothringen und Belgien, auch in St. Wendel wahrgenommen.

1829.

Am 22. April Abends $9^1/_4$ U. Erdbeben zu Köln, in der Eifel, bis St. Wendel verspürt.

Am 30. November Abends 8 U. ein leichter Stoss zu Innsbruck, am nächsten Tag sich wiederholend.

1830.

Am 3. Dezember früh 8 U. eine von NW. nach SO. gerichtete Erschütterung zu Innsbruck, wodurch die Möbel in Bewegung geriethen.

1836.

Am 20. Juli um Mittag heftige Erdstösse zu München und Innsbruck, die auch in Oberitalien gespürt wurden.

1837.

Am 31. Mai früh $5^1/_4$ U. zwei heftige Erdstösse zu Innsbruck.

In der Nacht vom 2. zum 3. November leichter Stoss zu Karlsruhe.

1838.

Am 21. Januar $7^1/_2$ U. früh Erdbeben in Schweinfurt, vielleicht Vorläufer des Erdbebens vom 23. in Wien.

1839.

Am 7. Februar Erschütterung in den mittelrheinischen Gegenden (Karlsruhe, Heidelberg), bis Stuttgart verspürt.

1840.

Am 19. Oktober Erdbeben zu Mitterfels im bayerischen Walde, NO. von Straubing.

1841.

Am 16. Oktober Erschütterung zu Werfen im Salzachthale, S. von Salzburg.

1845.

Am 21. April Erschütterung zu Oppenheim in Rheinhessen.

1846.

Am 29. Juli, Abends $9^3/_4$ U. grosses Erdbeben am Niederrhein, welches bis Strassburg und Freiburg, selbst auch noch in Würzburg und Schweinfurt, wahrgenommen wurde.

1851.

Am 12. Juli in der Nacht 3,30 U. Erschütterungen in den Vogesen.

1855.

Am 25. Juli grosses Walliser Erdbeben von Visp, scheint nicht in Tirol wahrgenommen worden zu sein, wurde jedoch gespürt in Coburg, Ingolstadt, Stuttgart, Zweibrücken und Saarbrücken. Gleichzeitig herrschte in München ein furchtbarer Sturm.

1856.

Am 12. Januar Morgens 5 U. Erdstoss in Meisenheim, gleichzeitig mit dem Erdbeben zu Lissabon.

Am 12. Oktober in Reuti bei Seefeld in Tirol.

1857.

Am 7. Juni Beben in Sachsen und Thüringen.

1858.

Am 28. Januar Stösse in Passau.

Am 24. Mai Abends vor 6 Uhr drei heftige Stösse in Mainz, Eppstein und Mannheim.

1865.

Am 21. Februar 1,40 U. Mittags heftige Erschütterung zu Kundel im Innthale, am 22. wiederholt.

1865.

Am 24. Juli Erschütterungen in Innsbruck, wiederholt am 6. Nov. Mgs. 5,43 U. in Innsbruck, Rattenburg, Kufstein.

1869.

Am 13. Januar Erschütterungen in Darmstadt und Aschaffenburg.

Am 17. Juni Beben in Eger.

Am 22. Oktober Nachts 11,40 U. Erdbeben am Niederrhein, bis Lebach, Saarbrücken und St. Wendel wahrgenommen.

Am 30. Oktober Beginn des rheinischen Erdbebens von Grossgerau, das bis in den Juni 1872 andauerte. Die Bewegung vom 30. Oktober wurde in Saarbrücken und Aschaffenburg verspürt. Die einzelnen Erschütterungen während dieser Zeitperiode in dieser Gegend, z. B. in Darmstadt u. s. w., werden in Folgendem nicht weiter angeführt.

1869.

Am 25. November Morgens $3^1/_2$ Uhr Erschütterung in Innsbruck.

1870.

Am 18. März Mgs. 5,10 U. heftiges Beben in Friedrichshafen am Bodensee.

Am 19. April Erschütterungen im Unterinnthale, namentlich in Kundel.

1871.

Am 10. Februar Erschütterungen Mgs. 5,26 U. durch die ganze Rheinpfalz, verspürt von Mannheim bis Saarbrücken. Dieselben mögen mit den Grossgerauer Beben zusammenhängen, das sich am 25. bis nach Aschaffenburg fühlbar machte.

Am 15. Februar wiederholte Stösse im Unterinnthale zu Kundel.

Am 29. auf den 30. August Erschütterungen im Bad Kreuth.

Am 13. Oktober Abends 8 U. Erdbeben im sächsischen Voigtlande.

1872.

Am 6. März um 4 U. Nachmittags weit verbreitetes Erdbeben durch Deutschland (sog. Mitteldeutsches Erdbeben) von München bis Berlin wahrgenommen. Das Epicentrum lag im Amte Gehren in Thüringen. Erschütterungen wurden u. A. verspürt im Fichtelgebirge, in Culmbach, Bamberg, Würzburg, Cham, Regensburg, München.

Am 23. April Mgs. 7 U. Erschütterungen in Innsbruck.

Am 7. und 8. August ebendaselbst, bis Jenbach im Innthale wahrgenommen.

Am 26. und 27. September Stösse in Salzburg.

1873.

Am 15. Januar Nachts 2,25 U. Beben zu Tauberbischofsheim.

Am 19. Januar 5 U. Morgens starkes Beben in der Rheinebene zu Mannheim, Worms, Dürkheim, am 20. Nachts 2 U. in Heidelberg sich wiederholend.

Am 10. und 11. März, am 27. Okt. u. 20. Dezember Erschütterungen im Grossgerauer Gebiete.

Am 29. Juni 5 U. Morgens grosses Erdbeben von Belluno, welches auch in Salzburg, Rosenheim, Tegernsee und München hier um 4,56 U. wahrgenommen wurde.

Am 7. Oktober Mgs. 3,30 U. Erschütterungen in Mannheim, welche auch in Franken und Württemberg gespürt wurden.

1874.

Am 6. Januar, 12. Februar und 22. Mai Erschütterungen im Grossgerauer Gebiet.

Am 10. Februar heftige Erschütterungen in Württemberg (Stuttgart) bis Heidelberg, Mannheim und Saarbrücken.

Am 13. April Mgs. 3 U. in Framersheim in Rheinhessen Erschütterungen im O.-W. Richtung mit Getöse.

Am 12. November 2 U. Nachts Stösse in Innsbruck, welche sich am 19. Nov. 2 U. Mgs., am 2. Dez. Nachts 1,52 U. und sehr heftig am 3. Dezember wiederholten.

1875.

Am 3. März Mittags 4,30 Uhr Erschütterungen in Kufstein.

Am 23. November Nachts 12,50 U. Beben im Vogtlande zu Plauen, Reichenbach, Oelsnitz, aber weder in Hof, noch in Hirschberg wahrgenommen.

Am 13. Dezember Erschütterungen in der Bodenseegegend.

1876.

Am 5. Januar Nachts 12 U. schwaches Beben in Innsbruck, ebenso am 22., 23. und 27. Mai.

Am 7. Mai Abs. 8,30 U. starkes Beben in Reichenhall.

Anfangs Juli, am 5. August und 7. September wiederholtes Beben im Grossgerauer Gebiet.

Am 17. Juli Erdbeben von Scheibbs, das sich bis Wien, Passau und Dresden erstreckte.

Am 17. August Erschütterung in Kitzingen.

1877.

Am 27. Februar heftige Erdstösse zwischen Obernbreit und Iffigheim bei Kitzingen.

Am 11. März Abends 6,20 U. Erschütterungen in Innsbruck und Hall.

Am 8. April Abends 7,40 U. heftige Erschütterung in Rattenberg im Innthale.

Am 11. Oktober Mgs. 10,35 U. ebendaselbst.

1878.

Am 3. Januar Abends 7,46 U. Erschütterungen in Innsbruck, die sich am 10. Abds. 10,15 U., am 2. Februar Abds. 8,40 U. und am 9. August wiederholten.

Am 5. Februar Morgens 6,46 U. Beben in Heidelberg.

Am 29. März Morgens 8,52 U. Erschütterungen in Strassburg.

Am 19. Juli heftiges Erdbeben zu Jenbach im Innthale.

Am 26. August Morgens grosses niederrheinisches Erdbeben mit einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 7 Meilen in der Minute bei einer Herdtiefe von beiläufig 8,77 Meilen, erstreckte sich bis Kaiserslautern, Landstuhl, Homburg und Strassburg.

Am 14. und 15. Dezember Erschütterungen in Seefeld bei Mittenwald.

1879.

Am 9. Februar starkes Erdbeben zu Elmen im oberen Lechthale, von S. nach N. verlaufend.

Am 17. Februar Abends $8^1/_2$ U. starke Erdstösse in Kufstein, noch heftige in Kiefersfelden; auch in Audorf gespürt.

Am 19. November Morgens $5^3/_4$ U. leichte Stösse in Innsbruck.

Am 29. November Abends 7 u. $9^1/_2$ U. Erdstoss von SW. nach NO. gerichtet in Kiefersfelden. (M. C. S.)

Am 6. Dezember Morgens $4^1/_2$ U. ein Erdstoss von SO. nach NW. in Metten. (M. C. S.)

1880.

Am 24. Januar Abends 7,41 U. starkes pfälzisches Erdbeben, dessen Centrum mit den Orten Wörth, Langenkandel, Billigheim und rechtsrheinisch mit Maxau, Daxlanden und Neureuth bezeichnet wird, erstreckte sich bis Zweibrücken einerseits, bis Stuttgart und Steinheim andererseits. In Landau (M. C. S.) wurde es Abends 7,47 U., 2 bis 3 Sek. dauernd, in O. nach W. verlaufend, wahrgenommen. Fensterklirren wurde nicht beobachtet.

Die Stösse wiederholten sich Nachts 11—12 U. und am 25. Morgens 3,35 U.

Am 5. März Erdbeben im ganzen inneren Bregenzer Walde.

Am 4. Juli grosses Erdbeben in der Po-Ebene, durch die Schweiz bis nach Constanz und in den Schwarzwald reichend.

Am 26. Juli Morgens 8,23 U. Erzitterung des Bodens zu Sulzbürg bei Neumarkt. (M. C. S.)

Am 29. August Morgens $1^1/_2$ U. Erschütterung in Innsbruck.

Am 14. November Mgs. 8,25 U. in Mittenwald drei Erdstösse von SSW. nach NNO., der erste Stoss heftig, der letzte schwach. Dieselbe Erscheinung wurde gleichzeitig im benachbarten Scharnitz mit unterirdischem Grollen und Zittern der Möbel (M. C. S.) und um 8,30 U. Mgs. auch in Innsbruck wahrgenommen.

Am 14. Dezember Abends 8 U. Erschütterung in N.-S. Richtung in Mittenwald und Partenkirchen.

1881.

Am 10. auf 11. Februar zwei Stösse in Deggendorf. (M. C. S.)

Am 24. Februar Abends 8 U. Erschütterungen in Ludwigshafen am Bodensee.

Am 23. April Abds. 7,45 U. Erdstoss in Neunburg v. W. in SW.—NO.-Richtung mit donnerähnlichem Rollen (M. C. S.) In S. u. SO. Theil der Stadt wurden 2 Stösse wahrgenommen. Viele Leute eilten bestürzt aus den Häusern. Die Bewegung war an Tischen und Bänken bemerkbar. Gleichzeitig wurde die Erscheinung verspürt in Kroblitz, Eichsendorf, Schwarzhofen, Denglarn, Görnitz, überhaupt im Schwarzachthale. (M. C. S.)

Dasselbe Beben wurde Abends 7,30 U. in Eslarn, NO. von Neunburg v. W., 7 Sek. dauernd, mit anfangs starken, sich nach und nach verschwächenden Undulationen in der Richtung von SSO. nach NNW. beobachtet. (M. C.S.)

Am 19. Juli Abends 9,35 U. heftiges Erdbeben von Arzl bei Innsbruck.

Am 5. November Mgs. 10,15 U. heftiges Erdbeben in Landeck, das sich bis ins Walser Thal und in den Bregenzer Wald erstreckte.

Am 18. November Mgs. 4,53 U. grosses Erdbeben in der Schweiz, das bis zum Bodensee wahrgenommen wurde.

Am 20. Dezember Nachm. 4,45 U. Erdbebenstoss auf dem Hohenpeissenberg mit starkem Sturm.

1882.

Am 23. Januar Mgs. 10,50 U. wellenförmige Erschütterung mit dumpfem Getöse in Bad Oberdorf bei Hindelang. (M. C. S.)

1883.

Am 8. Januar Mgs. 11 U. zu Wegscheid im bayerischen Walde ein Erdbeben in der Richtung von N. nach S. (M. C. S.)

Am 21. Juni Morgens $4^1/_2$ U. Erdbeben in Hohenschwangau ohne nähere Details. (M. C. S.)

Am 29. September Nachts $10^3/_4$ und 11 U. grosses Fichtelgebirgs-Erdbeben mit Getöse, wie wenn ein schwerbeladener Wagen durch die Strassen fährt. (Hof.) Wahr-

genommen wurde die Erschütterung ausser in Hof noch in Münchberg mit dumpfem Rollen, heftiger im Förbau, wo die Leute aus dem Schlafe geweckt wurden, in Vordorf bei Wunsiedel in der Richtung von W. nach O. um $10^1/_2$ U. als starkes Rollen und darauffolgendem Stosse, so dass Thüren knarrten, in Selb, in Markleuthen, in Helmbrechts 10,50—52 U. als sehr heftiger Stoss mit Geräusch, als ob ein Courierzug vorbeiführe; dabei wackelten Tische, Bänke, Gläser, so dass die Leute nach der Ursache im Hause herumleuchteten. In Wüstenselbitz wurden gleichfalls Stoss und Geräusch wahrgenommen. (M. C. S.)

1885.

Am 15. Februar Nachts $10^1/_4$ U. heftiger Erdstoss mit starken Rollen in Kiefersfelden im Innthale.

Am 2. Mai Nachts 12,5 U. in Passau ein 8 Sek. andauerndes Erdbeben, das auch in Linz beobachtet wurde. Weitere Wahrnehmungen wurden gemacht in Egglkam SW. von Passau 12,26 U. als starker, von S. nach N. verlaufender Erdstoss; in Metten als Erschütterungen der Klostergebäulichkeiten, in Viechtach um 12,15 U. als sehr fühlbare Erschütterung, so dass die Leute aus den Betten zu fallen glaubten, die Thüren knarrten, die Fenster klirrten, kleine Gegenstände umfielen und Urgewichte in Schwingungen versetzt wurden. Nach $1^1/_2$ Min. Ruhe folgten noch schnell nach einander 3—4 Schwingungen. In Asch spürte man die Bewegung um $12^1/_2$ U. in der Richtung von NO. nach SW.; in Wegscheid war dieselbe ziemlich heftig, in Obernzell um 12,15 U., in Osterhofen um 12,05 U. als zwei leichte, rasch aufeinander folgende Erdstösse, in Ergoldsbach durch das Klirren der Thüren eines Güterwaggons wahrgenommen worden. In Ingolstadt war der Stoss auf dem oberen Stadtpfarrthurme so heftig, dass in einer Kammer nächst den Feuerglocken Kinder aus dem Schlafe geweckt

ans den Betten sprangen. In Burghausen bemerkte man um 12,15 U. zwei heftige Stösse und einen dritten schwächeren. Das Erdbeben wurde ausserdem gespürt in Obernzell, Freyung, Vilshofen, Aidenbach, Griesbach, Landau a./I., Rossbach bei Eggenfelden bis Landshut. (M. C. S.)

Am 29. Dezember Nachts wurde in Partenkirchen ein schwacher Erdstoss in der Richtung SO.—NW. wahrgenommen, wobei in den oberen Stockwerken Betten, Bilder und Tische erschüttert wurden. (M. C. S.)

1886.

Am 15. März Nachts 12½ U. spürte man in Mainz zwei wellenförmige Erdstösse von NO. kommend; es wurden die Leute aus dem Schlafe geweckt und lose Gegenstände umgestürzt. (M. C. S.)

Am 30. August Mittags 2,15 U. wurden in Kastl bei Amberg zwei von W. nach O. gehende, rasch nach einander folgende Erdstösse verspürt und ein Geräusch wie das Rollen eines Brückenwagens über das Pflaster vernommen. (M. C. S.)

Am 28. November weit verbreitetes Erdbeben im bayerischen Voralpenland, trat um 11 U. Nachts in Obergriesbach (Station der Eisenbahn zwischen Friedberg und Aichach) so heftig auf, dass die Mauer an der Westseite des Pfarrhofstadels gehoben und an einer Ecke auswärts gewendet wurde, wodurch starke Risse entstanden. Dasselbe wurde wahrgenommen in München um 11¼ U., in Ingolstadt um 11¼ U., zu gleicher Zeit in Garmisch in der Richtung von SO. nach NW., in Oberstdorf in der Richtung von S. nach N., in Memmingen um 11.20 U. schwach in der Richtung von O. nach W., in Treuchlingen um 11,20 U. bis nach Trogen bei St. Gallen um 11 U. (M. C. S.)

1887.

Am 26. Juli wurden in Obernzell bei Passau um 11,55 U. Vormittags drei ziemlich starke Erschütterungen mit Stössen in der Richtung von NO. nach SW., begleitet

von donnerähnlichen, schwächer werdenden Rollen wahrgenommen. (M. C. S.)

Am 17. Dezember Morgens 3 U. erfolgte in Wiesen im Spessart ein leichter Erdstoss unter donnerähnlichem Getöse, 4 Sek. dauernd. (M. C. S.)

1888.

Am 25. April wurden in den Graphitgruben bei Pfaffenreuth, NO. von Passau, zwei Erdstösse wahrgenommen, durch welche leichte Gegenstände in schwankende Bewegung versetzt wurden. (M. C. S.)

1889.

Am 9. Februar wurden in Neunburg v./W. um 2,15 U. Mittags und 6,10 Abends von N. nach S. verlaufende Erschütterungen von 5—8 Sek. Dauer, begleitet von donnerähnlichem Rollen, wahrgenommen. (M. C. S.)

Am 22. Februar ereignete sich in Neuburg a. D. das eingangs beschriebene Erdbeben. (M. C. S.)

# Inhalt.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen sind in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.

## *Sitzung vom 5. Januar 1889.*


Seite

K. Haushofer: a) Ueber eine Methode zum mikroskopischen Nachweis von Tantal und Niob; b) Ueber das Verhalten der Silikate im Phosphorsalz; c) Ueber künstlich hergestellte Krystalle von Anhydrit; d) Ueber den Lenzinit 1

*R. Hertwig: Ueber die Ursachen der geschlechtlichen Differenzirung . . . . . 1

E. Bergeat: Ueber eine krystallisirte Säure aus der Schweinegalle . . . . . 17


## *Sitzung vom 9. Februar 1889.*


H. Seeliger: Ueber optische Ungleichheiten in der Bewegung der Doppelsterne . . . . . 19

Andr. Miller: Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Elasticität der Metalle . . . . . 33

*A. v. Baeyer: Ueber die Reduction der Terephtalsäure . . 19

*A. Brill: Ueber die reducirte Resultante . . . . . 19


## *Sitzung vom 2. März 1889.*


Eug. Blasius: Ueber die Beziehungen zwischen den Theorien der Krystallstructur und über die systematische Eintheilung der Krystalle . . . . . 47

C. W. v. Gümbel: Ueber das Erdbeben vom 22. Februar 1889 in der Umgegend von Neuburg a. D. . . . . 79



Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.

48.62

DEC 31 1889

# Sitzungsberichte

der

## mathematisch-physikalischen Classe

der

## k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

1889. Heft II.

München.
Verlag der K. Akademie.
1889.

In Commission bei G. Franz.

HARVARD COLLEGE
DEC 31 1889
LIBRARY

# Sitzungsberichte

der

## königl. bayer. Akademie der Wissenschaften.

---

## Oeffentliche Sitzung der königl. Akademie der Wissenschaften

zur Feier des 130. Stiftungstages

am 28. März 1889.

---

Der Sekretär der mathematisch-physikalischen Classe, Herr C. v. Voit, theilt mit, dass die mathematisch-physikalische Classe im vergangenen Jahre drei ihrer auswärtigen Mitglieder durch den Tod verloren hat, nämlich den Professor der Mineralogie und Geognosie und geheimen Bergrath Gerhard vom Rath in Bonn, den Professor der Physik und geheimen Regierungsrath Rudolf Clausius in Bonn, und den Professor der Physiologie Franz Cornelius Donders in Utrecht.

### Gerhard vom Rath.

Gerhard vom Rath, einer der verdienstvollsten und kenntnissreichsten Mineralogen, ist am 23. April 1888 zu Coblenz im Beginn einer nach Italien geplanten Erholungsreise in Folge eines Schlaganfalles aus dem Leben geschieden; er war, wenn auch ermüdet von angestrengter Thätigkeit, doch noch rüstig an Körper und Geist und mit Plänen für weitere wissenschaftliche Untersuchungen beschäftiget. Er

gehörte zu denjenigen Forschern, welche durch rastlose, sorgfältige Arbeit die Wissenschaft um eine grosse Anzahl wichtiger Thatsachen bereichert haben.

Gerhard vom Rath erblickte zu Duisburg am 23. August 1830 das Licht der Welt. Trotz eines sehr ansehnlichen Vermögens wurde er im elterlichen Hause zu Cöln in schlichter Weise erzogen; schon im Gymnasium, welches er im Herbst 1848 absolvirte, zeigte sich der beharrliche Fleiss und die Lust zur Arbeit, die er während seines ganzen Lebens behielt. An die Universität Bonn übergetreten, interessirte er sich zunächst besonders für Mathematik und Astronomie; zur weiteren Ausbildung in diesen Wissenschaften sowie zur Uebung in der französischen Sprache begab er sich im Sommer 1849 nach Genf, woselbst er die Vorlesungen des Astronomen E. Plantamour, des Physikers Pictet und des Geologen A. Favre hörte.

Wie bei so manchem Anderen, wurde auch bei vom Rath durch die herrliche Natur Genfs, durch den Anblick der gewaltigen Berge und durch die Eindrücke bei seinen Wanderungen durch die Alpen, die er von Genf bis Wien zu Fuss durchzog, die Neigung für die Geologie geweckt. So kam es, dass er nach der Rückkehr nach Bonn sich mit den verschiedenen Gebieten der Naturwissenschaft vertraut machte und dann in Berlin, wohin er im Frühjahr 1852 sich begab, vorzüglich bei Ch. S. Weiss und Gustav Rose Mineralogie und Geognosie betrieb und im chemischen Laboratorium bei Rammelsberg arbeitete. Der Einfluss von Gustav Rose, der in richtiger Erkenntniss der Talente des jungen Mannes die Bestrebungen desselben förderte und ihn in den glänzenden Kreis der damaligen Berliner Naturforscher einführte, war für die Richtung, die vom Rath nun einschlug, bestimmend; denn er begann die von den Gebrüdern Rose mit so grossem Erfolg betretene Bahn weiter zu führen.

Nachdem er auf Grund einer Dissertation, welche von

der chemischen Zusammensetzung des Wernerits und von der Veränderung dieses Minerals durch die Verwitterung handelte, im Juli 1853 zu Berlin zum Doktor promovirt worden war und dann noch mehrmals längere Zeit bei den Gebrüdern Rose wissenschaftlich thätig gewesen war, kehrte er in seine rheinische Heimath zurück. Er blieb derselben von nun an getreu und verliess sie nur, um auf Reisen das Material für seine wissenschaftlichen Arbeiten zu sammeln.

Im Jahre 1856 habilitirte er sich für Mineralogie und Geognosie an der Universität Bonn, wo damals J. J. Nöggerath ordentlicher Professor für diese Fächer und Vorstand des mineralogischen Museums war. 1863 wurde er zum ausserordentlichen, 1872 zum ordentlichen Professor der Mineralogie und Geognosie, später nach dem Rücktritt Nöggeraths auch zum Direktor des mineralogischen Museums ernannt. Im Jahre 1880 legte er die Direktion des Museums nieder, 1888 nahm er auch seinen Abschied als ordentlicher Professor, verblieb aber als ordentlicher Honorarprofessor im Verbande der Universität zu Bonn, die ihm so viel verdankt.

Die unausgesetzte wissenschaftliche Thätigkeit vom Raths bewegte sich in drei Richtungen, in mineral-chemischer, in krystallographischer und in petrographisch-geologischer. Alle seine Beobachtungen und Untersuchungen waren in hohem Grade zuverlässig, die Darstellung derselben zeichnete sich durch Klarheit und schöne Form aus und hielt sich frei von unsicheren Hypothesen.

Er hatte sich alsbald in seinem Hause aus eigenen Mitteln ein chemisches Laboratorium eingerichtet, in dem er die Zusammensetzung einer grossen Anzahl von Mineralien und Gesteinen feststellte.

Von besonderem Werthe sind seine Untersuchungen über die äusseren Formen der Krystalle. Durch eine reiche Erfahrung und eine feine Beobachtungsgabe hatte er sich zum ersten Kenner auf diesem Gebiete aufgeschwungen, und es

gelang ihm, indem er das Charakteristische der Erscheinungen erfasste, die Symmetrieverhältnisse sowie die verwickeltsten Zwillingsbildungen klar zu legen und diese Formen durch wahrhaft kunstvolle Zeichnungen wieder zu geben. In solcher Weise bestimmte er die Krystallform zahlreicher Mineralien. Besonders hervorzuheben ist die Erkennung der Gestalt des Apatits aus dem Pfitschthale in Tyrol; die Entdeckung, dass die sitzenden vesuvischen Leucitkrystalle nicht dem regulären, sondern dem quadratischen System angehören; die wichtigen Beobachtungen an den Krystallen des Quarzes und des Kalkspathes sowie an den regulären Metallen, dem Kupfer, Silber und Gold; die Studien über die vesuvischen und schwedischen Humite, über die verschiedenen Glieder der Feldspathgruppe, über die Zwillingsverwachsungen der Plagioklase, über den Tridymit, eine neue krystallisirte Modifikation des Kieselsäureanhydrits, und über den Cyanit vom Greiner in Tyrol.

Die petrographisch-geologischen Arbeiten endlich befassen sich vorzüglich mit der Untersuchung der südalpinen Eruptionsgebiete und der italienischen Vulkandistrikte, auch der vulkanischen Distrikte des Siebengebirges und des Laacher-Sees, welche ihn zu vielerlei wichtigen Beobachtungen führten.

Er liebte es auch, das auf seinen vielen Reisen nach der Schweiz, Oesterreich, Italien, Frankreich, England, Skandinavien, Griechenland, Kleinasien, Nordamerika und Mexiko Gesehene in gemeinverständlicher Weise darzustellen. In lebhaften Farben schilderte er dabei die Eigenthümlichkeiten der Landschaft und deren geologischen Verhältnisse, namentlich die vulkanischen Erscheinungen, aber auch das Leben und die Sitten des Volkes.

Grosse Verdienste erwarb er sich um die mineralogische Sammlung der Bonner Universität, welche er durch seine Freigebigkeit und seinen Eifer zu einer der umfangreichsten und werthvollsten erhob.

Um das Bild des edlen Mannes zu vervollständigen, verdient noch hervorgehoben zu werden, dass er sein beträchtliches Vermögen nicht für vergängliche Genüsse, sondern für die Förderung der Wissenschaft und für in der Stille geübte Wohlthaten an Arme und Bedürftige verwendete.

Das, was er für die Wissenschaft gethan, wird für dieselbe nicht verloren gehen.[1])

## Rudolf Clausius.

Mit Clausius ist wieder einer der hervorragenden Physiker, denen wir die heutige Gestaltung dieser Wissenschaft verdanken, aus dem Leben geschieden, in dem er bis in die letzten Jahre mit so grossem Erfolge thätig war. Seinem durchdringenden Geiste gelang es, eine Reihe schwieriger physikalischer Probleme durch mathematische Behandlung klar zu legen und dadurch einige Fundamentalsätze der theoretischen Physik zu begründen.

Sein äusserer Lebensgang war ein einfacher wie zumeist der eines Gelehrten; reich aber waren die 66 Jahre seines Daseins an wissenschaftlicher Arbeit und an Erfolgen.

Clausius wurde am 2. Januar 1822 zu Köslin in Pommern geboren, woselbst damals sein Vater das Amt eines Regierungsschulrathes bekleidete. Nachdem der letztere als Pfarrer und Superintendent nach Uckermünde gekommen war, erhielt der Sohn zunächst in der väterlichen Schule den ersten Unterricht. Er besuchte dann das Gymnasium zu Stettin und trat im Jahre 1840 an die Universität Berlin über, woselbst er die historischen Vorlesungen von Leopold Ranke

1) Mit Benützung der Lebensskizze von H. Laspeyres (Vortrag auf der Generalversammlung des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande, Westfalens und des Regierungsbezirkes Osnabrück zu Bonn am 22. Mai 1888) sowie auch der Leopoldina 1888 Nr. 11 und 12, S. 113.

hörte, vor Allem aber eifrig Mathematik und Physik betrieb, für welche Fächer er schon frühe ein ausgesprochenes Talent zeigte. Er hatte das Glück, ein Schüler von Männern wie Dirchilet, Dove, Magnus, Ohm, Steiner zu sein. Er musste bald die Aufmerksamkeit auf sich gelenkt haben, denn schon im Jahre 1844 treffen wir ihn als Lehrer an dem Friedrich-Werder'schen Gymnasium in Berlin, an dem er während 6 Jahren thätig war. Nachdem er 1848 in Halle zum Doktor promovirt worden war, erhielt er 1850 die Stelle als Lehrer der Physik an der kgl. Artillerie- und Ingenieurschule zu Berlin und habilitirte sich als Privatdozent an der Universität, womit seine Wirksamkeit als Forscher begann. Im Jahre 1855 bekam er einen Ruf als Professor der Physik an das Polytechnikum in Zürich; zwei Jahre darauf übernahm er auch dieselbe Professur an der Züricher Universität. 1867 siedelte er an die Universität Würzburg über und 1869 an die Universität Bonn, wo er trotz glänzender Rufe nach Strassburg und Göttingen verblieb.

Clausius trat zu einer Zeit in die Wissenschaft ein, in der das schon längst von verschiedenen Forschern anerkannte Gesetz von der Erhaltung der Kraft wieder belebt worden war und in der man daran ging, die Consequenzen dieses Gesetzes, nach dem Standpunkte der neueren Kenntnisse, im weiteren Umfang für die Lehre von der Wärme, der Elektrizität und dem Magnetismus, ja auch für die Lebensvorgänge zu ziehen, indem man nicht nur abermals und bestimmter aussprach, dass Wärme in andere Bewegungen und in Arbeit und umgekehrt übergehen könne, sondern auch messende Versuche anstellte und das mechanische Aequivalent der Arbeit ermittelte.

Clausius verfolgte in dieser Richtung zunächst die Vorgänge der Wärme und es gelang ihm bald, Gesetze für die Wärmelehre abzuleiten, welche später unter der Bezeichnung der mechanischen Wärmetheorie zusammengefasst wurden.

Der erste schon vor ihm bekannte Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie ist der von der Aequivalenz von Wärme und Arbeit und er führt zu der Vorstellung, dass die gesammte Summe der in einem abgeschlossenen System, also auch in dem Weltall, enthaltenen Energie konstant ist. Wenn man die Arbeit nicht nach mechanischen Einheiten, sondern in Wärmemaass ausdrückt, und dieselbe mit dem Namen „Werk" belegt, so kann man nach Clausius den ersten Hauptsatz auch so formuliren, dass man sagt, die algebraische Summe von Wärme- und Werkerzeugung ist in jedem Prozesse gleich Null.

Clausius fügte zu diesem ersten Hauptsatz sein eigenstes und grösstes Werk, den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, mit welchem er sich vom Jahre 1850 bis zum Jahre 1865 beschäftigte und welchen er in immer vollendeterer Weise in geistvollen Arbeiten begründete. Er stellte den Grundsatz auf, dass zwar ein Wärmeübergang von einer höheren zu einer niederen Temperatur ohne Weiteres stattfinde, jedoch nicht von selbst aus einem kälteren zu einem wärmeren Körper; letzteres geschähe nur dann, wenn gleichzeitig in den beiden Körpern eine andere die erstere compensirende Veränderung vor sich gehe. Aus diesem Grundsatz leitete er nun den zweiten Hauptsatz ab, den Satz von der Aequivalenz der Verwandlungen, welcher aussagt, dass ausser der nach dem ersten Hauptsatz stattfindenden Verwandlung von Wärme in mechanische Arbeit noch eine weitere Verwandlung möglich ist, nämlich von Wärme der einen Temperatur in Wärme einer anderen Temperatur. Der Aequivalenzwerth dieser letzteren Verwandlung ist abhängig von der Temperatur, bei welcher die Verwandlung stattfindet, und gleich dem Quotienten aus der Menge der übergehenden Wärme und der absoluten Temperatur. Daraus kommt er zu der Schlussfolgerung, dass die algebraische Summe aller Verwandlungen nur positiv oder im Grenzfall

Null werden kann; unkompensirte Verwandlungen oder nicht umkehrbare Kreisprocesse können nur positiv sein, umkehrbare Kreisprozesse geben den Grenzfall Null. Die algebraische Summe aller Verwandlungen nennt Clausius die Entropie, und er kam in Anwendung seines Grundsatzes auf das Weltall zu dem Schlusse, auf den schon Thomson aufmerksam gemacht hatte, dass das Weltall sich ohne Unterlass einem Grenzzustande nähert; er sprach dies in den Worten aus: die Energie der Welt ist konstant, die Entropie derselben strebt aber einem Maximum zu, bei dem also die Temperaturdifferenzen im Weltall sich ausgeglichen haben und die Kräfte keine neuen Bewegungen zu erzeugen vermögen.

Er benützte seine Theorie auch zur Erklärung von Eigenschaften der Wärme, z. B. der specifischen und latenten Wärme, namentlich aber übertrug er sie auf die Vorgänge in der Dampfmaschine, wodurch er neue Vorstellungen über dieselbe anbahnte, welche, auf alle Wärmemotoren übertragen, wichtige Folgen im Maschinenbau nach sich gezogen haben. Auch auf die elektrischen Erscheinungen wendete er die beiden Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie an, indem er in gleicher Weise die Wärmeentwicklung durch Elektrizität, die thermoelektrischen Wirkungen, die Leitung der Elektrizität durch Flüssigkeiten etc. untersuchte.

Unter der Voraussetzung, dass die Art der Bewegung bei der Wärme eine molekulare sei, braehte er diese schon von Anderen ausgesprochene Ansicht auf eine sichere mathemathische Basis und entwickelte er die Wärmelehre als eine Mechanik oder Kinetik der Moleküle, wodurch eine genauere, auch die theoretische Chemie wesentlich fördernde Einsicht in die Molekülarconstistution der Körper gewonnen wurde.

Vor Allem machte er von diesen Anschauungen Anwendung für die Constitution der Gase, woraus die kinetische Theorie der Gase erwuchs, bei der er ausser Bernoulli nur Krönig als Vorgänger hatte. Er legte dar, dass in festen Körpern

die Moleküle oscillirende Bewegungen um eine stabile Gleichgewichtslage machen müssen; dass ferner bei Flüssigkeiten die Schwingungsbewegungen so gross sind, dass die Moleküle nicht mehr in ihre alte Lage zurückkehren, sondern vielmehr an der Grenze der Flüssigkeit hinausgeschleudert werden und den über derselben befindlichen Raum erfüllen, wodurch die Verdunstung zustande kömmt; und dass endlich bei den Gasen die Bewegung der Moleküle eine fortschreitende ist, indem dieselben nach allen Seiten umhergeworfen werden und wie vollkommen elastische Kugeln von einander und von den Gefällwänden abprallen, wodurch die Spannung des Gases hervorgerufen wird. Dabei brachte er auch den Beweis für das Boyle-Mariotte'sche Gesetz bei, nach dem bekanntlich die Volumina einer Gasmasse bei constanter Temperatur sich umgekehrt wie die drückenden Kräfte verhalten; er wurde auch zu dem von Avogadro zuerst ausgesprochenen Satz, dass alle Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur im gleichen Volum die gleiche Anzahl von Molekülen enthalten, geführt. Er setzte auseinander, dass die Moleküle der Gase aus einem Complex von Atomen bestehen und demnach der Wärmeinhalt eines Gases nicht allein durch die fortschreitende Bewegung der Moleküle, sondern auch durch die inneren Schwingungen der Atome ausgedrückt wird. Und indem er in einer wahrhaft klassischen Arbeit die mittlere Weglänge der Gasmoleküle, d. i. die geradlinige Strecke, welche von einem Moleküle zwischen je zwei Zusammenstössen desselben mit anderen Molekülen zurückgelegt wird, sucht, findet er diese proportional dem Durchmesser der Moleküle multiplizirt mit dem Verhältniss des Raumtheiles, der von der Masse der Moleküle selbst ausgefüllt wird, zu dem ganzen Raum, welchen das Gas als solches oder die Moleküle mit ihren Zwischenräumen einnehmen. So gelangte er auch dazu, eine Vorstellung von der Grösse der Moleküle zu gewinnen.

Zuletzt suchte er noch den zweiten Hauptsatz auf allgemeine mechanische Prinzipien zurückzuführen.

Ausser der Wärmelehre interessirte sich Clausius für die Elektricitätslehre, und zwar auch für diejenigen Theile derselben, welche nicht zu den beiden Hauptsätzen der mechanischen Wärmetheorie in Beziehung stehen. Er beschäftigte sich mit der Theorie des Condensators, dann vom Jahre 1875 an auf das Intensivste in meisterhaften Untersuchungen mit den elektrodynamischen Erscheinungen und der Natur der elektrischen Wirkungen. Er wurde dadurch zu einer Theorie der Dynamomaschine geführt, welche auch für die angewandte Elektrizitätslehre bei weiterer Entwicklung von Bedeutung werden wird.

Ueberblickt man die Arbeiten von Clausius, so kann man sich dem Eindruck nicht entziehen, dass die Wissenschaft ohne seine eigenartige Begabung zu den von ihm ausgehenden Erkenntnissen wohl noch lange nicht gekommen wäre und er den genialsten Physikern zuzuzählen ist.

Trotzdem blieb er der bescheidene Gelehrte, der stets getreulich seine Pflicht im Leben erfüllte und dem nichts höher stand, als die Wahrheit.

Er starb am 24. August 1888 an einer einige Monate vorher aufgetretenen perniciösen Anämie.[1])

### Franz Cornelius Donders.

Mit ihm ist einer der angesehensten Physiologen unserer Zeit dahingegangen, von dem die Wissenschaft eine mächtige Förderung erfahren hat und dem es auch vergönnt war, die unmittelbaren Früchte seiner geistigen Arbeit zu erleben,

1) Mit Benützung der von Eduard Riecke in der öffentlichen Sitzung der kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen am 1. Dezember 1888 gehaltenen Rede. Auch Leopoldina 1888, Heft 24, Nr. 17 u. 18.

indem seinen Entdeckungen in der physiologischen Optik Tausende von augenleidenden Mitmenschen Hilfe verdanken.

Donders wurde am 27. Mai 1818 zu Tilburg in Holland als der Sohn eines Kaufmanns geboren, der ein Jahr darauf starb, so dass der Mutter die Erziehung des Knaben anheimfiel. Den ersten, allerdings recht mangelhaften Unterricht erhielt er in der Volksschule von Duizel, dann in der Lateinschule zu Boxmeer. Die Mutter hegte den lebhaften Wunsch, ihr Sohn möge den Beruf eines Geistlichen erwählen, dieser aber hatte von Anfang an eine Vorliebe für die Naturwissenschaften. So begann er im Jahre 1835 an der Universität Utrecht als Zögling des Reichs-Hospitals für Militärmedizin das medizinische Studium, welches er im Jahre 1840 mit der Promotion an der Universität Leiden auf Grund einer „dissertatio sistens observationes anatomico-pathologicas de centro nervoso" beschloss. Während zweier Jahre diente er nun in Vliessingen und alsdann im Haag als Militärarzt. Aber man hatte schon während seiner Studienzeit an der militärärztlichen Reichsschule erkannt, welche Talente der junge Doktor besass; so kam es, dass der erst im Alter von 24 Jahren Stehende aufgefordert wurde, als Lector anatomiae et physiologiae in die Militärschule einzutreten, in welcher Stelle er verblieb, bis er im Jahre 1848 zum ausserordentlichen Professor an der medizinischen Fakultät der Universiät Utrecht ernannt wurde, um neben dem berühmten Anatomen und Physiologen Schröder van der Kolk diese Fächer zu lehren.

Es war im Anfange der vierziger Jahre eine glückliche Zeit für einen jungen Physiologen. Johannes Müller hatte viele Probleme zur Lösung aufgestellt; Schleiden und der später nach Lüttich berufene Schwann hatten die Elementartheile der pflanzlichen und thierischen Organismen entdeckt und man begann die Chemie für die Erklärung der Vorgänge im Körper mehr und mehr anzuwenden; der verdiente holländ-

dische Chemiker Mulder, der die Identität der mannigfaltigen Eiweissstoffe in den Pflanzen und den Thieren nachgewiesen hatte, war schon vor Liebig in dieser Richtung bemüht und förderte Donders. Dies hatte zur Folge, dass letzterer sich zunächst vorzüglich mit mikroskopischen und mikrochemischen Untersuchungen der thierischen Gewebe beschäftigte, welche er 1846 in den mit van Deen und Moleschott herausgegebenen holländischen Beiträgen zu den anatomischen und physiologischen Wissenschaften veröffentlichte. Er hatte dazumal sich ein kleines physiologisches Laboratorium eingerichtet und hielt Vorlesungen über allgemeine Physiologie und Gewebelehre, dann auch über allgemeine Pathologie, gerichtliche Medizin und Theile der Ophthalmologie.

Im Jahre 1852 wurde Donders zum ordentlichen Professor befördert, aber es blieb ihm als Lehrer der Anatomie und Physiologie nicht viel zu thun übrig, da Schröder van der Kolk diese Fächer bis 1863 in würdiger Weise vertrat. Dies und die Richtung seiner wissenschaftlichen Arbeiten, welche sich vielfach mit der Physiologie des Auges befassten, führten ihn der Ophthalmologie zu, in der er sogar bis zum Jahre 1862 als vielgesuchter praktischer Augenarzt thätig war. Wie fast überall war damals auch in Holland die Augenheilkunde noch ein Anhängsel der Chirurgie; die anatomischen Erkenntnisse, dann die Fortschritte der physiologischen Optik und namentlich die Entdeckung des Augenspiegels erhoben dieselbe zu einer besonderen Wissenschaft, und daran war Donders mit Heinrich Müller, Helmholtz und Graefe wohl am wirksamsten thätig. Seit 1855 war er mit Arlt Mitredakteur der angesehensten Zeitschrift dieses Faches, des Graefe'schen Archives für Ophthalmologie. Einem dringenden Bedürfnisse seines Vaterlandes abhelfend, gründete Donders im Jahre 1858 aus freiwilligen Beiträgen des holländischen Volkes das grosse und berühmte niederländische Spital für dürftige Augenkranke zu Utrecht, durch welches nicht nur den Armen

und Leidenden eine unermessliche Wohlthat, sondern auch für die Wissenschaft und den Unterricht eine mit allen Hilfsmitteln versehene Stätte bereitet wurde.

Erst im Jahre 1867 wurde der Neubau des physiologischen Institutes der Universität Utrecht vollendet und von Donders bezogen; in dieser Musteranstalt war er mit seinem Schwiegersohne Engelmann bis zum Sommer des Jahres 1888 thätig und zahlreiche wichtige physiologische Arbeiten von ihm und seinen Schülern gingen daraus hervor.

Im Jahre 1888 war Donders 70 Jahre alt geworden und er musste nach den holländischen Gesetzen, obwohl noch einer der Rüstigsten an Körper und an Geist, von seiner Professur zurücktreten. Bei dieser Gelegenheit stifteten seine zahlreichen Schüler und Verehrer aus allen Ländern in das physiologische Institut zu Utrecht, wo er die letzten zwei Dezennien seines Lebens gearbeitet und gedacht hatte, seine Marmorbüste und brachten ihm ihre Glückwünsche und zugleich den Dank dar für das, was er der Wissenschaft geleistet. Man glaubte damals, der lebensfrische Jubilar hätte noch eine grosse Zahl von Jahren vor sich, aber noch im Herbste desselben Jahres zeigten sich beängstigende Symptome, indem ihm die Sprache plötzlich versagte; das sonst ihm so getreue Gedächtniss nahm immer mehr ab und auch das Bewusstsein fing zuletzt an zu schwinden, und so entschlief er ruhig am 24. März 1889.

Donders war ein ächter und nüchterner Naturforscher; seine Arbeiten zeichnen sich alle durch scharfe Beobachtungsgabe und sorgfältige Ausführung aus.

Es ist nicht möglich, hier die Resultate aller seiner Untersuchungen zu besprechen, es soll nur ein übersichtliches Bild seines Einflusses auf die Entwicklung der Physiologie gegeben werden. Seine Arbeiten sind grösstentheils in der seit 1845 von ihm redigirten, in 12 Bänden erschienenen medizinischen Zeitschrift het Nederlandsch Lancet, dann

in den Untersuchungen des physiologischen Laberatoriums zu Utrecht erschienen.

Eine seiner ersten Abhandlungen „der Stoffwechsel als die Quelle der Eigenwärme bei Pflanzen und Thieren (1847)", war zu einer Zeit geschrieben, da eben Liebig mit seinen Ideen über die chemischen Prozesse im Thierkörper hervorgetreten war; der 26 Jährige zeigte sich darin als unterrichteter, scharfdenkender Physiologe, der die Erscheinungen des Lebens aus physikalischen und chemischen Gesetzen abzuleiten suchte.

Die Kenntniss von dem Mechanismus der Athmung hat mannigfache Bereicherung durch ihn erfahren. Er hat beim Menschen zuerst die Elastizität der im Thorax beständig etwas aufgeblähten Lunge genauer gemessen; dann die Grösse des Drucks beim Ein- und Ausathmen; vor Allem aber hat er durch Betrachtungen und Versuche den für die Blutbewegung bedeutungsvollen negativen Druck ausserhalb der Lunge im Brustraume dargethan und einen äusserst sinnreichen Apparat zur Demonstration desselben angegeben.

Eine weitere Reihe von Untersuchungen bezieht sich auf die Thätigkeit des Herzens, zu deren Darstellung er sich später der graphischen Methoden in grosser Vollendung bediente. Ich nenne nur seine Abhandlungen über den Einfluss des Anhaltens des Athmens auf die Pulsfrequenz, über die Dauer der Herztöne, über den Einfluss der Athembewegungen auf die Perioden des Herzschlags, über die Wirkung des Schliessens und Oeffnens constanter elektrischer Ströme auf den Nervus vagus in seiner Beziehung zur Herzbewegung.

Man gab sich von verschiedenen Seiten mit der Untersuchung der Frage ab, ob feste Partikelchen vom Darmkanal aus in die Säfte übertreten können. Donders trug wesentlich zur Klärung dieser Frage bei, indem er mit seinen Schülern darthat, dass feste Partikelchen durch die Darmzotten nicht ins Blut oder die Lymphe eindringen, während

dieselben von den offenen Mündungen der Lymphgefässe aus den Maschen des Bindegewebes oder aus den Lymphsäcken leicht aufgenommen werden.

Er stellte ferner eine Lehre über die Art der Absonderung des Harnes in den Nieren und über die Bedeutung der Malpighi'schen Körperchen und der Harnkanälchen bei diesem Vorgange auf, welche mehr und mehr Eingang gefunden hat.

Donders war es, der als einer der ersten betonte, dass für die Bildung der verschiedenen Vokale eine bestimmte Gestalt der Mundhöhle nothwendig sei und dass dadurch die Klangfarbe derselben bedingt werde. Er that durch Versuche, deren Ergebnisse er zum Theil durch den Phonautographen aufzeichnen liess, dar, dass die Mundhöhle beim Angeben der Vokale auf verschiedene Tonhöhe abgestimmt ist.

Eine andere Reihe seiner Versuche beschäftigte sich mit der Messung der Zeit, welche zwischen dem Reiz und dem psychischen Effekte verfliesst, und er erhielt so ein Maass für die Schnelligkeit, mit welcher gewisse psychische Prozesse eintreten. Er benützte zu diesem Zwecke zwei von ihm erfundene Instrumente: den Noëmatographen und das Noëmotachometer.

Der Schwerpunkt der wissenschaftlichen Thätigkeit von Donders liegt in seinen Arbeiten über die Physiologie des vornehmsten Sinnesorgans, des Auges, welche theilweise allbekannt geworden sind. Ich erwähne von denselben seine ausgezeichnete Untersuchung über die Ursache des Nichtsehens der übervioletten Lichtstrahlen, worin er durch Anwendung einer die übervioletten Strahlen in die sichtbaren blauen verwandelnden Chininlösung darthat, dass diese Strahlen nicht, wie Brücke früher glaubte, durch die durchsichtigen Augenmedien absorbirt werden, sondern wirklich bis zur Netzhaut dringen, welche sie aber, wenigstens in der gegegebenen Stärke, nicht zu erregen im Stande sind.

Er zeigte ferner, indem er Licht auf die Eintrittsstelle

des Sehnerven concentrirte, dass diese ziemlich grosse Stelle des Auges wirklich blind ist, was Mariotte früher auf andere Weise dargethan hatte. — Er erfand ein Instrument, das Ophthalmotonometer genannt, um die Spannung im Auge, den intraokulären Druck zu messen, und ein anderes, das Phänophthalmotrop, zur Veranschaulichung der complicirten Bewegungen des Auges nach Listings Angaben. — Er bestimmte auch die Lage des Drehpunktes im Auge, sowie durch ein sinnreiches Verfahren den Ort der sogenannten fliegenden Mücken im Auge. — Er schrieb über die Anwendung der prismatischen Brillengläser zur Heilung des Schielens, über die Pathogenie des Schielens und über den Gebrauch der Brillen überhaupt; dann über den Zusammenhang des Convergirens des Sehaxen und des Akkommodationszustandes des Auges; auch über die quantitative Bestimmung des Farbenunterscheidungsvermögens und über Farbensysteme.

In seinem berühmten Werke über die Anomalien der Refraktion und Akkommodation definirte er zuerst scharf das, was man ein emmetropisches und ein ammetropisches Auge nennt und das was man unter Akkommodationsbreite versteht. Vor Allem aber that er in seinem Buche über den Astigmatismus und Cylindergläser dar, dass der schon früher in einzelnen Fällen erkannte Astigmatismus, das ist die verschiedene Brechung in den verschiedenen Meridianen der durchsichtigen Medien des Auges, viel häufiger vorkömmt, als man es sich bis dahin gedacht hatte und oft zu Sehstörungen führt, welche durch Anwendung cylindrischer Gläser zu beseitigen sind.

Durch alle diese Arbeiten hat Donders ganz wesentlich zum Ausbau der Physiologie beigetragen und er wird noch in späteren Zeiten mit Ehren als einer der geistreichsten und fruchtbarsten Forscher genannt werden.[1])

1) Mit Benützung des Nekrologs von Zehender in den klinischen Monatsblättern für Augenheilkunde (Maiheft 1889) und der Leopoldina (März 1889, Heft 25 Nr. 5—6 S. 57).

Sitzung vom 4. Mai 1889.

1. Herr N. RÜDINGER legt in Verhinderung des Herrn C. KUPFFER eine von dem correspondirenden Mitgliede, Herrn J. v. GERLACH in Erlangen, eingesandte Abhandlung: „über die Einwirkung des Methylenblaus auf die Muskelnerven des lebenden Frosches" vor. (Mit Tafel I.)

2. Herr N. RÜDINGER spricht: „über die Bildung der primären und sekundären Augenblase bei Triton alpestris". (Mit Tafel II.)

3. Herr FRANZ HESSLER liest eine Studie: „generelle Uebersicht der Heilmittel in dem Áyurvéda des Súsrutas."

4. Herr E. LOMMEL legt vor und bespricht eine von dem correspondirenden Mitgliede, Herrn OSKAR EMIL MEYER in Breslau, übersandte Untersuchung: „über Gebirgsmagnetismus".

---

# Ueber die Einwirkung des Methylenblaus auf die Muskelnerven des lebenden Frosches

von J. v. Gerlach.

(Mit Tafel I.)

*(Eingelaufen 4. Mai.)*

In dem Laufe des verflossenen Sommers hatten wir uns in Erlangen des Besuches von Herrn Professor Gustav Retzius zu erfreuen. Derselbe sprach sich ausserordentlich günstig über die Erfolge der Ehrlich'schen Methylenmethode[1]) für die Untersuchung des peripheren Verhaltens

1) P. Ehrlich, Ueber die Methylenblaureaction der lebenden Nervensubstanz. Deutsche med. Wochenschrift Nr. 4. 1886.

der Nerven aus und hatte die Freundlichkeit, diese Methode an einem Frosche und einem Kaninchen zu zeigen. Ich muss bekennen, dass ich bei dem Bekanntwerden der Methylenmethode nicht sehr viel von derselben erwartete, um so mehr war ich darüber erstaunt über das, was Herr Retzius mit derselben erzielte. Besonders überraschten mich Präparate aus der Retina des mit Methylenblau injicirten Kaninchens, an welchen nicht nur die Nervenfaser- und Nervenzellenschichte ungemein deutlich hervortraten, sondern auch in der inneren granulirten Lage das hier schon lang supponirte aus den protoplasmatischen Fortsätzen der Nervenzellen hervorgehende Nervenfasernetz auf das Evidendeste zu sehen war, dessen vielfach versuchte Darstellung mir mit der Goldmethode früher nie gelingen wollte. Dadurch wurde bei mir der Wunsch rege, diese treffliche Methode auch für die Erforschung der terminalen Verhältnisse der motorischen Nerven in den willkürlichen Muskeln zu verwerthen. Dabei hatte ich mich der regen Beihülfe des Assistenten des anatomischen Institutes Privatdocenten Dr. Hermann zu erfreuen, dessen kunstfertiger Hand auch die beiliegenden Abbildungen zu danken sind.

Die Flüssigkeit, welche dem lebenden Thiere eingespritzt wurde, enthielt auf 1 Theil Methylenblau 400 Theile der physiologischen Kochsalzlösung (1 Theil Kochsalz auf 100 Theile destillirten Wassers.) Die Injection geschah theils von der grossen Bauchvene, theils von der Aorta des Frosches aus, und wurde entweder mit kleinen Spritzen oder unter constantem Druck vorgenommen. Dabei stellte es sich alsbald heraus, dass die verschiedenen Arten der Injection keinen Einfluss auf die bei den Nerven sichtlichen Färbungserscheinungen ausüben. Am einfachsten ist es, einen ätherisirten Frosch nach medialer Durchschneidung des Sternums von der Aorta aus zu injiciren. Nur muss die blaue Flüssigkeit in etwas reichlicher Menge eingespritzt werden und zwar so

lange, bis die Zunge anfängt, sich zu färben, was gewöhnlich nur stellenweise geschieht. Vier bis fünf Centimeter Flüssigkeit genügen für einen Frosch mittlerer Grösse. Nimmt man mehr, so erfolgt Transudation in die grossen subcutanen Lymphräume, wobei aber eine chemische Veränderung mit der Injectionsflüssigkeit vorgeht, in Folge deren die Flüssigkeit nicht mehr intensiv himmelblau, sondern viel heller und grünlich missfärbig erscheint.

Nicht alle Muskeln des Frosches sind gleich empfänglich für die auf die Nerven und deren terminale Ausläufer beschränkte Aufnahme von Methylenblau. Während die Muskeln der Extremitäten und der Bauchwand häufig entweder farblos oder diffus gefärbt nach der Injection gefunden werden, erhält man gute Bilder in der Regel an den Kopfmuskeln und besonders an jenen des Augapfels.

Die mikroskopische Untersuchung der Methylenpräparate wird dadurch erschwert, dass dieselben nicht mit Wasser oder sonstigen Flüssigkeiten befeuchtet werden dürfen, sondern nur in dem Gewebesaft selbst beobachtet werden können, wodurch die Isolirung der einzelnen Muskelfäden nur ausnahmsweise gelingt. Es ist zwar möglich, Dauerpräparate mit pikrinsaurem Ammoniak, welches nach der Methode von Cuccati bereitet ist, und Glycerinleim herzustellen; doch verlieren dieselben durch die Farbenveränderung, welche sie erleiden, und die minder scharfe Zeichnung gegenüber jenen, welche ohne Verwendung einer Zusatzflüssigkeit untersucht werden.

Schon die Injection des ersten Frosches mit Methylenblau ergab ganz das gleiche Bild rücksichtlich der Verhältnisse der terminalen Nerven zu der quergestreiften Substanz der Muskelfäden, welches ich früher[1]) in den Fällen

1) Verhältniss der Nerven zu den willkürlichen Muskeln der Wirbelthiere. Leipzig. Verlag von F. C. W. Vogel 1874.

erhalten hatte, in welchen die Goldmethode von günstigem Erfolge begleitet war. Der einzige Unterschied bestand darin, dass bei der Methylenmethode die Farbennuance schön himmelblau, bei der Goldmethode dagegen tief carmoisinroth war. Die nach beiden Methoden hergestellten Präparate liessen mit gleicher Deutlichkeit die innerhalb des Sarkolemmas befindlichen, von mir intravaginale Nervenplexus genannte netzförmige Verbreitung der zu einem Muskelfaden tretenden Achsenfaser und deren Zusammenhang mit jener den ganzen Muskelfaden durchziehenden Granularformation, die ich früher als Sprenkelung des Muskelfadens bezeichnet hatte, auf das Evidenteste erkennen. Es scheint mir durch die genaue Uebereinstimmung der durch beide Methoden gewonnenen Präparate der sichere Beweis geliefert, dass die Ansicht, welche ich bereits in meiner ersten Veröffentlichung [1]) über das Verhalten der Nerven zu den quergestreiften Muskelfäden der Wirbelthiere ausgesprochen habe, die einzig richtige ist. Die Beziehungen der Achsenfasern der Nerven zu der quergestreiften Muskelsubstanz lassen sich an ganz frischen Muskeln ohne Behandlung mit färbenden Substanzen nicht erfassen. Die feinsten Ausläufer der Achsenfasern und die mit denselben in Verbindung stehenden Sprenkelungen der quergestreiften contractilen Substanz sind eben auch unter Zuhülfenahme der besten optischen Hülfsmittel, welche die Gegenwart bietet, für das menschliche Auge unerkennbar. Hier kann unsere Kenntniss nur fortschreiten durch Verwerthung chemischer Anziehungen, welche gewisse feinste Bestandtheile des thierischen Körpers zu anorganischen oder organischen Substanzen haben, die sich durch Farbendifferenzen kund geben. Darin liegt die hohe Bedeutung der färbenden Methode, welche die massgebende der modernen Histologie

1) Ueber das Verhalten der Nerven zu den quergestreiften Muskelfäden der Wirbelthiere in den Sitzungsberichten der physicalisch-medicinischen Societät zu Erlangen. Jahrgang 1873.

geworden ist. Während aber bei der Goldmethode, deren färbende Wirkung darin beruht, dass in einer gewissen und wie es scheint kurz andauernden Periode des Absterbens die nervösen Gebilde die Fähigkeit haben, die in sehr verdünnter Lösung angewandten Goldsalze zu reduciren und dadurch die Färbung der nervösen Substanz bedingen, der Erfolg der Färbung nicht immer der gleiche ist, besteht der grosse Vorzug der Methylenmethode darin, dass die Färbung während des Lebens erfolgt, womit der Vorwurf, den man der Goldmethode machen könnte, dass ihre Ergebnisse als postmortale Kunstproducte anzusehen seien, vollkommen ausgeschlossen ist.

Die übereinstimmenden Resultate beider Methoden werden daher auch die Entscheidung über die Frage bringen, ob es in den Muskelfäden eigene Endorgane giebt, die sogenannten motorischen Endplatten, oder ob das, was man als solche bezeichnet, nur durch Theilungen der das Sarkolemma durchsetzenden Achsenfasern entstandene intravaginale Nervenplexus sind, deren feinste Endverzweigungen in nähere Beziehungen zu der quergestreiften contractilen Substanz treten. Die erstere Ansicht, welche von Kühne[1]) begründet und bis in die neueste Zeit gegen alle Einwände vertheidigt wurde, ist in den letzten zehn Jahren die allgemein herrschende geworden und sowohl in die anatomischen, wie histologischen Lehrbücher übergegangen. Die zweite Ansicht wurde zuerst von Margo[2]) aufgestellt, dessen Arbeit kurz vor der bereits citirten Hauptschrift von Kühne erschien. Margo lässt die Achsencylinder der motorischen Nervenfasern innerhalb des Sarkolemmas sich vielfach theilen und aus deren Endverästelungen schliesslich sehr feine blasse Fäden hervorgehen, die in kurzen Entfernungen zu kleinen Körnern an-

1) Ueber die peripherischen Endorgane der motorischen Nerven. Leipzig 1862.

2) Ueber die Endigung der Nerven in der quergestreiften Muskelsubstanz. Pest 1862.

schwellen (Margo's Kornfasern) und mit einem grossen Theile der Muskelkörperchen in Verbindung treten. Die Kornfasern bilden ein den ganzen Muskelfaden durchziehendes Netzwerk, dessen Lücken durch die quergestreifte Muskelsubstanz ausgefüllt werden. Die Darstellung Margo's rücksichtlich des Verhältnisses der motorischen Nervenfasern zu den quergestreiften Muskelfäden wurde jedoch wenig beachtet und fand in einer Periode, in der die motorischen Endplatten die Muskel-Nervenfrage gänzlich beherrschten, keine besonders günstige Beurtheilung. Und doch sind die Angaben Margo's in ihren wesentlichen Puncten richtig und erhalten durch die Methylenmethode eine glänzende Bestätigung.

Das was Margo als Verästelung der in die Sarkolemmahülle eintretenden Achsenfaser beschreibt, ist nichts anderes, als jenes Nervennetz, welches ich als intravaginales bezeichnet habe. Die kleinen Körner Margo's entsprechen dem, was ich Sprenkelung der quergestreiften Muskelsubstanz nannte und dass diese Körner unter der Einwirkung verdünnter Säuren, namentlich der Salzsäure zu Fasern zusammentreten, mit welcher die feinsten Ausläufer des intravaginalen Nervennetzes in continuirlicher Verbindung stehen, habe ich bereits 1877 nachgewiesen.[1]) Auch für die Angabe Margo's, dass feine Ausläufer der Achsenfasern mit den zelligen Bestandtheilen der contractilen Substanz mit den Muskelkörperchen zusammenhängen, sprechen die Ergebnisse der auch in diesem Punkte übereinstimmenden Gold- und Methylenmethode, wozu Fig. 1 und 5 der zuletzt citirten (Goldmethode) und Figur 2 der vorliegenden Abhandlung (Methylenmethode) die überzeugenden Belege liefern.

Wie haben wir uns nun die Beziehungen der nervösen

---

1) Archiv für mikroskopische Anatomie Band XIII. Pag. 399. Taf. XXVII in Fig. 5 für den Frosch und in Fig. 6 für die Eidechse.

zu der contractilen Substanz in den Muskelfäden vorzustellen. Hier möchte ich zuerst an das Sarkoplasma erinnern, ein Name, der zuerst von Rollet in die Histologie eingeführt wurde, um damit das, was man früher Muskelkerne, später (M. Schultze) Muskelzellen oder Muskelkörperchen und deren Fortsetzungen nannte, zu bezeichnen. Schon ohne Anwendung von färbenden Methoden sieht man an den beiden Polen der ovalen Muskelkörperchen, die aus einem von einer geringen Menge von Protoplasma umgebenen Kerne bestehen, feinkörnige protoplasmatische Fortsätze abgehen, welche sich verschieden weit in die contractile Muskelsubstanz erstrecken. Durch die Gold- wie die Methylenmethode gelingt es nun, das Sarkoplasma weiter zu verfolgen und zwar erscheint dasselbe zunächst unter der Form von punktförmigen kurzen Strichen, welche Margo als Körner, ich als Sprenkelung bezeichnete. Diese verbinden sich linienartig, was an Methylenpräparaten alsbald, an Goldpräparaten aber erst nach längerer Behandlung mit verdünnter Salzsäure eintritt. An dem Muskelfaden werden dann äusserst feine blaue (Methylen) oder carmoisinrothe (Gold) Streifen sichtbar, welche durchschnittlich 3 $\mu$ von einander entfernt liegen. Aus der Untersuchung des Querschnittes vergoldeter und mit verdünnter Salzsäure behandelter Muskelfäden ergiebt sich,[1]) dass diese Längsstreifen keine einfachen Linien, sondern Hülsen sind, da an dem Querschnitt jene eigenthümliche netzförmige Zeichnung auftritt, deren von dem carmoisinrothen vergoldeten Netze umgebenen polygonalen gegen 3 $\mu$ breiten lichten Stellen schon lange unter dem Namen der Cohnheim'schen Felder der Muskelfäden bekannt sind. Diese lichten Stellen können kaum etwas anderes sein, als die contractile quergestreifte Substanz des Muskels, welche von einem sarkoplasmatischen Mantel um-

1) Vergl. Fig. 2 meiner zuletzt citirten Abhandlung.

geben ist. In diese Mantelröhren sind stellenweise Zellenkerne eingefügt, deren Protoplasma in den Mantelröhren selbst gegeben ist.

Da nun das sarkoplasmatische Gerüste des Muskelfadens, wenn ich es so nennen darf, mit den Endverzweigungen des intravaginalen Nervennetzes in directer Verbindung steht, was sich sowohl aus unmittelbarer Beobachtung, wie auch daraus ergiebt, dass sich dasselbe gegen Gold wie Methylen ganz so verhält, wie gegen Nervensubstanz, d. h. gegen Achsenfasern, so haben wir in demselben eine ganz eigenthümlich gestaltete nervöse Formation zu sehen, die eine entfernte Analogie in dem nervösen centralen Fasernetze findet, das ja auch aus einem Netzwerk protoplasmatischer Fortsätze unterbrochen durch grössere oder kleinere Nervenzellen besteht. Eine ganz entfernte Aehnlichkeit mit den geschilderten Verhältnissen bietet in dem peripheren Nervensystem vielleicht die Retina dar. Das intravaginale Nervennetz entspräche bei diesem Vergleiche der Nervenfaserschichte der Retina und das sarkoplasmatische Gerüste mit den interponirten Zellen fände seine Analogie in den Nervenzellen — der und inneren granulirten Lage der Netzhaut.

Wie in dem Bereiche der sensiblen und secretorischen Nerven es von jeher als ein nothwendiges Postulat der Physiologie gefühlt wurde, dass die terminalen Verästelungen dieser Nerven in einem Continuitätsverband mit den percipirenden oder secretorischen Endorganen stehen und die schönsten Leistungen der modernen Histologie darin gipfeln, diesen Zusammenhang bei dem grössten Theile der hier in Betracht kommenden Nerven nachgewiesen zu haben, so ist in ähnlicher Weise auch der Zusammenhang zwischen Nerv und contractiler Muskelsubsanz ein physiologisches Desiderat. Ich habe daher schon in meiner grösseren Arbeit über die Muskel-Nervenfrage die Hypothese aufgestellt, dass ein Zusammenhang zwischen dem nervösen und contractilen

Theil der quergestreiften Muskelsubstanz vorhanden sein möge und zwar dachte ich zunächst an eine Verbindung der letzten Nervenendigungen mit dem einfach brechenden Theile des Sarkolemmainhaltes, wozu mich hauptsächlich das gleichartige Verhalten beider in physicalisch optischem Sinne veranlasste. Die uns bis jetzt zugänglichen histologischen Methoden, sowie die grosse Vervollkommnung der neuen Mikroskope von Zeiss erlauben jedoch noch nicht für diese Hypothese eine positive Grundlage zu finden. Allein soviel kann als sichergestellt betrachtet werden, dass die sogenannten motorischen Endplatten nicht das letzte Ende der Muskelnerven darstellen und dass in Folge der positiven Ergebnisse der histologischen Forschung die Physiologie mit dem Gedanken sich befreunden muss, dass überall da, wo in dem Muskelfaden contractile Substanz vorhanden ist, auch nervöse Bestandtheile sich vorfinden.

Wenn auch dem von mir geschilderten Verhalten der Nerven in den quergestreiften Muskelfäden hauptsächlich Beobachtungen am Frosche zu Grunde liegen, so ist doch kaum zu bezweifeln, dass von kleinen Modificationen abgesehen, in dem Wesentlichen die gleichen Verhältnisse sich in allen Klassen der Wirbelthiere wiederholen. Bei den den Amphibien nahe stehenden Reptilien besitzen die intravaginalen Nervenplexus eine viel geringere Ausdehnung, sind mehr kreis- oder eigentlich kugelförmig, an die Malpighi'schen Gefässkörper der Niere erinnernd, und aus diesem Grunde werden die Muskeln der Reptilien als besonders beweisend für die Existenz der motorischen Endplatten aufgeführt; allein auch hier zeigen mit günstigem Erfolge vergoldete Präparate, dass von den kugelförmig gestalteten Nervenplexus nach allen Richtungen feine Fädchen abgehen [1]), welche mit den sarkoplasmatischen Längsstreifen in directem Zu-

1) Vergl. Fig. 6. Taf. XXVII meiner Abhandlung in dem Archiv für mikroskop. Anatomie.

sammenhang stehen. Bei den Säugern (Fig. 4) sind die Theilungen der durch das Sarkolemma tretenden Achsenfaser in den intravaginalen Nervenplexus weniger zahlreich und die letzten Ausläufer länger als bei dem Frosch, zeigen aber sonst ganz das gleiche Verhalten zu den sarkoplasmatischen Längsstreifen. Bei den Wirbellosen ergab die Methylenmethode ziemlich die gleichen Resultate, wie bei den Wirbelthieren; wenigstens stimmt die Fig. 12 von Biedermann[1]), welche seiner Abhandlung über die feineren Verhältnisse der motorischen Nerven unter Anwendung der Methylenmethode beigegeben ist, fast ganz mit dem überein, was ich bei dem Frosche beobachtet habe. Etwas anderes scheinen die Verhältnisse bei den Insekten zu liegen. Hier finden sich die schon 1840 von Doyère aufgefundenen Nervenhügel, welche aber von dem, was man später motorische Endplatten nannte, durchaus verschieden sind. Da für die Muskeln der Insekten die Gold- wie die Methylenmethode, durch welche allein die terminalen Beziehungen der motorischen Nerven der directen Beobachtung zugänglich gemacht werden können, weniger verwendbar ist, so sind dieselben nicht als geeignete Objecte anzusehen, welche bei Untersuchungen über das Verhältniss der Nerven zu der contractilen Muskel-Substanz besondere Vortheile versprechen.

1) W. Biedermann, Zur Kenntniss der Nerven und Nervenendigungen in den quergestreiften Muskeln der Wirbellosen (Flusskrebs) Taf. II, Fig. 12 in den Sitzungsberichten der Wiener Akad. der Wissensch. Math. naturw. Classe Bd. XCVI. 3. Abtheil. Pag. 9.

## Figurenerklärung (Tafel I.)

**Fig. 1.** Muskelfaden aus den Augenmuskeln des Frosches nach Methylenblauinjection fixirt durch zweistündige Behandlung mit picrinsaurem Ammoniak, dargestellt nach der Vorschrift von Cuccati, conservirt in Glycerinleim. Durch die Einwirkung des picrinsauren Ammoniaks ist die Nervensubstanz bereits röthlich, die sarkoplasmatischen Längsstreifen sind dagegen theilweise noch bläulich gefärbt.

**Fig. 2.** Das gleiche Präparat etwas länger mit picrinsaurem Ammoniak behandelt. Es sind hier sowohl die Nervenfasern, wie die sarkoplasmatischen Längsstreifen röthlich gefärbt. Besonders scharf tritt hier die Verbindung einer feinsten Nervenfaser mit einer Muskelzelle in Sicht.

**Fig. 3.** Muskelfaden des Frosches nach besonders günstiger Einwirkung von Goldchloridkalium. Der intravaginale Nervenplexus erscheint tief carmoisinroth gefärbt und die feinsten Ausläufer desselben stehen in Verbindung mit den minder intensiv carmoisinroth gefärbten sarkoplasmatischen Längsstreifen.

**Fig. 4.** Muskelfaden des Hundes durch Goldchloridkalium mit günstigem Erfolge gefärbt. Der intravaginale Nervenplexus ist nicht in seiner Totalität, sondern nur theilweise sichtbar. Die Verbindung seiner feinsten Ausläufer mit den lichter gefärbten sarkoplasmatischen tüpfelförmigen Längsstreifen ist hier besonders deutlich.

Sämmtlich Figuren sind absolut naturgetreu mit dem Zeichenapparat von Zeiss von Dr. Hermann aufgenommen vermittelst des Zeiss'schen Apochromat. 3,0 . 1,3 und Ocul. 8, was einer Vergrösserung von 667 entspricht.

# Ueber die Bildung der primären und sekundären Augenblasen bei Triton alpestris

von N. Rüdinger.

(Mit Tafel II.)

*(Eingelaufen 18. Juni.)*

Nachdem die Entwickelungsvorgänge an den einzelnen Gebilden des Auges, insbesondere die Entstehung der Netzhaut aus der sekundären und des Tapetum aus der primären Augenblase im Wesentlichen erkannt sind, kann auch den von den Embryologen schon vor längerer Zeit aufgeworfenen Fragen bezüglich der einzelnen Phasen der Umbildung der Augenblasen näher getreten und ihre Beantwortung versucht werden.

In den folgenden Zeilen sollen zunächst nur jene Ergebnisse mitgetheilt werden, welche bei dem Studium der beiden Augenblasen an Embryonen von Triton alpestris gewonnen wurden. Von diesem Thiere konnte ich eine grosse Anzahl von Schnittserien nahe verwandter Entwickelungsstadien zusammenstellen, an welchen man die allmähliche Umbildung der Augenblasen von ihrem ersten Auftreten an dem Vorderhirn bis zur Bildung des Tapetum und der Netzhaut, klar übersehen konnte.

Die wesentlichsten ersten Veränderungen während und nach der Abschnürung der beiden Augenblasen vom Vorderhirn bestehen in einer Verdünnung der primären Blase bis zur Bildung des einschichtigen Tapetum und

in einer Verdickung der sekundären Blase bis zur Anlage der vielschichtigen Netzhaut. Während die Bildung der Augenblase aus dem Vorderhirn erfolgt, erscheint die dieselbe bildende Zellenlage fast gleich dick; aber bald beginnt eine Verschiebung des Zellenmateriales, wobei die primäre Blase eine Verdünnung und jener Abschnitt desselben, aus der die sekundäre Augenblase hervorgeht, eine bedeutende Verdickung erfährt.

Bei der Besprechung der Ursache dieser Verdünnung und Verdickung der beiden Augenblasen hat Kölliker schon in seiner Entwickelungsgeschichte darauf hingewiesen, dass die näheren Vorgänge in den verschiedenen Zellenlagen der hier in Betracht kommenden Gebilde eine erneute nähere Untersuchung erfahren müssten.

Auch Götte hat in seiner Entwickelungsgeschichte der Unke mit einigen allgemeinen Sätzen die Vorgänge bei der Umformung der beiden Augenblasen berührt, allein von diesem Autor wurden die interessanten „Zellenverschiebungen", die während der Umformung der beiden Blasen stattfinden, nicht speciell verfolgt. Götte gibt nämlich an: „dass jene auf den Zellenverschiebungen beruhende Bewegung sich auch auf die Augenblase fortpflanze, deren durch die Abschnürung geschaffene, mediale Wand einen Theil ihrer Zellen in die laterale Wand vorrücken lasse und diese dadurch dünner, die letztere aber dicker werde."

Ein zweiter diessbezüglicher Satz Götte's in seiner klassischen Monographie über die Entwickelung der Unke drückt die Vorgänge bei der Abschnürung der Augenblase vom Hirn, die Entstehung und Umbildung derselben mit den Worten aus: „dass dieselben auf einer bestimmt gerichteten Zellenbewegung, wie eine solche in grösserem oder geringerem Masse in der ganzen Nervenröhre, ja in allen sich ausdehnenden embryonalen Anlagen als nothwendige Wirkung der fortdauernden Theilung der Empryonalzellen beruhe."

Für Triton alpestris soll im Folgenden der Beweis geführt werden, dass bei der Umbildung der beiden Augenblasen in das Tapetum und die Netzhaut zwei verschiedene Vorgänge sich vollziehen, von denen der eine auf einer Zellen-Dislokation aus der primären in die sekundäre Augenblase und der andere auf der in der sekundären Augenblase gesteigert auftretenden Mitose beruht, bei gleichzeitiger Beschränkung dieser in der primären Blase.

Die formellen Veränderungen der beiden Augenblasen bei Triton hat Kessler, welcher, wie es scheint, die eingehendsten Studien über die Entwickelung des Auges bei den Tritonen machte, genau geschildert; allein die näheren Vorgänge, durch welche die Verdünnung und Verdickung der Augenblasen zu Stande kommen, werden von Kessler in seinen Besprechungen gar nicht erörtert, sondern es wird von demselben nur die Thatsache konstatirt, dass die Dicke der Augenblasenwand bei Triton anfangs eine ganz gleichmässige sei, bald aber die Verdünnung des dem Hirn nächstliegenden Theils derselben sich vollziehe und kaum sei die Umformung der sekundären Augenblase eingeleitet, so reducire sich die spätere Pigmentlamelle auf eine einzige Schicht spindelförmiger Zellen, welche nur mit ihren lang ausgezogenen Spitzen sich berühren. Diese Angaben stimmen ganz und gar überein mit jenen Mittheilungen, welche schon von Remak und A. Barkau über die Entwickelung des Froschauges und von Schenk über die Bildung des Forellenauges gemacht worden sind.

Dass die näheren Vorgänge bei der Umbildung der beiden Augenblasen von den erwähnten Autoren nicht erkannt wurden, liegt wahrscheinlich nur darin, dass die einzelnen Entwicklungsstadien der Embryonen allzugrosse Abstände von einander hatten, wie dies insbesondere aus den Angaben von Schenk und Kessler hervorzugehen scheint, in denen

die rasch sich vollziehenden Veränderungen der Augenblasenwand als besonders in die Augen fallende hervorgehoben werden. Ich habe 15—20 Embryonen von Triton alpestris, welche äusserlich kaum nennenswerthe Unterschiede in Grösse[1]) und Form darboten, untersucht und war mit Hilfe dieser Schnittserien in der Lage, ganz nahe verwandte Entwickelungsstadien aneinander reihen zu können und dieselben boten, wie schon erwähnt, die Möglichkeit dar, alle die sich vollziehenden Veränderungen von der ersten Anlage der Augenblasen aus dem Vorderhirn bis zur vollständigen Einstülpung ihrer lateralen Abschnitte und dem Auftreten der Linse klar stellen zu können.

### a) Die Bildung der sekundären Augenblasen.

Während die primitive Augenblase sich vergrössert und dem äusseren Keimblatt nähert, ändern sich ihre Dickendimensionen, indem der sich abschnürende mediale Theil eine Verdünnung und der das äussere Keimblatt berührende laterale Abschnitt eine Verdickung erfährt. Die allerersten Veränderungen der Augenblase fallen an einer ziemlich gleichmässig aussehenden Schnittfläche nicht besonders in die Augen, obschon sich bei einer Zählung der vollständig imbibirten Zellenkerne, welche von Dotterplättchen umgeben sind, ergibt, dass ihre Zahl an der Einschnürungsstelle ab- und an der lateralen Fläche der Augenblase zugenommen hat.

In diesem Entwicklungsstadium berührt die Augenblase das äussere Keimblatt unmittelbar und es schieben sich erst später zwischen beide die Zellen des mittleren Keimblattes ein, um einerseits für die Hornhaut und andererseits für den Glaskörper als Bildungsmaterial Verwerthung zu finden. Alle die sich an die Abschnürung der primären Augenblase von dem Hirn anreihenden Veränderungen derselben kommen

1) Die Länge der Embryonen schwankte zwischen 1,3—1,9 mm.

zunächst dadurch zu Stande, dass die Zellen eine Verschiebung erfahren, wodurch theilweise die auffallenden Verdickungen an der einen und die Verdünnungen an der anderen Stelle entstehen.

Ist die primäre Augenblase mit dem äusseren Keimblatt in Contakt gekommen, so beginnt bei Triton alpestris nicht die Einstülpung derselben, sondern, wie schon zwei Forscher, Schenk für die Forelle und Kessler für den Triton nachgewiesen haben, die Verdickung des lateralen Abschnittes der primären Blase in Form einer biconvexen Scheibe, welche sowohl nach lateralwärts gegen das äussere Keimblatt, als auch nach der Höhle der primären Augenblase hin eine convexe Form erlangt, wie dies in Fig. 1,a unserer Taf. II dargestellt ist. Gleichzeitig erscheint die laterale verdickte Scheibe der primären Augenblase an der ihrer Höhle zugewandten Fläche scharf gegen ihren übrigen Abschnitt durch eine schmale Spalte abgesetzt, als erste Andeutung der künftigen Abgrenzung der primären von der sekundären Augenblase resp. der späteren Netzhaut und Iris von dem Tapetum. Zählt man die Schichten der Zellkerne in diesem Entwickelungsstadium an einem Schnitt der lateralen Scheibe, so beträgt ihre Zahl an der dicksten Stelle derselben etwa fünf, an ihrer Peripherie dagegen nur zwei Lagen. Auch der in der Nähe des Vorderhirns befindliche Abschnitt der Augenblase hat an Dicke so abgenommen, dass derselbe nur zwei, höchstens drei Zellenschichten in sich einschliesst.

Die bisherige gangbare Anschauung über die Bildung der sekundären Augenblase, welche schon von Kölliker und von Götte bekämpft wurde, war die, dass die Einstülpung des lateralen Abschnittes der primären Augenblase in die letztere hinein nur das Ergebniss der sich entwickelnden Linse sei. Allein diese Annahme kann für Triton ebensowenig, wie für viele andere von mir auf diesen Punkt hin

untersuchte Thiere Geltung haben, weil die wichtigste erste Umänderung der primären Blase in der Bildung einer lateralen dicken Scheibe und einer vorwiegend nach der Augenblasenhöhle hin stattfindenden convexen Krümmung derselben besteht, bevor die Linse angelegt ist (S. Taf. II Fig. 4). Diese Formveränderungen der primären Augenblase vor der Linsenanlage sprechen mit Bestimmtheit dafür, dass die Entstehung der sekundären Blase von Vorgängen abhängig ist, welche sich in ihrer verdickten lateralen Scheibe selbst abspielen und bei Triton sicherlich nicht von der Bildung der Linse abhängig sind.

Schon die Betrachtung unserer Figuren 2, 3 und 4, Taf. II beweisen, dass die erwähnten Veränderungen an dem lateralen Augenblasenabschnitt, die allmählich auftretende schalenförmige Einsenkung an der lateralen Fläche der Scheibe und die nach der medialen Seite hin stattfindende kugelförmige Verdickung desselben ganz unabhängig von der Linse sich vollziehen und demnach von der Anlage der sekundären Augenblase selbst ausgehen müssen. Zur Besprechung der vermuthlichen Ursachen dieser Veränderungen werde ich nachträglich noch zurückkommen, und es sei hier nur noch darauf hingewiesen, dass auch Kölliker, Götte u. A. sich schon gegen die Annahme, dass die sich entwickelnde Linse einen mechanischen Faktor für die Einstülpung der sekundären Augenblase darstelle, ausgesprochen haben. An dem Auge der Tritonen findet eine mechanische Beeinflussung der primären Augenblase von Seite der Linse ganz bestimmt nicht statt.

### b) Die Zellendislokation aus der primären in die sekundäre Augenblase.

Von allen bisherigen Forschern, insbesondere von jenen, welche sich mit der Entwickelung des Batrachierauges beschäftigt haben, wird die Thatsache, dass die primäre Augen-

blase rasch eine sehr hochgradige Verdünnung bis zu einer einschichtigen Zellenlage erfährt, als eine bedeutungsvolle hervorgehoben. Der nähere Vorgang bei dieser Zellenverschiebung, das nähere Verhalten der Zellen während der Umbildung der Augenblase blieb jedoch bis zur Stunde ein räthselhafter Vorgang.

Verfolgt man bei dem Studium der Augenblase die sich vollziehende Verdünnung von einem Entwickelungsstadium zum andern, so erkennt man, dass die Zellenlagen, welche die primäre Augenblase bilden, in der Weise sich verändern, wie es in den ersten 5 Figuren der Tafel II zur Darstellung kam. Man sieht, dass die Verdünnung der primären Augenblase nicht plötzlich und gleichmässig stattfindet, sondern zunächst dadurch eingeleitet wird, dass die Zellen an ihrem medialen Pol der Zahl nach geringer werden, um schliesslich nur eine einzellige Lamelle darzustellen. Ein anderer auffallender Vorgang besteht darin, dass die Zellen sowohl, als auch ihre Kerne sich formell ändern, indem die ersteren ihre Cylindergestalt einbüssen und kubisch werden, die letzteren aus der länglich ovalen Form in die runde übergehen. Während diese Veränderungen am hinteren Pol der primären Augenblase sich vollziehen, nehmen gegen ihren Rand hin die bezüglich der Grösse nur wenig veränderten Zellen eine auffallend schiefe Stellung zur Oberfläche der Blase ein und man beobachtet, dass dieselben in unmittelbarer Reihenfolge den Zellenschichten der verdickten Scheibe für die künftige Netzhaut sich unmittelbar anschliessen und in Form und Richtung keine Spur einer Abgrenzung zeigen. Besonders klar sind diese Uebergangsstellen zwischen der primären und sekundären Augenblase in unserer Tafel dargestellt. Man empfängt bei der Betrachtung der Objekte, welche zur Darstellung der Fig. 3, 4 und 5 gedient haben, geradezu den Eindruck, als hätte das Zellenmaterial die Neigung, sich in die laterale schon verdickte Scheibe einzudrängen, um in

derselben Aufnahme zu finden. Die Folge dieses Vorganges ist die in der primären Augenblase immer weiter gehende Verdünnung, so dass die formell veränderten Zellenkerne am medialen Pol derselben (S. Fig. 5, h) einen immer bedeutenderen Abstand von einander erlangen. In Fig. 6 Taf. II hat die Verschiebung der Zellen aus der primären in die sekundäre Blase fast vollständig stattgefunden; die erstere erscheint jetzt sehr dünn, die letztere dagegen bedeutend verdickt und es drängen sich auch die einzelnen Zellen immer dichter zusammen und bilden eine durchschnittlich sechs- bis siebenschichtige Lage.

Wenn man bei der Besprechung der sekundären Augenblase das Wort „Schichte" gebraucht, so ist zur Vermeidung von Missverständnissen darauf hinzuweisen, dass eine lamellenartige Anordnung der Zellen in derselben im strengen Sinn des Wortes nicht vorhanden ist. Die Kerne, welche in den besprochenen Entwickelungsstadien noch von zahlreichen Dotterplättchen umgeben sind, stehen unregelmässig neben- und hintereinander, so dass ihre Längsaxen mehr oder weniger senkrecht zur Scheibe und zu der allmählich eintretenden Krümmung derselben radiär stehen.

Hat die Einwanderung der Mehrzahl der Zellen aus der primären Augenblase in die sekundäre stattgefunden, wodurch diese an Mächtigkeit zugenommen, so treten die beiden Blasen, welche jetzt, wie man sich ausdrückte, einen Doppelbecher darstellen, miteinander in Kontakt, indem die Höhle der primären Augenblase endlich durch die eingestülpte sekundäre ganz so erfüllt ist und gegenseitige so innige Beziehungen zeigen, wie es in den Figuren 7 und 8 der Taf. II dargestellt ist.

Jeder vorurtheilsfreie Beobachter wird bei dem Studium der von den Tritonen-Embryonen angefertigten Präparate die Ueberzeugung gewinnen, dass es sich bei den geschilderten Vorgängen wesentlich um eine Verschiebung der

Zellen aus der primären in die sekundäre Augenblase handeln kann. Wie sollte denn auch die so rasch eintretende Verdünnung der primären Blase erklärt werden! Man kann doch nicht annehmen, dass die Zellen der primären Augenblase, nachdem dieselben entstanden, sofort wieder zerfallen und etwa anderen Zellen als Nahrung dienen, in einem Entwicklungsstadium, in welchem eine genügende Quantität von Dotterplättchen als Ernährungsmaterial vorhanden ist.

Die Veränderungen, welche sich in den beiden Augenblasen vollziehen, reihen sich in den verschiedenen Entwickelungsstadien so bestimmt und so eigenartig aneinander, dass kaum eine andere Deutung, als die Verschiebung fast des ganzen Zellenmateriales aus der primären in die sekundäre Augenblase zulässig erscheint.

Diese Dislokation der Zellen, welche zunächst an dem medialen Pol am auffallendsten wahrnehmbar wird; die Anhäufung der Zellen gegen den Rand hin, die regelmässige reihenweise dichtgedrängte Anordnung derselben; die Richtung und klar sichtbare Krümmung der Kerne, sowie die allmähliche Grössenabnahme der Zellen vom Rande des primären Augenblasen-Bechers bis zum medialen Pol und nicht minder die gleichzeitige Vermehrung derselben in der sekundären Augenblase sprechen ohne Zweifel dafür, dass ein Eindringen der Zellen aus der zuerst angelegten primären Blase in die bedeutungsvolle sekundäre hin stattfindet.

Bei dieser Besprechung der Veränderungen der beiden Augenblasen kann ich es nicht unterlassen, auf ein Verhalten der Zellen des mittelbaren Keimblattes hinzuweisen, welches an allen Objekten in einem bestimmten Entwickelungsstadium wahrnehmbar ist.

Man kann nämlich an allen gut gelungenen Schnitten durch die sich entwickelnden beiden Augenblasen wahrnehmen, dass, wenn die hochgradige Verdünnung der primären Blase erfolgt ist und die einzelnen Kerne der plattgewordenen

Zellen einen grossen Abstand von einander zeigen, die Zellen des mittleren Keimblattes sich herandrängen und in unregelmässiger Anordnung mit dem künftigen Tapetum in Kontakt treten. Diese Zellen stellen unzweifelhaft die ersten Bildungselemente für die Membrana chorioidea dar, denn eine Betheiligung an dem epithelialen Tapetum ist kaum denkbar.

Dieser Vorgang erinnert an das Verhalten der Mesenchymzellen an der sich bildenden Hornhaut. Bald, nachdem die Linse sich von den tiefsten Zellenlagen des äusseren Keimblattes ganz abgeschnürt hat, treten die Mesenchymzellen von allen Seiten schichtenweise an die Zone, aus der die Linse hervorging, heran und stellen das Bildungsmaterial für die Tunica propria der Hornhaut dar.

### c) Betheiligung der Mitose an der Bildung der sekundären Augenblase.

Bei der Umbildung der primitiven Augenblase in die sekundäre spielt neben der Zellendislokation die mitotische Kerntheilung eine ganz wesentliche Rolle. Ich habe oben schon angedeutet, dass das Zustandekommen der lateralen Scheibe und ihre rasch erfolgende Verdickung nicht das alleinige Resultat der Zellenverschiebung sei, sondern ein zweiter Faktor bei derselben sich betheilige, welcher in der Vermehrung der Zellen der zuerst als Scheibe angelegten sekundären Augenblase gegeben ist.

Sorgfältige Vergleiche von Schnittserien der primitiven und sekundären Augenblase ergeben, dass die rasche Vermehrung der Zellen in der letzteren in keinem Verhältniss steht zu dem gesammten Zellenmaterial in der ersteren, welches zur Zeit der Abschnürung von dem primären Vorderhirn vorhanden ist. Die Schnittserien lassen denn auch bald erkennen, dass die Quelle für die Zellenvermehrung von der zuerst scheibenförmig angelegten sekundären Augenblase

ausgeht. Schon während der Ausstülpung der Augenblase aus dem primären Vorderhirn nimmt man an der ihrer Höhle zunächst liegenden Zellenschicht wahr, dass dieselbe ebenso, wie in der innersten Schicht der Hirnblase selbst, eine sehr lebhafte Mitose zeigt. Die Mehrzahl der Schnitte, welche von Tritonen-Embryonen von 1—1,9 mm Länge gewonnen sind, zeigt kariokinetische Figuren in den verschiedensten Phasen ihrer Umbildung, von der einfachen Vermehrung der chromatischen Kernsubstanz an, bis zur vollständigen Kerntheilung in zwei Tochterkerne.

Schon von mehreren Autoren wurde hervorgehoben, dass die Mitose am Medullarrohr sich hauptsächlich in jener Kernzone abspielt, welche der Höhle derselben zunächst liegt. Eine ganz ähnliche Beobachtung kann man auch an der Augenblase machen, an der die kariokinetischen Figuren nur an der der Höhle zunächst liegenden Zellenschichte auftreten. Dieser Vorgang bedingt meiner Meinung nach neben der oben beschriebenen Zellenverschiebung die Art des Wachsthums der lateralen Scheibe an der primären Augenblase und die nach der medialen Seite hin stattfindende convexe Krümmung derselben.

Ich muss zunächst die Thatsache hervorheben, dass die erste Anlage der künftigen Netzhaut in der primitiven Augenblase als biconvexe Scheibe auftritt. Wenn nun an einer derartigen Scheibe die Kerntheilung fast nur an ihrer medialen Fläche stattfindet, so muss an dieser Fläche ein erhöhtes Wachsthum mit starker Ausdehnung in Folge der Zellenvermehrung zu Stande kommen. Die laterale Fläche der Scheibe dagegen muss, weil dort die Mitose nicht vorhanden ist, in ihrem Wachsthum zurückbleiben und es erfolgt eine lateralwärts gerichtete concave Mulde, welche der Linsenentwickelung voraneilt.

Die Ursache der Einstülpung der lateralen Scheibe der primären Augenblase in die Höhle derselben, resp. das Zu-

standekommen der sekundären Augenblase beruht meinem Dafürhalten nach zunächst in der lokal abgegrenzten Mitose an der medialen Fläche der mehrfach erwähnten Scheibe.

Ob die beschriebenen dislocirten Zellen nur in das mediale Zellenlager der Scheibe eindringen oder auch an anderen Stellen derselben Aufnahme finden, ist schwer festzustellen. Die lebenden Embryonen sind viel zu wenig transparent, um die Zellenverschiebung beobachten zu können, und die Gleichartigkeit der Kerne an dem conservirten Material lässt nicht erkennen, an welcher Stelle die dislocirten Zellen in der Augenblasenscheibe Aufnahme finden.

Die beschriebene histogenetische Differenzirung in den Augenblasen: die Zellenverschiebungen einerseits und die Mitosen andererseits, als die wesentlichsten und nächsten Ursachen der Einstülpung der sekundären Augenblasen in die Höhle der primären anzusehen, hat viel mehr Wahrscheinlichkeit für sich, als die Annahme, dass die Linse die formelle Umbildung der Augenblasen zu Stande bringen soll. Alle die bedeutenden Differenzirungen in der Anlage für die künftige Netzhaut finden in den beschriebenen Vorgängen eine befriedigende Erklärung, nicht aber durch die angenommene Mitwirkung der Linse, welche wohl eine formelle Umbildung der Augenblase bis zu einem gewissen Grade zu Stande bringeu könnte, die bedeutungsvollen Differenzirungen der als Scheibe angelegten Netzhaut aber ganz und gar unerklärt liessen. All die erwähnten Umbildungsvorgänge der Augenblasen gehen von der vitalen specifiischen Thätigkeit ihres Zellenmateriales aus. —

Bei einer anderen Gelegenheit werde ich auf die verwandtschaftliche entwickelungsgeschichtliche Uebereinstimmung der Augenblasen zwischen der Unke und dem Triton näher eingehen.

## Beschreibung der Figuren der Tafel II.

Sämmtliche Zeichnungen sind mit dem Prisma aufgenommen und können als sorgfältige Copien der vorgelegten Objekte betrachtet werden.

Von allen Horizontalschnitten sind nur die linken Augenblasen mit dem angrenzenden äussseren Keimblatt und der primären Gehirnblase dargestellt.

**Fig. 1.** Horizontalschnitt durch die primitive Augenblase als Ausstülpung der primären Hirnblase. Länge des Embryo 1,2 mm.

Die Abschnürung hat begonnen und bei *a* ist die biconvexe Retinascheibe schon so verdickt, dass man an dem Schnitt von der lateralen bis zur medialen Fläche 4—5 Zellenschichten zählen kann. Eine Zählung der Zellen wird nur mit Hilfe der stark imbibirten Kerne möglich, weil dic Zellengrenzen undeutlich sind.

**Fig. 2.** Horizontalschnitt durch die Augen- und Hirnblasen von einem 1,3 mm langen Tritonembryo.

Die Abschnürung der Augenblase von der Hirnblase ist fast vollständig. Die Abschnürungsstellen berühren sich gegenseitig. (Stiel des künftigen Opticus). *b*, verdünnte primäre Augenblase, welche am medialen Pol eine einzellige Schichte besitzt, deren Zellen kubisch geworden sind; die Kerne derselben stehen mit ihren längsten Durchmessern noch in frontaler Richtung.

Der periphere Abschnitt der primären Augenblase schliesst noch zwei Zellenlagen in sich ein, welche nach der lateralen Scheibe vorrücken.

*c*, Die Scheibe zeigt an der medialen Fläche eine Verdickung und hat sich der primären Augenblase genähert.

**Fig. 3.** Horizontalschnitt des Kopfes von einem 1,4 mm langen Tritonembryo.

*d*, Die primäre Augenblase, in welcher am medialen Pol die kubischen Zellen mit ihren runden Kernen einen grösseren Abstand zeigen, sind nicht in der Ebene des Opicusstieles durchschnitten. Sehr klar zeigt sich an dieser Figur der allmähliche Uebergang der

runden kubischen Zellen in die grösseren schiefgestellten am Rande des primären Augenbechers (*e*), wo die Aufnahme des Zellenmaterials in die laterale Scheibe stattfindet.

**Fig. 4.** Horizontalschnitt des Kopfes eines 1,2 mm langen Tritonembryos.

*f*, Am hinteren Pol der primären Augenblase haben die Zellen eine platte Form angenommen, während am Rande derselben die einzellige Lage immer mehr in die dicker und concaver gewordene Scheibe vorrückt.

*g*, Bei diesem Buchstaben stehen die Zellen so dicht gedrängt nebeneinander, dass ihre Kerne sich fast berühren. An der proximalen Seite erscheinen die Zellen gebogen und ihre Kerne gekrümmt. An der convexer gewordenen Fläche der lateralen Scheibe sind mehrere kariokinetische Figuren sichtbar.

**Fig. 5.** Horizontalschnitt durch den Kopf eines 1,5 mm langen Tritonembryos.

Obschon an dieser Figur die Höhle der primären Augenblase fast ganz von der lateralen Scheibe erfüllt ist, erscheint doch erst eine kaum angedeutete Mulde an der lateralen Fläche derselben. An dieser Figur ist die erste Anlage der Linse *(k)*, entstehend aus dem tiefen Zellenstratum des äusseren Keimblattes, dargestellt. Obschon die Mulde lateralwärts an der Scheibe in Fig. 3 und 4 angedeutet ist, zeigt sich keine Anlage für die Linse. Der Raum für die erste Anlage derselben ist hier auch schon präformirt. Der Buchstabe *k* ist zu einer kariokinetischen Figur punktirt.

*h*, Sehr verdünnte primäre Augenblase, an der die platte Form der Zellen schon zu Stande gekommen ist mit grossem Abstand der einzelnen Kerne.

*i*, Die letzten dichtgedrängten grossen Zellen sind im Begriff, ganz in der Scheibe der sekundären Augenblase aufgenommen zu werden. Die Zellenschichten haben sich an der dicksten Stelle der Scheibe auf 7—8 vermehrt.

*k*, Erste Anlage der Linse. Die Linie, welche die Zellen für die erste Linsenanlage von der oberflächlichen Schichte des äusseren Keimblattes abgrenzt, ist viel zu stark ausgedrückt.

**Fig. 6.** Horizontalschnitt durch den Kopf eines 1,5 mm langen Tritonembryos.

Diese Figur unterscheidet sich von der vorigen durch stärkere Ausdehnung der Retinascheibe und grössere Krümmung derselben.

*l*, die primäre Augenblase hat sich zu einer sehr dünnen Lamelle umgewandelt.

*m*, Die grösseren Zellen derselben sind fast alle in der sekundären Blase aufgenommen, wodurch diese eine Vergrösserung erfahren hat. Auch an diesem Objekt ist eine Mitose an der convexen Fläche der künftigen Retina sichtbar.

*n*, Die zu einem Halbkreis umgeformte Linsenanlage, in welche vom äusseren Keimblatt immer noch Zellen eintreten, aber auch in der Linse selbst durch Mitose vermehrt werden.

**Fig. 7.** Ein der vorigen Figur ähnlicher Horizontalschnitt am Stiel des künftigen Nervus Opticus. Tritonembryo von 1,6 mm Länge.

Erst in diesem Stadium kann man von einem sekundären Augenblasenbecher sprechen, in dessen lateraler Mulde die Linse ein Bläschen mit engem Lumen darstellt. Die beiden Blasen berühren sich vollständig und verkleben miteinander.

*o*, primäre,

*p*, sekundäre Augenblase.

**Fig. 8.** Horizontalschnitt durch den Kopf eines gegen 2 mm langen Tritonembryos.

Während die primäre Augenblase sehr dünn geworden, hat sich die sekundäre bedeutend gedehnt und stärker gekrümmt.

*q*, Platte Zellen der primären Blase mit herandrängenden Zellen des mittleren Keimblattes für die Anlage der Chorioidea.

*r*, Uebergangsstelle der beiden Augenblasen, an deren distalem Abschnitt kariokinetische Figuren sichtbar sind, welche der primären Blase angehören.

*s*, Linse in Form eines Bläschens mit einem etwas vergrösserten Lumen. Die Linse hat sich vollständig vom äusseren Keimblatt getrennt und ihr weiteres Wachsthum scheint nur von ihrer Zellentheilung abhängig zu sein.

# Generelle Uebersicht der Heilmittel in dem Áyurvéda [1]) des Suśrutas

eine Studie von Franz Hessler.

(*Eingelaufen 4. Mai.*)

Die Heilmittellehre in dem *Áyurvéda* des *Suśrutas* erstreckt sich nicht allein auf die eigentliche *Materia Medica*, sondern umfasst auch die chirurgischen Instrumente und die Zaubermittel und Incantationen. Demnach sind die Heilmittel hier so reichhaltig, dass in dieser Hinsicht weder die altklassische eines *Dioscorides* und *Galenos*, noch die arabische und mittelalterliche, noch auch die neueste Arzneimittellehre ihnen nur annähernd gleichkommt. Aber gerade dieser Heilmittelreichthum möchte den triftigsten Beweis für das von mir angenommene hohe Alter des *Suśrutas* liefern; denn man kann doch sicher annehmen, dass der schriftlichen Abfassung dieses Werkes eine lange Zeit praktischer Erfahrungen und eingehender Versuche vorausgingen; denn es sind sämmtliche Mittel nach ihren Indicationen, Anwendungsweisen und Wirkungen, nach ihren Dosirungen u. s. w. sorgfältigst ausgeführt, was Alles tief eingehende Beobachtungen voraussetzt.

Beginnen wir mit der Betrachtung der chirurgischen Instrumente. Der Form nach gibt es 6 Gattungen derselben: tubusgestaltige, hackenbildende und Hilfsinstrumente; das

1) Ich folge hier, wie in meiner lateinischen Bearbeitung des *Suśrutas* dem Sanskrit-Laut-System von Sir William Jones. —

Wichtigste ist die menschliche Hand. Von jeder Gattung wird ihre Zahl angegeben, so wie ihr Gebrauch bei chirurgischen Operationen. Die meisten Instrumente sind aus Eisen gefertigt, wobei eine genaue Beschreibung ihrer Grösse folgt. Die chirurgischen Werkzeuge müssen von einem gründlich geübten Fabrikanten gefertigt und sehr rein gehalten werden. Die Hilfswerkzeuge bestehen in Stricken, geflochtenen Haaren, Binden, Riemen, Baumrinden, leinenen Tüchern, Erden, Steinchen, Hämmerchen, Zähnen, Nägeln, Pferdedecken, Magnet, Kameelen, *Cauterium*, *Causticum* und innerlichen Arzneistoffen.

Die Wirkungen der chirurgischen Werkzeuge bestehen in Schneiden, Ausfüllen, Binden, Untersuchen, Umwenden, Lockern, Herumdrehen, Durchbohren, Ausrotten, Reinigen, Herausreissen, Ausziehen, Aufheben, Zerbrechen, Aufsaugen, Geraderichten, Abwaschen, Einblasen, Abwischen. Von allen diesen Werkzeugen werden die Fehler der Fabrikation in Grösse und Form gründlich erörtert. — Eine sehr ausführlichere Beschreibung ist besonders den *Scalpellen* gewidmet; 20 Arten dieses Instrumentes werden aufgeführt. Zur Reinhaltung der Instrumente wird grosse Rücksicht auf den Ort der Aufbewahrung derselben dringend empfohlen; besonders noch wird eingeprägt, da, wo eine Verrichtung für die Hand indicirt erscheint, nur diese, und kein anderes Werkzeug zu gebrauchen, da ja alle chirurgischen Instrumente doch nur Stellvertreter einer operirenden Hand seien, die wieder nur durch eine geschickte Hand des Operirenden geleitet werden.

So viel über die Instrumenten-Lehre, woraus abermals klar ersichtlich ist, welche Gewandtheit die alten Hindu in den chirurgischen Operationen bereits in dem Zeitalter des *Suśrutas* schon besassen, und welch lange Zeit sie schon vor Abfassung dieses Werkes sehr vielfältige Beobachtung im Gebiete der Chirurgie angestellt haben mussten. Nebenbei

muss hier noch bemerkt werden, dass überhaupt im *Suśruta* die Chirurgie, im *Charaka* die innere Medizin den grössten Antheil hat.

Zu den Hilfswerkzeugen für Chirurgie könnte man auch die Anwendung der Blutegel und Schröpfköpfe rechnen; erstere werden nach ihrer Brauchbarkeit beschrieben; für die Schröpfköpfe ihre Anwendung erörtert. Dabei wird besonders bemerkt, dass die Anwendung der Blutegel die mildeste Art der Blutentziehung sei, und bei Königen, Reichen, Kindern, Greisen, Furchtsamen, Abzehrenden, Weibern, Verzärtelten anstatt der Aderlässe Platz greifen soll; dasselbe gilt für die Indication der Schröpfköpfe. Nicht ausser Acht gelassen ist hier die Anwendung des Feuers in der Form von *Moxa*, die aber auch, wie die Anwendung der Aderlässe in gleichen Fällen contraindizirt ist. — Wo nämlich die Arzneistoffe nicht zur Heilung führen, findet das Messer seine Anwendung; wo dieses nicht hilft, muss man das Feuer anwenden. Ich übergehe hier die gründliche Naturgeschichte und Zucht der Blutegel, die sehr ausführlich ist, und heute noch Beachtung verdient. Es werden hier die schädlichen und die heilsamen beschrieben, und besonders die krankhaften Symptome nach den Bissen der giftigen Egel aufgezählt. — Am Schlusse aller chirurgischen Werkzeuge wird nachdrücklichst ein Operationskurs empfohlen, wo es heisst: „*Suvahu* srutopyakritayogyah karmasvayogyo bavati." „Auch ein sehr hoch Gelehrter, eine Einübung nicht gemacht habend, ist in den Operationen ungeübt." An verschiedenen Früchten, an leblosen Thieren, an gefüllten Blasen etc. wird dieser Operationskurs bewerkstelligt.

Einen Rückblick auf alle diese Mittheilungen werfend, gewahren wir abermals das hohe Alter des *Ayurvéda*, dem vor seiner schriftlichen Abfassung grosse und lange dauernde Erfahrungen, wie bereits schon gesagt, vorausgegangen sein mussten. Noch mehr wird dies in die Augen

springen, wenn wir die Heilmittel für die innere Medicin aus dem Pflanzenreiche in nähere Betrachtung ziehen.

Wir zählen 760 Medizinal-Pflanzen im *Suśrutas* namentlich aufgeführt. Dieselben sind nach ihrer Wirkung in 36 Klassen eingetheilt und nur eine Klasse besteht aus Mineralstoffen, nämlich aus Zinn, Blei, Kupfer, Silber, Gold, Magnet und Eisenrost, denen die vorzüglichste Wirkung zugeschrieben wird.

Aus den Gewächsen werden die Wurzeln, Hölzer, Rinden, Blätter, Blüthen und Früchte benützt; daraus werden Infusen, Dekokten, Tinkturen, Spirituosen, Oele, Säuren, Salben, Pflaster, Pillen, Bäder, Klystire und allerlei Getränke zubereitet, die in den angegebenen Indicationen adhibirt werden. — Ich will hier abgekürzt einige Beispiele anführen:

I. Die erste Klasse, mit *Hedysarum gangeticum* beginnend und 18 Arzneigewächse zählend, heilt biliöse und Respirationskrankheiten.

II. Die zweite Klasse beginnt mit *Cassia fistula* und enthält 20 Pflanzenstoffe. Sie wirkt vorzüglich gegen Arthritis und Lepra.

III. Diese Klasse beginnt mit *Capparis trifoliata* und heilt vorzugsweise die Drüsengeschwülste.

IV. Die *Pentaptera arjuna* ist das Hauptmittel in dieser Klasse, und heilt die Windsucht und Stein-Krankheiten.

V. Mit *Shorea robusta* beginnt diese, vorzüglich die Gelbsucht heilende Klasse.

VI. Mit *Symplocos racemosa* beginnende, 14 Pflanzen zählende Klasse heilt die weiblichen Geschlechts-Krankheiten und ist auch Gegen-Gift.

VII. Phlegma und Fettsucht tilgend und Geschwüre reinigend wird diese, mit *Asclepias gigantea* beginnende Klasse beschrieben.

VIII. *Anethum sowa* ist der Repräsentant dieser Klasse, die das Hauptwurmmittel ist und die asthmatischen Beschwerden hebt.

IX–XXXVII wird in gleicher Weise fortgefahren, was näher zu erörtern hier nicht beabsichtigt ist. Es werden besonders in diesen 29 Klassen die Arzneipflanzen *Bignonia indica, Piper longum, Elettaria cardamomum, Acorus calamus, Solanum melongena, Piper nigrum, Xylocarpus granatum, Jasminum auriculatum, Ficus indica, Nymphæa cærulea, Convulvulus paniculatus* hervorgehoben, die in den verschiedenartigsten chronischen Krankheiten ihre Anwendung finden.

Die Diätetik oder Lehre über Nahrungsmittel, Wohnung und Bekleidung hat *Susrutas* sehr ausführlich behandelt, und Grundsätze aufgestellt, die noch heutigen Tages ihre Geltung behaupten. Die Speisen und Getränke sind freilich nach Zeit und Ort sehr verschieden, aber das Princip derselben ist doch durchgreifend. Die Nahrungsmittel sind nach *Susrutas* die Wurzel aller Lebewesen (Práńinam múlam áháro) und so nothwendig als Wasser und Luft. — Die einfachen und zusammengesetzten Speisen und Getränke geben uns ein anschauliches Bild der antiken indischen Kochkunst; die bei den Mahlzeiten zu beobachtenden Regeln sind sehr complizirt, und schreiben vor, wie die Speisen und Getränke der Reihe nach erfolgen müssen, um der Diätetik vollkommen zu entsprechen.

Unter den Speisen werden die Getreidearten, und unter diesen vorzüglich die Reisarten hervorgehoben, und diesen an Nahrungswerth die Gerstensorten zur Seite gestellt. — Eine grosse Rolle in der indischen Küche spielen auch die verschiedenen *Leguminosen*, besonders die Erbsen, Linsen und Bohnen, die vielen Nährstoff enthalten. Unter den *Cerealien* steht in dieser Hinsicht der Weizen oben an. — Die Fleischspeisen sind äusserst zahlreich, und werden

die mannigfaltigen Fleischarten nach Nährstoff und Geschmack wohl von einander unterschieden; es gibt 6 Arten von Fleisch: im Wasser lebende Thiere, Hausthiere, Geflügel, Wildpret, Körnerfresser und Fleischfresser, wovon jede Art nach Zubereitung und Nährgehalt beschrieben wird. — Die Klasse der Baumfrüchte und Obstsorten bietet einen Reichthum, der wirklich überrascht, und die Reichhaltigkeit des Pflanzenreiches in Ostindien, wie wir heute noch sehen, bewundern lässt. Aber nicht allein als Nahrungs-Mittel, sondern auch in pharmakodynamischer Rücksicht erfahren wir hier Hochwichtiges.

Die Klasse der Blüthen ist mehr für den medizinischen Gebrauch durchgeführt, und werden hier besonders die Hanfblüthen gegen gallige Hæmorrhagie dringend empfohlen, und wird die Senfblüthe als ein sehr wirksames *Antihelminthicum* gerühmt.

Den Wurzeln wird weit mehr Nährstoff als den übrigen Pflanzentheilen zugeschrieben; nicht allein als Nahrungsmittel, sondern auch grossentheils in pharmakodynamischer Hinsicht werden sie sehr gepriesen. Seltsamerweise ist auch von den Wurzeln des *Solanum melongena* die Rede, als semen virile befördernd und Drüsen erweichend; auch ist von verschiedenen Rettigarten die Sprache; die Wurzel von Arum campanulatum ist das beste Hæmorrhoidalmittel. —

Die Kochkunst in ihrer fremdartigen Eigenthümlichkeit übergehe ich hier, und muss diese ausführlich in einer besonderen Abhandlung vollständig durchgeführt werden.

Von den Salzen und Mittelsalzen, von Kochsalz, von Kali und Natron erfahren wir hier freilich sehr wenig, was bei dem Mangel an chemischer Wissenschaft der alten Inder nicht befremdet.

Die Arzneistoffe aus dem Thierreiche sind: Fette, Milche, Urine, Butter und Fleischarten. Eine Hauptrolle spielen hier die Urine verschiedener Thiere, die als Heilmittel

gegen die mannigfaltigsten Krankheiten ihre Anwendung finden. — Im *Charaka* finden wir die Urine am ausführlichsten behandelt. — Die Milch verschiedener Thiere ist nicht nur ein kräftiges Nahrungsmittel, sondern auch einer der wirksamsten Arzneistoffe, namentlich bei chronischen Krankheiten aller Art, besonders bei Abzehrungen. —

Die Pflanzenstoffe, seien solche als Medicamente oder als Nahrungsmittel anzusehen, werden in ihren Zusammensetzungen nach ihrem Geschmacke geordnet. Es ist diese Composition von Stoffen höchst merkwürdig und muss hier etwas näher betrachtet werden. Es entscheidet bei dieser Zusammensetzung blos der Geschmackssinn. So gibt es zwei-, drei-, vier- und fünffache Zusammensetzungen in folgender Art: mit dem süssen Geschmacke kann durch Duplication verbunden werden das Sauere, das Salzige, das Bittere, das Stechende und Adstringirende. Mit dem Saueren kann das Salzige, das Stechende, das Bittere und das Adstringirende; mit dem Salzigen das Stechende, das Bittere und Adstringirende; mit dem Stechenden das Bittere, Adstringirende; mit dem Bitteren das Adstringirende verbunden werden. Dies sind Duplicationen. Es kommen aber, wie schon gesagt, auch drei-, vier- und fünffache Verbindungen vor, so dass es 63 Geschmackszusammensetzungen mit dem Süssen, Saueren, Salzigen, Stechenden, Zusammenziehenden und Bitteren gibt, die sowohl in der Küche, als auch in der Receptur zu berücksichtigen sind; eine höchst spitzfindige Anordnung der Stoffe nach festen unumgänglichen Regeln.

Ein eigenes Kapitel handelt von den Wirkungen der Geschmäcke. Das Süsse vermehrt das Blut, das Fleisch, den Chylus, das Mark, den männlichen Samen, die Milch. — Das Sauere befeuchtet, ist Digestivmittel, erwärmt die Eingeweide. — Das Salzige ist purgirend, Verdauung befördernd, anfeuchtend. — Das Stechende ist Appetit ver-

mehrend, die Würmer und das Phlegma vertreibend. — Das Bittere ist Appetit vermehrend, das Fieber mässigend, den Eiter eintrocknend, den Durst löschend. — Das Adstringirende reinigt und trocknet aus. — Wenn einer dieser Geschmäcke ohne alle Beimischung im Uebermaasse angewendet wird, entstehen krankhafte Affectionen, die genauer angegeben werden. Daher die vielen Mischungen der Stoffe miteinander. — Welche Stoffe als süsse, sauere, salzige, stechende, bittere und adstringirende zu betrachten sind, wird klassenweise aufgezählt. — Zur Klasse der süssen Stoffe gehören: Geklärte Butter, Fette, Mark, Reis, Gerste, Weizen, Weinbeeren, Honig, Zucker etc. Als sauere Stoffe sind zu betrachten: Citronen, Tamarinden, gestockte Milch, Buttermilch, Essig etc. Stechend sind: Pfeffer, Rettig, Zwiebel, Tamarinden etc. Salzig sind: Kochsalz, Soda, Salpeter, Natrum, Seesalz etc. Bitterstoffe sind: Solanum melongena vorzüglich. Adstringirend: Indische Feige, Myrobalanen, Amaranth, Bergweizen etc.

Ueberblicken wir die Unmasse von Arznei- und Nahrungsstoffen, wie uns solche *Suśrutas* vorführt, so können wir nicht umhin anzunehmen, dass, wie wiederholt gesagt, der Abfassung unseres *Ayurvédas* eine jahrhundertelange Beobachtung und Erfahrung vorausgegangen sein muss und dass dies Werk als Göttergeschenk von den antiken Hindu angesehen und so in den *Canon* ihrer heiligen Schriften aufgenommen worden ist.

Unsere Pharmacopoea germanica, so reichhaltig sie auch ist, kann sich nicht in dieser Hinsicht mit der altindischen Arzneimittellehre messen, obgleich sie mit *Chiron*, *Asclepios* und den Gärten der *Hekate* beginnend und mit unserer gegenwärtigen Pharmakopöe endend, einen Zeitraum für ihren Ausbau von mehreren tausend Jahren umfasst. — So wiederholen wir bei jeder Gelegenheit den Hinweis auf das hohe Alter des *Suśruta*. Gegen diesen Schluss könnte man

etwa einwenden, dass gerade die lange, der Abfassung des *Ayurvédas* vorausgegangene Zeit auf dessen Neuheit schliessen lasse. Allein dies zu behaupten, möchte wohl die kühnste Kritik nicht wagen. Das antike Gepräge des ganzen Werkes, die originelle Färbung desselben, die Aufnahme in den Canon der heiligen Schriften, der ächte brahmanische Standpunkt und vor allem die antike einfache Sprache selbst würde einen solchen verkehrten Rückschluss verdammen.

Kurt Sprengel hat freilich über das ganze Alterthum der Inder unbarmherzig den Stab gebrochen, wurde aber von Julius Rosenbaum glänzend abgefertigt.

Ich habe schon vor 58 Jahren in einer Abhandlung „De antiquorum Hindorum medicina et scientiis physicis, quæ in Sanskritis operibus exstant" mich gegen Kurt Sprengel aufgelehnt, der die Geschichte der indischen Medicin geradezu als fabelhaft erklärt und in den neueren Forschungen lediglich nur einen Hang zum Abenteuerlichen und Neuerungssüchtigen erblickt; ja, er verwirft sogar den astronomischen Beweis des *Colebrooke* (Asiat. res. VIII. p. 493), dass die *Védas*, die ältesten Religionsbücher der Inder, wenigstens aus dem vierzehnten Jahrhunderte vor unserer Zeitrechnung herrühren, und verfährt ganz leidenschaftlich gegen die altindische Cultur und Wissenschaft überhaupt, ins Besondere eifert er gegen die Annahme des hohen Alterthums der indischen Literatur. Man vergleiche aus meiner angeführten Abhandlung den § 2 und 4, wo von dem indischen Alterthume, nach dem damaligen Stande unserer Wissenschaft, das Nähere hierüber ausgeführt ist, wiewohl ich heut zu Tage nicht mit Allem damals Behaupteten einverstanden sein kann!

Zur Heilmittellehre der alten Hindu gehören auch die Mittel gegen die Dämonen, die vorzugsweise die Kinder überfallen. Diese Dämonologie stellt aber nicht nur Zauberformeln und Incantationen, sondern auch wirkliche

natürliche Heilmittel gegen die Verzauberungen auf, die theils in Begiessungen, Einreibungen und Räucherungen bestehen. Die Hauptmittel hiegegen sind indessen die vorzunehmenden Opfer verschiedener Art und die Segen- und Weihsprüche. Der *Ayurvéda* des *Suśrutas* enthält mystische Heilmittel, die sich auf religiöse Dogmen stützen und aus den Véden abgeleitet sind. Diese Heilmittel gehen mit der materiellen Materia medica Hand in Hand.

Die vorzüglichsten Spuckgeister sind: die Skandas, die wichtigsten, die durch Besprengung eines Absudes von *Palma Christi* und durch Räucherung aus Kuh- und Schafhaaren verscheucht werden. — Die Sakuni werden durch Zaubersprüche vertrieben; die scheussliche Göttin Putaná wird durch Zaubersprüche unschädlich gemacht. Auf gleiche Weise werden die übrigen unholden Geister vertrieben oder besänftiget. — Viele Krankheiten, die als Strafe eines ruchlosen Lebens von den Göttern verhängt werden, müssen durch Fasten, Gebete und Opfer gesühnt, resp. geheilt werden, besonders solche Uebel, die aus einem früheren gottlosen Lebenswandel herrühren, sind durch rigoröse Ascese heilbar, denn die Seelenwanderung, auch in Thiergestalten, ist in der altindischen Religion nicht selten. Ja, nicht einmal die Götter verschmähen es, in Thiergestalten zu erscheinen und als *Avatare* der Zeit so aufzutreten.

Auffällig erscheint mir ferner, dass auch einige Arzneipflanzen und Küchengewächse in den *Ayurvéda* aufgenommen worden, die nicht eigentlich in Ostindien beheimatet sind; sagen doch antike Klassiker, die alten Inder hätten keinen Verkehr mit dem Auslande gehabt und seien auch nicht ausgewandert. Allein der gründliche Geschichtsforscher Heeren suchte das Gegentheil nachzuweisen. Man vergleiche dessen „Commentatio de Græcorum de India notitia 1790; de mercaturæ Indiæ ratione et viis 1791; und de Romanorum de India notitia 1782. Wahrscheinlich kamen diese

Berührungen der Griechen und Römer mit den Indern erst nach dem Einfalle Alexanders des Grossen in Indien vor, und sind einige Arzneipflanzen wahrscheinlich erst nach dieser Zeit in den *Ayurvéda* aufgenommen werden. Auch ist es möglich, dass durch Aristoteles und die Alexandriner diese Gewächse von Aegypten, Griechenland und Italien nach Indien späterhin verpflanzt worden seien, besonders zur Zeit der Ptolemäer.

Von Kolchis aus finden wir keine Spur einer Verbindung mit Indien. Die vorzüglichsten Medicinalgewächse in dem festummauerten Garten der *Hekate* waren nach dem Verzeichnisse des Orphischen Argonautenzuges: *Asphodelos*, *Klymenos*, *Adiantos*, *Kypeiron*, *Thrygon*, *Aristereon*, *Anemone*, *Horminon*, *Erysimon*, *Kyklamis*, *Stoichas*, *Krokos*, *Paionia*, *Polyknemon*, *Diktamnon*, *Akoniton*. Letzteres im ganzen Alterthume das hochgradigste Gift. Von Kolchis aus wanderten diese Gewächse nach Phönizien, Aegypten, Griechenland; — aber in Indien finden wir ausser dem Krokos keine Spur von Gewächsen aus dem Garten der *Hekate*. Ueberhaupt hat erst mit dem Erscheinen der kulturellen Halbgötter, der Korybanten, Kabiren und Kureten auch für die Medicin und nothwendiger Weise auch für die Heilmittel eine neue Aera begonnen, die sich über alle Kulturvölker erstreckte. Diese Kultur-Heroen kamen vom Kaukasus und Samothrake, und sie vertrieben den düsteren kolchischen Kultus nach allen Richtungen.

Kurt Sprengel versuchte diesen kolchischen Pflanzen in die neuere botanische Kunstsprache zu übersetzen; indessen sind seine Bestimmungen keineswegs ganz zuverlässig. Das *Akoniton* ist wahrscheinlich unser *Aconitum napellus*, wiewohl auch die übrigen Eisenhutarten mehr oder minder giftig sind.

Es wird immer eine schwierige Arbeit der Kritik bleiben,

volle Aufklärung über die Gewächse des Gartens der *Hekate* zu gewinnen.

Ich selbst habe einige Versuche mit echt indischen Arzneigewächsen angestellt, aber die beschriebene Wirkung nicht gefunden, was leicht erklärlich ist, da Zeit und Raum so verschieden sind, dass diese Gewächse nach Darwin'scher Theorie grossen Veränderungen unterworfen sein mussten. Schon *Ganghád'hara* sagt: auf das Zeitrad gestellt ist die ganze Welt; alle Dinge werden durch die ewig sich bewegende Zeit allmälig in Form und Wesen einer Umbildung (pariṅáma) unterworfen.

Sehr bemerkenswerth ist, was über die verschiedenen Arten der Wässer gelehrt wird und welchen Einfluss ein gesundes Wasser auf die Gesundheit der organischen Wesen ausübt, das einer gesunden Luft nicht nachsteht. Die Wässer, die von Osten nach Westen fliessen, sind, wie *Suśrutas* meint, heilsam; die von Westen nach Osten strömen, minderwerthig. Unter allen Wässern aber ist das Regenwasser das heilsamste, weil es, wie *Suśrutas* glaubt, keine Nebenbestandtheile mit sich führt. Wie *Pindar*, so auch *Suśrutas* sieht das Wasser als die vorzüglichste Naturgabe an; Wasser und Luft sind ihm die Lebenskraft erhaltenden Stoffe. *Suśrutas* nimmt nämlich eine allen Organismen zukommende Lebenskraft an, die der Scholiast *Gangád'hara* verwirft und alle Lebenserscheinungen im Stoffwechsel sieht.

Alle Umwandlungen in dem Naturhaushalte geschehen nach *Suśrutas* durch Wasser und Luft, von der Steinbildung bis zu den lebenden Organismen. — Je nach Bodenbeschaffenheit haben die Wässer ihren Geschmack, Farbe und Wirkung. So wirken die Wässer bald als süssliche, säuerliche, salzige, stechende, bittere oder adstringirende Stoffe. — Unter den flüssigen Stoffen werden noch weitläufig die Spirituosen und

deren Bereitung; die verschiedenen Weinarten und ihre Heilkräfte; die mannigfaltigen Oele besprochen.

Die Gegengifte sind so zahlreich, als die Gifte selbst, aber beide sind jetzt nicht mehr näher definirbar, einmal, weil sie nach so vielen Jahrhunderten sich gänzlich umgeändert haben; dann aber auch, weil sie schon ursprünglich nicht genau charakterisirt wurden. — Denn wenn wir den Uebergang (Pariṅáma) der niederen Thierstämme zu höheren nach Haeckel betrachten, so resultirt aus dessen Stammbäumen eine so total aufsteigende Bewegung, dass es schwer hält, von da zu den früheren Daseinsformen zurückzusteigen.

Wie lässt sich ferner erklären, dass nach Alexander's Einfall in Indien gar kein griechischer Einfluss auf die Indische Medicin und umgekehrt sich ergeben hat? Für's Erste war der Cyclus der Indischen Medicin zu jener Zeit schon abgeschlossen, und was von griechischen, italischen und ägyptischen Arzneistoffen im *Suśrutas* vorkommt, kann erst später, wie schon erwähnt, dem *Ayurvédas* eingefügt worden sein, was jedoch das indische Gepräge nicht alterirt. Dann waren zu jener Zeit beide Nationen von so ganz eigenthümlicher Art, dass sie sich in Nichts assimiliren konnten.

Ein weiteres Bedenken drängt sich mir auf, warum denn die alten Inder nach *Suśruta* und *Charaka* keine weiteren Fortschritte in den Naturwissenschaften und der Medicin machten? Dies erklärt sich aus dem starren Dogmatismus des Brahmanismus, der sich gleichsam versteinert hatte und nichts aufkommen liess, was gegen seine Priesterherrschaft verstiess, die jeder neuanstrebenden Kraft das Anathema entgegenhielt; man vergleiche nur das erste Kapitel des *Ayurvédas*, wie der Brahmanismus die Medicin als ein Geschenk der Götter hinstellt, das dergestalt keiner Veränderung oder weiteren Ausbildung fähig oder bedürftig war. Und in der That haben auch alle späteren

altindischen Schriftsteller in der Medicin nichts wesentlich anderes geliefert, als was in *Suśruta* und *Charaka* schon enthalten ist. Uebrigens ist auch das Verzeichniss der Arzneikörper im *Suśrutas* so reichhaltig, dass es kaum überblickt werden kann und man kein Bedürfniss nach weiterer Entwickelung hatte.

Wie bei einer anderen Gelegenheit schon erwähnt wurde, steht mir von *Charaka* nur der Sútrast'hána zu Gebote, der nur einen kurzen Ueberblick seiner *Materia medica* liefert, während mir der vollständige Áyurvéda des Susrutas vorliegt.

So schmeichle ich mir, alle Arten von Heilmitteln der altindischen Medicin generell ausgeführt und dadurch einen bescheidenen Beitrag zu der Geschichte der medicinischen Heilmittel überhaupt geliefert zu haben.

# Ueber Gebirgsmagnetismus

von Oskar Emil Meyer.

*(Eingelaufen 4. Mai.)*

Lamont[1]) hat bei seinen im Jahre 1854 ausgeführten Messungen des Erdmagnetismus an verschiedenen Orten des Königsreichs Bayern örtliche Störungen wahrgenommen, welche sich in einer Verstärkung der horizontalen Componente äusserten. Er erklärt diese Erscheinung durch die Annahme, dass in solchen Gegenden der südliche Magnetismus, welcher unserer nördlichen Hälfte des Erdballs eigenthümlich ist, stärker als anderswo hervortritt.

Aehnliche Erfahrungen habe ich in den letztverflossenen Jahren gemacht, als ich in Schlesien und den angrenzenden Theilen von Böhmen Beobachtungen über den Erdmagnetismus anstellte.[2]) Ich verfolgte dabei hauptsächlich das Ziel, den magnetischen Einfluss von Bergen auf die Magnetnadel zu messen. Desshalb beobachtete ich sowohl auf dem Gipfel, als auch am Fusse des untersuchten Berges. Bei allen solchen Messungen fand ich auf der Spitze des Berges stets einen grösseren Werth der Horizontalcomponente, als in der Nähe des Berges im Thale.

Als Beispiel mögen folgende an der Schneekoppe im Riesengebirge erhaltenen Zahlen dienen, welche ich mit einem von C. Bamberg (in Friedenau bei Berlin) gebauten magnetischen Reise-Theodolit gemessen habe.

---

1) Münchener gelehrte Anzeigen 1855, Band 40, S. 73; Poggendorff's Annalen, Band 95, S. 476.

2) Ausführlichere Mittheilungen habe ich im Jahresbericht der schles. Gesellschaft f. vaterl. Cultur 1888 veröffentlicht.

| | Krummhübel. | Melzergrund. | Schneekoppe. | Riesengrund. | Spindelmühl. |
|---|---|---|---|---|---|
| Meereshöhe | 620 | 980 | 1600 | 960 | 750 m. |
| Declination | | | 8°31' | | |
| Inclination | 65,2 | 65,2 | 65,4 | 65,3° | |
| Horiz. Intens. | 0,192 | 0,194 | 0,194 | 0,193 | 0,192. |

Von den Beobachtungsorten liegen die beiden ersten auf der schlesischen, die beiden letzten auf der böhmischen Seite des Gebirges. Die Werthe der Horizontalcomponente, welche auf Gramm, Centimeter und Secunden als Einheiten bezogen sind, zeigen eine geringe, aber doch deutlich erkennbare Zunahme mit der Höhe. Da von der Inclination dasselbe gilt, so muss in noch stärkerem Maase die gesammte Intensität des Erdmagnetismus mit der Höhe wachsen.

Um diese Thatsache vollkommen sicher zu stellen, besuchte ich dieselbe Gegend im Jahre darauf nochmals und stellte mit dem Kohlrausch'schen Variometer[1]) vergleichende Messungen der Horizontal-Componente an. Die Ergebnisse meiner Beobachtungen lassen sich, wenn der für Krummhübel geltende Werth der Componente zur Einheit gewählt wird, durch folgende Zahlenreihe darstellen.

| | |
|---|---|
| Krumhübel | 1,000 |
| Schneekoppe, schlesische Seite | 1,014 |
| „ böhmische „ | 1,020 |
| Riesengrund | 1,003 |
| Spindelmühl | 1,001. |

Hiernach kann an der Richtigkeit der Thatsache, dass der Erdmagnetismus auf der Höhe des Berges verstärkt ist, kein Zweifel mehr bestehen. Ebenso wenig zweifle ich daran, dass die Ursache dieser Erscheinung in den magnetischen Eigenschaften des Gesteins, aus welchem der Berg besteht, zu suchen ist. In dortiger Gegend, besonders in dem nahen Schmiedeberg, wird viel Magneteisenstein und anderes Eisenerz gewonnen; auch im Riesengrund befindet

1) F. Kohlrausch, Wiedemann's Annalen 1886, Bd. 29, S. 47.

sich ein altes Bergwerk, aus welchem Arsenikkies gefördert wurde. Die Koppe selber besteht aus Glimmerschiefer, der Bergrücken des Riesengebirges wird von Gneiss, weiterhin von Granit gebildet. Von dem letzteren ist längst bekannt, dass er sehr häufig magnetisch ist.

Es bleibt aber die Frage offen, ob durch Magnetismus des Gesteins die erdmagnetische Kraft auf dem Gipfel eines Berges wirklich verstärkt, nicht etwa geschwächt wird. Hierauf erhalten wir Antwort durch erdmagnetische Messungen in einer Berggegend, welche unzweifelhaft magnetisches Gestein enthält. Im schlesischen Hügellande befindet sich eine solche östlich vom Eulengebirge zwischen Reichenbach und Nimptsch. Dort beobachtete ich auf einer kleinen, wahrscheinlich von magnetischen Local-Einflüssen freien Insel in einem Teiche bei Olbersdorf, auf dem in der Nähe befindlichen Spittelberge und endlich bei der Tartarenschanze über einem Steinbruch, welcher stark magnetisirten Serpentin liefert. Ich fand folgende Werthe:

| | Olbersdorf. | Spittelberg. | Tartarenschanze. |
|---|---|---|---|
| Meereshöhe | 285 | 375 | 265 m. |
| Declination | 9°6′ | 9°22′ | 16° |
| Inclination | 65,2 | 65,3 | 68,2 |
| Horiz. Intens. | 0,192 | 0,193 | 0,197. |

Die Stärke des örtlichen Magnetismus an der Tartarenschanze lässt sich nach dem auffallend abweichenden Werthe der Declination beurtheilen; die anderen Zahlen bestätigen, dass sowohl die horizontale, als auch die verticale Componente des Erdmagnetismus bei Beobachtungen auf magnetischem Gestein vergrössert erscheinen.

Diese Erfahrung ist nicht neu; es ist häufig beobachtet worden, dass auf einem magnetischen Berge die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus grösser gefunden wird, als an seinem Fusse. So fand z. B. A. Erman[1]) auf einem

1) Erman, Reise um die Erde. Hist. Ber. Bd. 1, S. 316. Phys. Beob. Bd. 2, S. 117.

Serpentinfelsen bei Newjansk den Werth der Componente 0,610, in Jekaterinburg 0,540, bezogen auf die Humboldt'sche Einheit. Auch in Amerika, in den vereinigten Staaten und in Canada fand J. Locke[1]) dieselbe Thatsache oft bestätigt. Aus den Beobachtungen, welche R. Lenz[2]) auf der magnesischen Insel Jussar-Oe im finnischen Meerbusen angestellt hat, ist sie ebenfalls zu erkennen. Ich entnehme seiner Tafel folgende Werthe der Intensität in den Einheiten des Atlas von Gauss und Weber:

| | |
|---|---|
| No. 24 am Nordufer . . . . . | 412,0 |
| No. 46 am Signal . . . . . | 434,9 |
| No. 55 in der Mitte . . . . . | 464,4 |
| No. 62 am Ufer der südlichen Bucht | 405,5. |

Diese Zahlen lassen das Gesetz, welches in den an der Ost- und Westseite beobachteten Störungen allerdings nicht mehr wahrzunehmen ist, deutlich erkennen. Ich würde ohne Zweifel noch mehr Belege anführen können, wenn mir die ganze reiche Literatur zur Verfügung stände, welche in der kürzlich erschienenen Schrift von E. Naumann[3]) angeführt wird; der Verfasser weist an zahlreichen Beispielen den Einfluss der Gebirge auf den Erdmagnetismus nach, indem er, wie Kreil[4]) bei den österreichischen Alpen es gethan hat, den Verlauf der Linien untersucht, welche die Werthe der erdmagnetischen Elemente in ihrer Abhängigkeit von der Länge und Breite darstellen.

Zur Erklärung der Thatsache, dass der Erdmagnetismus auf einem Berge grösser als an dessen Fusse gefunden wird,

1) Smithsonian contributions to knowledge. Vol. 3, p. 1, 1852. Silliman, American journ. Vol. 42, p. 101, 1844. E. Naumann, Erdmagnetismus S. 46.

2) Mémoires de l'Acad. de St. Petersbourg. 7 série, tome 5, No. 3, 1863. Erman's Archiv f. wiss. Kunde v. Russland. Bd. 22, S. 298.

3) Edm. Naumann, Die Erscheinungen des Erdmagnetismus, Stuttgart 1887.

4) Denkschriften der Wiener Akademie, Bd. 1, S. 265, 1850.

kann man sich zwei verschiedene Vorstellungen über die Vertheilung des Magnetismus in dem Gestein bilden. Nach der ersten denken wir uns die magnetischen Bestandtheile der Felsmasse so geordnet, dass ihre magnetischen Axen vorwiegend horizontal von Süden nach Norden gerichtet sind, und zwar so, dass die Nordpole südlich, die Südpole nördlich liegen. In dieser Vorstellung liegt nichts, was den gebräuchlichen Ansichten von dem magnetischen Zustande der Erdkugel im ganzen widerspräche; denn auch bei dieser liegt der magnetische Südpol im Norden, der Nordpol im Süden.

Aus dieser Vorstellung heraus wäre die beobachtete Thatsache, dass oben auf dem Berge ein stärkerer Magnetismus beobachtet wird, leicht zu erklären. Doch würde jenes Verhalten nicht minder einfach zu deuten sein, wenn die vorherrschende Axenrichtung des Gebirgsmagnetismus mit der Richtung der Inclinationsnadel zusammenfiele, und zwar der Art, dass sich die Nordpole unten, die Südpole oben befinden. Dass durch eine solche Magnetisirung der Bergmasse die auf die Inclinationsnadel wirkende Gesammtkraft des Erdmagnetismus auf der Spitze des Berges verstärkt werden würde, ist unmittelbar klar; und weiter ist, da die Richtung der Inclination nicht verändert wird, leicht einzusehen, dass auch die horizontale Componente der Richtkraft, welche der Erdmagnetismus auf eine Nadel auf dem Berggipfel ausübt, in gleichem Masse verstärkt wird, wie die gesammte Kraft.

Für jede der beiden Ansichten lassen sich Beispiele anführen. Der Haidberg, eine Serpentin-Kuppe im fränkischen Fichtelgebirge, wurde von A. von Humboldt[1]) für einen grossen Magnet gehalten, dessen Nordpole auf der Südseite lagen, während die Südpole auf der Nordseite gefunden wurden.

1) Intelligenzblatt der allgem. Jenaer Litteraturzeitung 1796, No. 169; Gren's neues Journal der Physik, Bd. 4, S. 136, 1797.

Eine gleiche Vertheilung des Magnetismus bemerkte Schröder[1]) an dem einen der unter dem Namen der Schnarcher bekannten magnetischen Granitfelsen der Harzes. Im Gegensatze zu diesen Beobachtungen, welche durch spätere Untersuchungen zum Theil widerlegt wurden,[2]) erkannte Melloni,[3]) dass die Laven des Vesuvs in der Richtung der Inclination magnetisirt sind, und zwar so, dass der Südpol oben liegt. Zu derselben Ansicht scheint auch Locke[4]) geführt zu sein durch seine Messungen an amerikanischen Bergen, welche aus den früher als Trapp bezeichneten Gesteinen bestehen. Dass auch an anderen Gesteinen häufig der Nordpol unten, der Südpol oben gefunden wird, bestätigen besonders Thalén,[5]) Andreae und W. König[6]), sowie viele andere Beobachter.

Welche der beiden Vermuthungen zutrifft, ist für einen magnetischen Berg, welcher sich vereinzelt aus einer Ebene erhebt, leicht durch Messungen der erdmagnetischen Horizontal-Intensität auf dem Berge und an seinem Fusse zu entscheiden. In dem Falle nämlich, dass die vorherrschende magnetische Axenrichtung horizontal und zwar so verläuft, dass die magnetischen Nordpole sich auf der südlichen und die Südpole sich auf der nördlichen Seite des Berges finden, muss die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus am nördlichen, sowie am südlichen Fusse des Berges kleiner gemessen werden, als auf seinem Gipfel oder an seinem östlichen oder westlichen Abhange. Wenn aber Melloni's Ansicht

1) Gilbert's Annalen, Bd. 5, S. 376. 1800.

2) Humboldt, Kosmos. Bd. 4, S. 208.

3) Mem. dell'Academia di Napoli I, 1852–54, p. 121. Napoli 1856; Pogg. Ann. 1859, Bd. 106, S. 106.

4) E. Naumann in seinem Buche über den Erdmagnetismus, S. 47, verwirft diese Annahme Locke's.

5) Oefvers. of k. Vet. Ak. Handl. 1874; Pogg. Ann. 1875, Bd. 155, S. 117; Nova Acta Soc. Ups. Ser. III. 1877; Jernkontorets Annaler 1879.

6) Abhandl. d. Senckenberg. Ges. 15. Band S. 75. 1888.

zutrifft, nach welcher die Gesteine in der Richtung der Inclination so magnetisirt sind, dass der Nordpol unten, der Südpol oben liegt, so wird aus Intensitätsmessungen, welche auf einem Berge und um ihn herum angestellt werden, kein so einfaches Gesetz hergeleitet werden können; es wird sich aber ergeben, dass der Werth der an einem Orte beobachteten Intensität hauptsächlich durch den magnetischen Zustand des unmittelbar unter dem Beobachtungsorte liegenden Gesteins bedingt wird.

Zu einer solchen Prüfung beider Hypothesen ist in Schlesien der Zobtenberg besonders gut geeignet. Bei meiner Untersuchung dieses Berges bediente ich mich wiederum des Kohlrausch'schen Variometers, mit welchem ich folgende Verhältnisszahlen fand:

| | |
|---|---|
| 1) östlich vom Berge, über Serpentingestein in einer Höhe von 290 m üb./M. . . . . | 1,004 |
| 2) südöstlich, über Serpentin, 270 m . . . . | 0,988 |
| 3) südlich, auf dem Sattel zwischen Geiersberg und Zobten, Serpentin, 385 m . . . . . | 0,988 |
| 4) auf dem Berggipfel, Gabbro, 718 m . . . | 1,014 |
| 5) westlich, Granit, 260 m . . . . . | 1,013 |
| 6) nördlich, Granit, 225 m . . . . . | 1,020 |

Diese Zahlen widersprechen der ersten Annahme von der horizontalen Lage der magnetischen Axe des Berges; dagegen befinden sie sich in vollständiger Uebereinstimmung mit der Ansicht Melloni's und Locke's, wenn der Serpentin des Zobtenberges schwächeren Magnetismus besitzt, als der dort vorkommende Granit und Gabbro.

Wir müssen demnach annehmen, dass die vorherrschende Axe des Gebirgsmagnetismus am Zobten und wohl auch im Riesengebirge mit der Richtung der Inclination zusammenfällt, wie es nach Melloni's Beobachtungen am Vesuv der Fall ist. Wahrscheinlich wird überall auf der Erde, wo sich

magnetisches Gestein findet, im grossen und ganzen der Gebirgsmagnetismus das gleiche Verhalten zeigen.

Ist dieses wirklich allgemein richtig, so wird in unseren nördlichen Breiten jede magnetische Bergkuppe, mit Ausnahme vereinzelt vorspringender Felsen, an ihrer ganzen Oberfläche nur magnetische Südpole, keine Nordpole aufweisen können. Das würde im wesentlichen übereinstimmen mit der Auffassung Lamont's, dass die von ihm in Bayern beobachteten örtlichen Störungen durch eine Verstärkung südlichen Magnetismus am Orte der Störung veranlasst werden.

Es liesse sich aber dagegen einwenden, dass eine so einfache Anordnung des Magnetismus in einem Gebirge niemals gefunden, dass jedoch häufig durch einfache Untersuchung mit einer Bussole an magnetischen Felsen eine ganz unregelmässige, keineswegs nach dem Meridian gerichtete Vertheilung von beiderlei Polen beobachtet worden ist.

Dieser Einwand wird durch die Ueberlegung widerlegt, dass durch den Magnetismus eines Berges, dessen Axe mit der Inclinationsrichtung zusammenfällt, die Compassnadel aus ihrer Richtung nicht abgelenkt wird. Die Magnetisirung einer Bergmasse im ganzen kann daher auf diese Weise überhaupt nicht nachgewiesen werden. Ein einzelner Felsblock aber, welcher, getrennt von der übrigen Masse, auf dem Gestein des Berges liegt, wird durch dessen Magnetismus ebenso wie der Eisenanker eines Stahlmagnets magnetisirt. Die in ihm entstehenden Pole richten sich also ganz nach seiner Lage; sie brauchen keineswegs ebenso, wie in der Hauptmasse des Berges, gerichtet zu sein; die magnetische Axe des Blocks kann auch z. B. rechtwinklig gegen den Meridian gerichtet sein, oder sie kann selbst umgekehrt, wie die des Berges, liegen, so dass der Nordpol des Felsblocks sich oben an ihm findet. Das letztere scheint bei der erwähnten Beobachtung Erman's auf einem Serpentinfelsen bei Newjansk der Fall gewesen zu sein.

Sitzung vom 1. Juni 1889.

1. Herr AUREL VOSS spricht über: „die conjugirte Transformation einer bilinearen Form in sich selbst".

2. Herr LUDWIG RADLKOFER macht Mittheilungen: a) „über Nothochilus, eine neue Scrophularineen-Gattung aus Brasilien", b) „über Theophrasta und Clavija".

3. Herr GUSTAV BAUER legt eine von dem correspondirenden Mitgliede der Classe, Herrn M. NÖTHER in Erlangen eingesandte Abhandlung: „zur Theorie der Berührungscurven der ebenen Curve vierter Ordnung" vor. Dieselbe ist für die Denkschriften bestimmt.

4. Herr RICHARD HERTWIG hält einen Vortrag „über die Conjugation der Infusorien". Die Abhandlung wird in die Denkschriften aufgenommen werden.

---

## Ueber die conjugirte Transformation einer bilinearen Form in sich selbst.

Von A. Voss.

*(Eingelaufen 7. Juni.)*

Die folgenden Mittheilungen beziehen sich auf das Problem der Transformation einer bilinearen Form in sich selbst durch zu einander conjugirte lineare Substitutionen. Jede Form S von nicht verschwindender Determinante lässt solche Transformationen zu, die nur dann identisch sind,

wenn S in Bezug auf contragrediente Transformationen irreducibel ist. Die sämmtlichen Substitutionen $U$ dieser Art zerfallen in zwei Classen, je nachdem sie mit $S$ oder $S^2$ vertauschbar sind. Die Substitutionen der ersten Classe sind in § 2 vollständig behandelt; für die der zweiten ist in § 3 im wesentlichen nur die Reduction auf den einfachsten Fall angegeben; doch muss die genaue Untersuchung der gegenseitigen Beziehungen zwischen den verschiedenen Gruppen der hier möglichen Substitutionen einer ausführlicheren Darlegung vorbehalten bleiben.

Bei allen diesen Fragen tritt eine lineare Gleichung, deren symbolische Form

$$SX + XS = o$$

ist, auf, die mit der Theorie der conjugirten Transformationen überhaupt in engem Zusammenhange steht.

Von besonderem Interesse schien mir die Frage, ob das Problem der conjugirten Transformation ebenso wie das der congruenten (cogredienten) Transformation solche Lösungen besitzen kann, die durch rationale Operationen gefunden werden können. Dies ist in der That immer der Fall, sobald die beiden Determinanten

$$|S - E\varrho|, \; |S + E\varrho|$$

nicht theilerfremd sind, und die Ermittelung aller Substitutionen $U$, für die wenigstens eine der Determinanten

$$|U + E|, \; |U - E|$$

nicht verschwindet, sowie der aus diesen herleitbaren Grenzfälle, lässt sich durch die Betrachtung des eben bemerkten Systemes von linearen Gleichungen, dessen Determinante der Coefficienten eine symmetrische verschwindende Determinante sein muss, in ähnlicher Weise wie bei der congruenten Transformation erledigen.

## § 1.

## Die conjugirte Transformation einer bilinearen Form in sich selbst.

Soll die bilineare Form von $n$ Variabelnpaaren $x$, $y$

$$S = \Sigma a_{ik} x_i y_k,$$

deren Determinante, wo nicht das Gegentheil besonders angegeben wird, als nicht verschwindend vorausgesetzt werden soll, durch die beiden zu einander conjugirten linearen Substitutionen[1])

$$x_i = \Sigma c_{im} \xi_m,$$
$$y_k = \Sigma c_{nk} \eta_n,$$

in sich selbst übergehen, so hat man diejenigen Systeme der $n^2$ Substitutionscoefficienten $c_{ik}$ zu bestimmen, welche die $n^2$ quadratischen Gleichungen

$$1) \quad \Sigma_{i,k} a_{ik} c_{im} c_{nk} = a_{mn}$$

befriedigen. Die Determinante der $c_{ik}$, die Transformationsdeterminante, darf dabei nicht verschwinden. Bezeichnet man sie mit $\varepsilon$, so ist nach 1)

$$\varepsilon^2 = 1.$$

Die Substitution heisse auch hier eine eigentliche, resp. uneigentliche, je nachdem $\varepsilon$ gleich $+1$ oder gleich $-1$ ist.

Man kann, wenn die zu der Substitution gehörige bilineare Form

$$\Sigma c_{ik} x_i y_k$$

durch $U$ bezeichnet wird, die Gesammtheit der Gleichungen 1) in der symbolischen Gleichung

$$2) \quad USU = S,^2)$$

1) Ueber die Bezeichnung vergl. Kronecker, Ueber die congruenten Transformationen der bilinearen Formen. Monatsb. d. Berl. Academie 1874, S. 397.

2) $U$ soll dabei der Kürze halber die Substitution heissen, welche die Form S in sich transformirt.

zusammenfassen, wobei nach Herrn Frobenius der Multiplicationsprocess

$$AB = \sum \frac{\partial A}{\partial y_i} \frac{\partial B}{\partial x_i}$$

nicht commutativ, wohl aber associativ und distributiv ist. Bezeichnet man die Form

$$\Sigma x_i y_i$$

durch $E$, so gilt die Gleichung

$$AE = EA = A;$$

versteht man ferner unter $A^{-1}$ diejenige Form $X$, welche der Gleichung

$$AX = E$$

genügt, so ist

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E;$$

und überhaupt

$$(AB..C)^{-1} = C^{-1}..B^{-1}A^{-1}.$$

Ist insbesondere eine Form $A$ zerlegbar in eine Summe von Formen $A_1 + A_2 + \ldots A_k$, von denen je zwei kein Variabelnpaar gemeinsam haben, so ist[1])

$$(A_1 + A_2 + \ldots A_k)^{-1} = A_1^{-1} + A_2^{-1} + .. A_k^{-1}.$$

Hieraus ergeben sich sofort einige Eigenschaften der conjugirten Transformation einer bilinearen Form in sich selbst.

1) Aus der Identität

$$S(U - \varrho E) = U^{-1}(E - \varrho U)S,$$

folgt:

$$|U - \varrho E| = (-\varrho)^n \varepsilon |U - \varrho^1 E|;$$

wobei unter $|A|$ die Determinante der Form $A$ verstanden und $\varrho^1 = \frac{1}{\varrho}$ gesetzt ist.

---

1) Die grundlegende Arbeit von Frobenius „Ueber bilineare Formen und lineare Substitutionen", Journal von Borchardt, Bd. 84, S. 1 u. ff., werde ich im folgenden mit F. bezeichnen.

Bezeichnet man als characteristische Funktion einer Form $A$ die Determinante[1])

$$|A - \varrho E|$$

so folgt:

Die characteristische Funktion jeder Substitution $U$, welche die Form $S$ in sich transformirt, hat ausser den Wurzeln $\varrho = \pm 1$ nur Paare zu einander reciproker Wurzeln, und zwar gehören zu der von $\pm 1$ verschiedenen Wurzel $\varrho$ dieselben Elementartheiler wie zur Wurzel $\varrho^1$.

Bei ungeradem $n$ und eigentlicher (uneigentlicher) Transformation ist $\varrho = +1$ ($\varrho = -1$) eine Wurzel der characteristischen Function. Bei geradem $n$ und uneigentlicher Transformation sind $\varrho = \pm 1$ Wurzeln der characteristischen Funktion.

2) Sind zwei Formen $S$ und $T$ ähnlich, so werden sie durch ähnliche Substitutionen in sich transformirt.

Da nämlich $S$ und $T$ ähnlich sind, so ist[1])

$$T = WSW^{-1},$$

und zugleich folgt aus der Gleichung 2) durch Multiplication mit $W$ und $W^{-1}$

$$WUW^{-1} \cdot WSW^{-1} \cdot WUW^{-1} = WSW^{-1},$$

oder, wenn $V = WUW^{-1}$ gesetzt wird,

$$VTV = T.$$

3) Aus den Gleichungen

$$USU = S,$$
$$US^{-1}U = S^{-1},$$

folgt

$$U(S + \varrho S^{-1})\, U = S + \varrho S^{-1};$$

---

1) F, S. 10. Gelegentlich sind im folgenden auch Determinanten wie $|S - \varrho A|$ als characteristische Functionen bezeichnet.

2) F, S. 21.

d. h.: Jede Substitution, welche eine Form $S$ von nicht verschwindender Determinante in sich transformirt, transformirt auch die ganze aus reciproken Grundformen gebildete lineare Schaar $S + \varrho S^{-1}$ in sich.

4) Es ist ferner

$$US^2 = (US)S = SU^{-1}S = S(U^{-1}S) = S^2U;$$

d. h. Jede Form $U$ die $S$ in sich transformirt, ist mit $S^2$ vertauschbar.

Die Aufgabe, alle Formen $U$, zu finden, hommt daher auf die Ermittelung der mit $S^2$ vertauschbaren, also von einer bekannten Zahl von linearen Parametern abhängigen Formen hinaus, welche die Gleichung 2) befriedigen.[1])

Es ist aber leicht zu zeigen, dass im allgemeinen jede Form $U$, welche mit $S^2$ vertauschbar ist, auch schon mit $S$ selbst vertauschbar sein muss. Hiernach scheint es angezeigt, die sämmtlichen Lösungen $U$ in zwei Classen zu sondern, je nachdem nämlich $U$ bereits mit $S$ vertauschbar ist oder nicht.

Ich bemerke endlich noch, dass durch die Substitution

$$US = V,$$

die Gleichung 2) auf die Gestalt

$$3) \quad V^2 = S^2$$

oder in nicht symbolischer Form, wenn man die Coefficienten der Form $V$ durch $v_{ik}$ bezeichnet, auf das System

$$3) \quad \Sigma_k v_{ik} v_{kl} = \Sigma_k a_{ik} a_{kl};\ i, l = 1, 2 \ldots . n;$$

gebracht wird, welches sich für die directe algebraische Be-

1) Ueber das Problem der vertauschbaren Formen vergl. man die Bemerkungen von Herrn Frobenius F. S. 28, und die Dissertation des Herrn Maurer, zur Theorie der linearen Substitutionen, Strassburg 1887.

handlung geeigneter erweist, als das System der $n^2$ Gleichungen 1).

## § 2.

### Die mit $S$ vertauschbaren Substitutionen.

Ich beweise zuerst den folgenden Satz:

Wenn eine beliebige Form $U$ mit $S^2$ vertauschbar ist, so ist $U$ auch mit $S$ vertauschbar, falls die characteristischen Functionen von $S$ und $-S$ theilerfremd sind.

Führt man nämlich unter der Voraussetzung

$$US^2 = S^2 U,$$

die Bezeichnung ein:

$$US - SU = X,$$

so ist

$$SUS - S^2 U = SX.$$

Da aber

$$SUS - S^2 U = SUS - US^2 = (SU - US)S = -XS,$$

wird, so erhält man

$$SX + XS = o.$$

Hieraus folgt aber $X = o$. Denn nach Herrn Frobenius gilt der Satz:[1])

Wenn die Gleichung

$$AX = XB$$

besteht und die characteristischen Funktionen von $A$ und $B$ theilerfremd sind, so ist $X = o$.

Im folgenden mag vorausgesetzt werden, dass die Gleichung

$$|S - \varrho E| = o$$

1) F, S. 28.

keine Wurzeln von entgegengesetzt gleichem Werthe besitzt, so dass also nothwendig $US = SU$ ist.

Aus der Gleichung 1) § 1 folgt nunmehr

$$(U^2 - E)\,S = o$$

oder $U^2 = E$. Und umgekehrt hat auch jede Substitution, welche $S$ in sich transformirt und der Gleichung $U^2 = E$ genügt, die Eigenschaft, dass

$$(U^2 - E)\,SU = US - SU = o$$

wird, d. h. sie ist mit $S$ vertauschbar. Zugleich sieht man, dass jede der Gleichung $U^2 - E = o$ genügende Form jede mit $U$ vertauschbare Form $S$ in sich selbst transformirt.

Die Aufgabe ist damit reducirt auf die folgende: Alle Formen $U$ zu finden, die mit $S$ vertauschbar sind, und zugleich der Relation

$$1) \quad U^2 = E = \Sigma x_i y_i$$

genügen. Unter diesen befinden sich, so lange nicht die Determinanten

$$|U + E| \text{ und } |U - E|$$

gleichzeitig verschwinden, nur die beiden selbstverständlichen Lösungen $U = \pm E$.

Denn aus

$$U^2 - E = (U - E)\,(U + E) = o$$

folgt stets, sobald die Determinante des einen Factors nicht verschwindet, das identische Verschwinden des andern.[1])

Ich löse nun die Gleichungen 3) § 1 zuerst in einigen speciellen Fällen.

1) Alle Wurzeln der characteristischen Function von $S$ sind von einander verschieden.

Bezeichnet man dieselben durch $\varrho_1, \varrho_2 \ldots \varrho_l \ldots \varrho_n$, so ge-

1) F, S. 5.

hört zu jeder Wurzel $\varrho_l$ ein und nur ein System von Werthen

$$\xi_1^l, \xi_2^l \ldots \xi_n^l,$$

welches die Gleichungen.

$$2) \quad \Sigma \xi_j^l a_{kj} = \varrho_l \xi_k^l, \quad k = 1, 2 \ldots n;$$

befriedigt. Multiplicirt man mit $a_{ik}$ und summirt nach $k$, so folgt

$$3) \quad \Sigma \xi_j^l a_{kj} a_{ik} = \varrho_l^2 \xi_i^l,$$

oder

$$4) \quad \Sigma \xi_j^l v_{ik} v_{kj} = \varrho_l^2 \xi_i^l.$$

Multiplicirt man 4) mit $v_{hi}$, summirt nach $i$, so folgt, wenn

$$5) \quad \Sigma \xi_j^l v_{kj} = \eta_k^l,$$

gesetzt wird,

$$\Sigma \eta_j^l v_{ik} v_{kj} = \varrho_l^2 \eta_i^l \text{ oder}$$

$$6) \quad \Sigma \eta_j^l a_{ik} a_{kj} = \varrho_l^2 \eta_i^l;$$

also wenn man die Gleichungen 3) und 6) mit einander vergleicht,

$$\eta_i^l = \lambda_l \xi_i^l,$$

wo der Factor $\lambda_l$ noch zu bestimmen ist. Ferner hat man aus 5) und 4)

$$7) \quad \Sigma \xi_j^l v_{kj} v_{ik} = \lambda_l^2 \xi_i^l = \varrho_l^2 \xi_i^l,$$

also

$$\lambda_l^2 = \varrho_l^2, \quad \lambda_l = \pm \varrho_l.$$

Aus den Gleichungen 5)

$$8) \quad \Sigma \xi_j^l v_{kj} = \lambda_l \xi_k^l,$$

ergeben sich nun, da die Determinante der $\xi_j^l$ bekanntlich nicht verschwindet, die Werthe der Substitutionscoefficienten $v_{ik}$. Zugleich folgt aus

$$\Sigma \xi_i^l v_{hi} a_{th} = \lambda_l \varrho_l \xi_t^l,$$
$$\Sigma \xi_i^l a_{hi} v_{th} = \lambda_l \varrho_l \xi_t^l,$$

dass

$$\Sigma_i \xi_i^l (v_{hi}\, a_{ik} - a_{hi}\, v_{ik}) = o,$$

oder

$$\Sigma_h (a_{ik}\, v_{hi} - v_{ik}\, a_{hi}) = o$$

ist; d. h. die Formen $V$ und $S$ sind vertauschbar.

Da ferner aus 3) und 7) folgt

$$\Sigma_l \xi_l^i (v_{ik}\, v_{kj} - a_{ik}\, a_{kj}) = o,$$

so ist auch das System der Gleichungen 3) § 1 erfüllt.

Multiplicirt man die Determinante der $v_{ik}$ mit der Determinante der $\xi_l^i$, so ergibt sich zufolge der Gleichungen 8)

$$|v_{ik}|\, |\xi_m^l| = (\lambda_1\, \lambda_2 \ldots \lambda_n)\, |\xi_m^l|$$

oder

$$|V| = \pm \varrho_1\, \varrho_2 \ldots \varrho_n.$$

Da endlich $\varrho_1\, \varrho_2 \ldots \varrho_n = S$ ist, so wird in der That

$$|V| = \pm |S|$$

und man sieht, dass es sowohl eigentliche als uneigentliche Transformationen giebt, je nachdem nämlich eine gerade oder ungerade Anzahl von Werthen $\lambda_l$ gleich $-\varrho_l$ gewählt wird. Die Gesammtzahl aller Transformationen ist offenbar gleich[1]) $2^n$.

2) Die ersten Unterdeterminanten der Determinante $(S - E\varrho)$ verschwinden nicht sämmtlich für irgend eine ihrer Wurzeln, oder zu jeder Wurzel der characteristischen Function gehört nur ein einziger Elementartheiler.

Setzt man in diesem Falle

$$|E\varrho - S| = a_0 + a_1\, \varrho + \ldots . \varrho^n = F(\varrho),$$

so ist bekanntlich

1) Ebenso einfach lässt sich in den folgenden Fällen die Mannigfaltigkeit der Transformationen angeben. Es ist daher im Text diese Frage nicht weiter verfolgt worden.

$$a_0 S^0 + a_1 S^1 + a_2 S^2 + \ldots + S^n = o$$

die Gleichung niedrigsten Grades,[1]) die zwischen den Potenzen der Form $S$ besteht, und die linearen Functionen der $n$ von einander linear unabhängigen Formen

$$S^0,\ S^1,\ S^2, \ldots S^{n-1},$$

sind die einzigen, die mit $S$ vertauschbar sind.[2]) Es kann also auch $U$ nur von der Form

$$U = \alpha_0 S^0 + \alpha_1 S^1 + \ldots \alpha_{n-1} S^{n-1}$$

sein und muss zufolge der Gleichung 1) der Bedingung

$$(\alpha_0 S^0 + \alpha_1 S^1 + \ldots \alpha_{n-1} S^{n-1})^2 = 1$$

genügen. Setzt man nun

$$\alpha_0 + \alpha_1 \varrho + \ldots \alpha_{n-1} \varrho^{n-1} = \varphi(\varrho),$$

so muss, wie man leicht bemerkt[3]), die Function $\varphi$ der Gleichung

$$(\varphi + 1)(\varphi - 1) = F.M,$$

genügen, wo $M$ ein beliebiger Factor vom Grade $n-2$ in $\varrho$ ist. Da die beiden Factoren $\varphi + 1$, $\varphi - 1$ keine Wurzel gemeinsam haben können, so zerlege man $F(\varrho)$ auf irgend eine Art in zwei zu einander prime Factoren $P$ und $Q$, deren Grade $k$ und $l$ sind ($k + l = n$). Dann ist

$$\varphi + 1 = P m_1,$$
$$\varphi - 1 = Q m_2,$$

oder

$$2 = P m_1 - Q m_2.$$

Umgekehrt kann man aber bei gegebenem $P$ und $Q$ immer zwei Polynome $m_1$ und $m_2$ vom Grade $l-1$ und $k-1$ finden, welche dieser letzten Gleichung genügen, sobald nur $P$ und $Q$ prim zu einander sind. Der Gleichung

1) F, S. 12.
2) F, S. 28.
3) Vgl. F. a. a. O.

$$Pm_1 - 1 = Qm_2 + 1 = q$$

zufolge ergiebt sich aus jeder solchen Zerlegung eine Bestimmung der Form $U$.

Hat insbesondere $|S - E\varrho|$ nur den Elementartheiler $(\varrho - \varrho_1)^n$, oder ist $S$ irreducibel in Bezug auf contragrediente Transformationen, so existirt ausser den evidenten Lösungen $U = \pm E$ keine andere.

3) Die characteristische Function von $S$ hat nur einfache Elementartheiler.

Da

$$S^2 - \varrho^2 E = (S - \varrho E)(S + \varrho E)$$

so folgt leicht: Die Elementartheiler von $S^2 - sE$ haben dieselben Exponenten wie die Elementartheiler von $S - \varrho E$. Uebrigens kann man, um diesen Satz, der überhaupt nur das Nichtvorhandensein entgegengesetzt gleicher Wurzeln voraussetzt, direct zu beweisen, die Determinante von $S - \varrho_l E$ gerändert mit beliebigen $k$ Grössenreihen, mit der nach der Voraussetzung nicht verschwindenden Determinante von $S + \varrho_l E$ multipliciren. In der That, multiplicirt man die geränderte Determinante

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \varrho_l & a_{12} \ldots a_{1n} & u_1^1 \ldots u_1^k \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} \ldots a_{nn} - \varrho_l & u_n^1 \ldots u_n^k \\ v_1^1 & v_2^1 \ldots v_n^1 & 0 \ldots 0 \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ v_1^k & v_2^k \ldots v_n^k & 0 \ldots 0 \end{vmatrix}$$

horizontal mit

$$\begin{vmatrix} a_{11} + \varrho_l & a_{21} \ldots a_{n1} \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{1n} & a_{2n} \ldots a_{nn} + \varrho_l \end{vmatrix}$$

so ergibt sich die wieder mit völlig willkürlichen Grössen-

reihen geränderte Determinante von $S^2 - \varrho_l^2 E$ woraus unmittelbar die Gleichheit der genannten Exponenten folgt.

Ist nun $\varrho_l$ eine $l_r$fache Wurzel der characteristischen Function vom $S$, so hat das Gleichungssystem

$$9) \quad \Sigma \xi_m a_{im} = \varrho_l \xi_i,$$

$l_r$ von einander linear unabhängige Lösungen

$$\xi^{l1}, \xi^{l2} \ldots \xi^{lr};$$

und dieselben bilden zugleich das vollständige System der Lösungen des Systemes

$$10) \quad \Sigma x_m a_{im} a_{ki} = \varrho_l^2 x_k.$$

Setzt man nun, wie im Falle 1)

$$\Sigma x_m v_{im} = \eta_i,$$

so ergibt sich in analoger Weise

$$11) \quad \Sigma \eta_m a_{im} a_{ik} = \varrho_l^2 \eta_k,$$

oder

$$12) \quad \eta_k = \sum_r \xi_k^{lr} \beta_{lr},$$

wo die Coefficienten $\beta$ noch zu bestimmen bleiben. Es bestehen daher die Gleichungen

$$\begin{aligned} \Sigma \xi_m^{l1} v_{im} &= \Sigma \xi_i^{lr} \beta_{lr\,l1}, \\ \Sigma \xi_m^{l2} v_{im} &= \Sigma \xi_i^{lr} \beta_{lr\,l2}, \\ \vdots \qquad & \qquad \vdots \\ \Sigma \xi_m^{lr} v_{im} &= \Sigma \xi_i^{lr} \beta_{lr\,lr}; \end{aligned}$$

und also auch die folgenden

$$\begin{aligned} \Sigma \xi_m^{lr} a_{im} a_{hi} &= \varrho_l^2 \xi_k^{lr}, \\ \Sigma \xi_m^{lr} v_{im} v_{ki} &= \Sigma \xi_k^{lm} \beta_{lm\,ls} \beta_{ls\,lr}. \end{aligned}$$

Die Gleichungen 3) § 1 lassen sich daher wegen der Unabhängigkeit der $\xi_i^{lr}$ nur dadurch befriedigen, dass, wenn

$$\beta_{lr\,ls} = u_{sr}^{l} \varrho_l,$$

gesetzt wird, die Coefficienten $u^l_{sr}$ die Relationen

$$\Sigma u^l_{ms} u^l_{sr} = (mr)^1)$$

befriedigen müssen, oder wenn man die zu den $u^l_{rs}$ gehörige bilineare Form mit $W_l$ bezeichnet, die Gleichung

$$W_l^2 = E,^2)$$

stattfindet, womit die sämmtlichen Lösungen bestimmt sind.

4) Der allgemeine Fall, in welchem die Elementartheiler der characteristischen Funktion von $S$ ganz beliebig vertheilt sind, erledigt sich endlich auf folgendem Wege.

Die sämmtlichen Lösungen $U$ der Gleichung 1)

$$U^2 = E,$$

sind so beschaffen, dass die characteristische Function von $U$ nur einfache Elementartheiler von der Form $\varrho \pm 1$ besitzt[3]). Zerlegt man daher die Form

$$E = \Sigma x_i y_i,$$

in irgend einer Weise in zwei Formen

$$E_1 = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots x_k y_k,$$
$$E_2 = x_{k+1} y_{k+1} + \ldots + x_n y_n,$$

so ist

$$U = E_1 - E_2$$

eine Form, zu der die $k$ einfachen Elementartheiler $\varrho - 1$ und die $n - k$ einfachen Elementartheiler $\varrho + 1$ gehören. Jede andere Form $V$, welche der Gleichung 1) genügt, ist aber einer von diesen ähnlich, so dass also

$$U = E_1 - E_2,$$
$$V = PUP^{-1},$$

---

1) Das Symbol $(ik)$ bedeutet wie gewöhnlich die Einheit für $i=k$, und Null für $i \lessgtr k$.

2) Die Lösung dieser Gleichung ist in No. 4 gegeben.

3) F. S. 15.

zu setzen ist, wobei die Determinante von $P$ nicht verschwindet. Da $V^2 = E$ ist, so bleibt nur noch die Gleichung

$$VS = SV$$

oder

$$PUP^{-1}S = SPUP^{-1},$$

zu erfüllen. Schreibt man dieselbe in der Form

$$P^{-1}S^{-1}PU = UP^{-1}S^{-1}P,$$

so muss demnach die Form

$$P^{-1}S^{-1}P = X$$

mit $U = E_1 - E_2$ vertauschbar sein. Aber alle Formen, welche der Gleichung

$$13) \quad X(E_1 - E_2) = (E_1 - E_2)X,$$

genügen, sind durch die Gleichung

$$X = A_1 + A_2$$

gegeben, in welcher $A_1$ und $A_2$ zwei beliebige Formen von den Veränderlichen $x_1 y_1, \ldots x_k y_k$; $x_{k+1} y_{k+1}, \ldots x_n y_n$ sind. Aus 13) folgt nämlich

$$E_1 X E_1 - E_1 X E_2 = E_1 X = E_1 X E_1 + E_1 X E_2;$$
$$E_1 X E_1 + E_2 X E_1 = X E_1 = E_1 X E_1 - E_2 X E_1;$$

oder

$$E_2 X E_1 = o,$$
$$E_1 X E_2 = o.$$

Demnach wird

$$X = (E_1 + E_2) X (E_1 + E_2) = E_1 X E_1 + E_2 X E_2,$$

also gleich der Summe zweier ebenso wie $E$ in $E_1 + E_2$ zerlegbarer Formen $X_1 + X_2$. Ist umgekehrt $X$ ebenso wie $E$ in die Summe $A_1 + A_2$ zerlegbar, so wird auch selbstverständlich die Gleichung 13) erfüllt sein. Daraus folgt also, dass die Gleichung

$$P^{-1}S^{-1}P = {}_1A + A_2$$

stattfinden, oder die Form $S$ der zerlegbaren Form

$$A_1^{-1} + A_2^{-1} = B_1 + B_2$$

ähnlich sein muss, wobei die Determinanten von $B_1$ und $B_2$ nicht verschwinden dürfen. Nun bezeichne man die Elementartheiler der characteristischen Function von $S$ in irgend einer Reihenfolge durch

$$(\varrho - a)^\alpha,\ (\varrho - b)^\beta \ldots$$

wobei die $a$, $b$, . . nicht verschieden zu sein brauchen, dann ist bekanntlich $S$ der Form

$$\begin{aligned} \Sigma = a\,(x_1 y_1 + \ldots x_\alpha y_\alpha) + x_1 y_2 + \ldots x_{\alpha-1} y_\alpha \\ + b\,(x_{\alpha+1} y_{\alpha+1} + \ldots x_{\alpha+\beta} y_{\alpha+\beta}) + x_{\alpha+1} y_{\alpha+2} + \ldots \\ + x_{\alpha+\beta-1} y_{\alpha+\beta} + \ldots . \end{aligned}$$

ähnlich. Zerlegt man also $\Sigma$ in irgend zwei Gruppen $B_1 + B_2$ die kein Variabelnpaar gemeinsam haben und bezeichnet mit $E_1$ und $E_2$ die entsprechenden Formen $E$, so ist

$$14)\quad P^{-1} S P = B_1 + B_2$$

also auch umgekehrt

$$V = P\,(E_1 - E_2)\,P^{-1}.$$

In der That wird dann

$$\begin{aligned} V S V &= P\,(E_1 - E_2)\,P^{-1} S P\,(E_1 - E_2)\,P^{-1}, \\ &= P\,(E_1 - E_2)\,(B_1 + B_2)\,(E_1 - E_2)\,P^{-1}, \\ &= P\,(B_1 + B_2)\,P^{-1} = S. \end{aligned}$$

Dabei hat man unter $P$ die vollständige Lösung der Gleichung 14) zu verstehen. Nun findet man bekanntlich durch das Weierstrass'sche Verfahren eine bestimmte Form $p$, welche der Gleichung

$$p^{-1} S p = \Sigma$$

genügt. Ist nun auch die Gleichung 14) erfüllt, so folgt

$$p^{-1} S p = P^{-1} S P$$

oder

$$P p^{-1} S = S P p^{-1},$$

d. h. es ist $P p^{-1}$ mit $S$ vertauschbar. Bezeichnet man daher die Gesammtheit der mit $S$ vertauschbaren Formen durch $M$, zu deren Bestimmung es nur der Lösung linearer Gleichungen bedarf, so ist

$$P = M p$$

also schliesslich

$$V = M p (E_1 - E_2) p^{-1} M^{-1}.$$

Die Lösungen zerfallen demnach in Gruppen, insofern jede in derselben Weise aus den Hauptlösungen

$$p (E_1 - E_2) p^{-1}$$

hergeleitet wird. In Bezug hierauf möge noch folgendes angeführt werden:

Sind $V$ und $W$ zwei Substitutionen, welche mit $S$ vertauschbar sind und $S$ in sich transformiren, und haben die characteristischen Functionen von $VS$ und $WS$ dieselben Elementartheiler, so haben auch die von $V$ und $W$ dieselben Elementartheiler und es ist

$$W = Z^{-1} V Z$$

wo $Z$ eine mit $S$ vertauschbare Form ist. Aus der Voraussetzung folgt nämlich

$$WS = Z^{-1} VSZ$$

oder, wenn man beiderseits zum Quadrat erhebt und associativ multiplicirt,

$$S^2 = Z^{-1} S^2 Z.$$

Hieraus folgt aber

$$ZS = SZ,$$

und nunmehr auch

$$(W - Z^{-1} V Z) S = o,$$

womit der Satz bewiesen ist. Lässt man die diesem § zu Grunde liegende Voraussetzung über $S$ fallen, so folgt aus der Aehnlichkeit der Formen $VS$ und $WS$ nur, dass

$$WS = Z^{-1} VSZ,$$

wo $Z$ eine beliebige mit $S^2$ vertauschbare Form von nicht verschwindender Determinante ist. Vgl. § 3.

## § 3.

### Substitutionen, die nicht mit $S$ vertauschbar sind.

Die vorstehenden Betrachtungen enthalten überhaupt die vollständige Bestimmung aller derjenigen Substitutionen $U$, deren Vertauschbarkeit mit $S$ vorausgesetzt wird. Wenn aber die characteristischen Functionen von $S$ und $-S$ gemeinsame Theiler haben, so gibt es ausser diesen Substitutionen noch andere, welche mit $S^2$, nicht aber mit $S$ vertauschbar sind.

Setzt man

$$1) \quad US - SU = X,$$

so folgt wie früher die Gleichung

$$2) \quad SX + XS = o.$$

Jede Form $U$, welche der Gleichung 1) genügt, während $X$ eine nicht verschwindende Lösung von 2) ist, ist mit $S^2$, nicht aber mit $S$ vertauschbar.

Denn es ist

$$S^2 U = S(US - X) = (SU + X)\, S,$$

oder, da nach 1) $\quad SU + X = US,$

$$S^2 U = US^2.$$

Es bleiben demnach die in $U$ enthaltenen linearen Parameter so zu bestimmen, dass die Gleichung $USU = S$ erfüllt wird. Aber diese Aufgabe lässt sich, wie ich jetzt

zeigen will, auf den Fall reduciren, wo die characteristische Function von $S$ nur zwei entgegengesetzt gleiche Wurzeln enthält.

Nach 2) § 1 genügt es, das Transformationsproblem für eine mit $S$ ähnliche Form $\sigma$ zu lösen. Ist nun

$$S = v\sigma v^{-1},$$
$$u = vUv^{-1},$$

so hat man

$$3) \quad u\sigma u = \sigma,$$

und für

$$vXv^{-1} = x,$$

$$4) \quad u\sigma - \sigma u = x,$$

$$5) \quad \sigma x + x\sigma = o.$$

Es sei nun $\sigma$ zerlegbar in $\sigma_1 + \sigma_2$, welchen Formen die Formen $E_1$ und $E_2$ correspondiren mögen.

Setzt man jetzt

$$E_1 x E_2 = \eta_1, \; E_2 x E_1 = \eta_2;$$
$$E_1 x E_1 = x_1, \; E_2 x E_2 = x_2;$$

so folgt aus 5) durch Multiplication mit $E_1$ und $E_2$

$$x_1\sigma_1 + \sigma_1 x_1 = o,$$
$$x_2\sigma_2 + \sigma_2 x_2 = o,$$
$$\eta_2\sigma_1 + \sigma_2\eta_2 = o,$$
$$\eta_1\sigma_1 + \sigma_2\eta_1 = o.$$

Sind nun die characteristischen Functionen von $\sigma_1$ und $-\sigma_2$ theilerfremd, so ist $\eta_1 = o$, $\eta_2 = o$. Wird ferner vorausgesetzt, dass gleiches für die characteristischen Funktionen von $\sigma_2$ und $-\sigma_2$ gilt, so ist auch $x_2 = o$. Dies kommt darauf hinaus, dass $\sigma_1$ derjenige Theil von $\sigma$ ist, der zu den Elementartheilern gehört, die aus entgegengesetzt gleichen Wurzeln herrühren.

Demnach tritt an Stelle der Gleichung 4) die folgende

$$u(\sigma_1 + \sigma_2) - (\sigma_1 + \sigma_2)u = x = (E_1 + E_2)x(E_1 + E_2);$$

oder

$$6) \quad u(\sigma_1 + \sigma_2) - (\sigma_1 + \sigma_2)u = x_1.$$

Setzt man nun weiter

$$E_1 u E_1 = u_1, \; E_2 u E_2 = u_2,$$
$$E_1 u E_2 = v_1, \; E_2 u E_1 = u_2,$$

so erhält man auf analogem Wege aus 6)

$$7) \quad \begin{aligned} u_1\sigma_1 - \sigma_1 u_1 &= \xi_1, \\ u_2\sigma_2 - \sigma_2 u_2 &= o, \\ v_1\sigma_2 - \sigma_1 v_1 &= o, \\ v_2\sigma_1 - \sigma_2 v_2 &= o. \end{aligned}$$

Haben demnach die characteristischen Functionen von $\sigma_1$ und $\sigma_2$ auch keine gemeinsamen Theiler, was mit der oben angegebenen Festsetzung verträglich ist, so folgt weiter

$$v_1 = o, \; v_2 = o.$$

also auch

$$u = u_1 + u_2,$$

wenn nach 7) $u_2$ eine mit $\sigma_2$ vertauschbare Form ist. Endlich folgt aber aus der Transformationsgleichung

$$(u_1 + u_2)(\sigma_1 + \sigma_2)(u_1 + u_2) = \sigma_1 + \sigma_2$$

da die Formen mit verschiedenem Index kein Variabelnpaar gemeinsam haben,

$$u_1\sigma_1 u_1 = \sigma_1; \; u_2\sigma_2 u_2 = \sigma_2,$$

so dass nach § 2 alle Formen $u_2$ unmittelbar gefunden werden können. Man kann daher von vornherein voraussetzen, dass die Function $|S - \varrho E|$ nur Paare entgegengesetzt gleicher Wurzeln enthält, denen jedoch für sich beliebige Elementartheiler zugehören können.

Aber auch diese Formen $\sigma_1$ lassen sich noch weiter reduciren. Zerlegt man nämlich wieder $\sigma_1$ in zwei Theile $\Sigma_1 + \Sigma_2$ von der Beschaffenheit, dass die characteristischen

Functionen weder gemeinsame Theiler noch solche Wurzelfactoren enthalten, die zu entgegengesetzt gleichen Wurzeln gehören, so erkennt man auf demselben Wege, dass dem entsprechend $u_1$ in zwei Formen $u_{11} + u_{22}$, und ebenso $\xi_1$ in $\xi_{11} + \xi_{22}$ zerlegbar sein muss, welche den Bedingungen genügen müssen

$$u_{11}\Sigma_1 u_{11} = \Sigma_1,$$
$$u_{22}\Sigma_2 u_{22} = \Sigma_2,$$
$$u_{11}\Sigma_1 - \Sigma_1 u_{11} = \xi_{11},$$
$$u_{22}\Sigma_2 - \Sigma_2 u_{22} = \xi_{22}.$$

Die Transformation reducirt sich demnach schliesslich auf die einer Anzahl von Formen $s$, deren characteristische Functionen je nur ein einziges Paar entgegengesetzt gleicher Wurzeln enthalten. Zur Lösung dieses letzten Problems kann man sich der am Eingange dieses § gemachten Bemerkungen bedienen.

In dem Falle, wo $S$ nur einfache Elementartheiler hat, die jedoch zu entgegengesetzt gleichen Wurzeln gehören können, können die sämmtlichen Substitutionen $U$ auch gleich direct gefunden werden. Selbstverständlich wird dann auch die characteristische Function von $S^2$ nur einfache El.-Theiler enthalten.

Gehören nun zu der Wurzel $\varrho_i$ die Werthsysteme

$$\xi_i^{\lambda 1},\ \xi_i^{\lambda 2},\ \ldots\ \xi_i^{\lambda r};\ i = 1,\ 2 \ldots n;$$

als Lösungen der Gleichungen

$$\Sigma \xi_m a_{im} = \varrho_i \xi_i;\ i = 1, 2 \ldots n;$$

und zu $\varrho_\lambda = -\varrho_i$ die Werthsysteme

$$\eta_i^{\lambda_1},\ \eta_i^{\lambda_2},\ \ldots\ \eta_i^{\lambda k};\ i = 1, 2 \ldots n;$$

und versteht man unter

$$x_i^1,\ x_i^2 \ldots x_i^m;\ i = 1, 2 \ldots . n;$$

(wo $m = r + k$) die sämmtlichen Werthe $\xi$ und $\eta$; setzt man ferner, um die Gleichung

$$V^2 = S^2,$$

zu lösen,

$$8) \qquad \Sigma x_i^h v_{it} = y_i^h,$$

so ergibt sich wie in No. 3. § 2

$$y_i^h = \Sigma x_i^p u_{ph}.$$

Demnach ist

$$\Sigma x_t^h v_{it} = \Sigma x_i^p u_{ph}, \text{ und}$$

$$9) \qquad \Sigma x_i^h v_{it} v_{ki} = \Sigma x_k^s u_{sp} u_{ph}.$$

Da aber auch

$$10) \qquad \Sigma x_i^h a_{it} a_{hi} = \varrho_i^2 x_k^h,$$

ist, so sind wieder nur die Gleichungen

$$\Sigma u_{sp}^1 u_{ph}^1 = (sh),$$

zu erfüllen, wenn

$$u_{sp}^1 = \pm \varrho_l u_{sp}$$

gesetzt wird. Die Bestimmung der $v_{ik}$ erfolgt dann, da die $x_i^h$ linear von einander unabhängig sind, aus den Gleichungen 8), und aus der Vergleichung von 9) und 10) erkennt man, dass auch die Transformationsbedingungen erfüllt sind.

## § 4.

### Die Gleichung $SX + XS = o$.

Diese in den Coefficienten der $X$ lineare Gleichung steht mit dem Problem der conjugirten Substitutionen in einem weiter gehenden Zusammenhange, der namentlich im § 6 hervortreten wird. Die Determinante des linearen Systems von $n^2$ Unbekannten $x_{ik}$ der Form $X$

$$1) \quad SX + XS = o$$

ist, wie man leicht sieht, eine symmetrische Determinante in den Coefficienten von $S$, welche verschwinden muss, wenn eine von Null verschiedene Lösung für $X$ vorhanden sein soll.

Es sei hier ausgeführt,[1]) dass die analoge Gleichung

$$2) \quad SX - XS = o,$$

auf die das Problem der mit $S$ vertauschbaren Formen hinauskommt, eine schiefe Determinante vom Grade $n^2$ liefert; ein Umstand, der in den bisherigen Untersuchungen über dieses Gleichungssystem nicht bemerkt worden zu sein scheint. Bei geradem (ungeradem) $n$ verschwindet sie daher immer mit einer ungeraden (geraden) Anzahl von Unterdeterminantensystemen. Es geht hieraus unmittelbar der Satz hervor:

Die Anzahl der linear unabhängigen Formen $X$, welche mit einer Form $S$ vertauschbar sind, ist stets von der Form

$$n + 2k,$$

was übrigens durch die von Herrn Frobenius angegebene Formel für diese Zahl bestätigt wird.[2])

Das Verhalten jener beiden Determinanten von $n^2$ Reihen wird man indess wohl kaum discutiren können, ohne auf die Untersuchung der characteristischen Function von $S$ einzugehen. Beide Gleichungen 1) und 2) gestatten aber sofort auf dem im vorigen § angedeuteten Wege eine Reduction

---

1) Ich erwähne den allgemeinen Satz: Die Determinante der Coefficienten des Systems der $n^2$ linearen Gleichungen

$$SX + \varrho XS = o$$

ist die Determinante einer linearen Schaar $W + \varrho W^1$ aus conjugirten Grundformen mit $n^2$ Variabeln, aus denen die beiden Bemerkungen des Textes hervorgehen.

2) F. S. 29.

auf ganz einfache Fälle, in denen die Lösungen direct hingeschrieben werden können.

Ohne auf diese Reduction hier einzutreten, behandle ich den etwas allgemeineren Fall der Gleichung

$$3) \quad AX = XB$$

in den 1) übergeht, wenn $A = -B = S$ gesetzt wird. Da zufolge der Gleichung

$$|A|\,|X| = |X|\,|B|$$

die Determinante vom $X$ verschwinden muss, falls nicht gleichzeitig entweder die Determinanten von $A$ und $B$ verschwinden, oder einander gleich sind, welcher Fall hier übrigens nicht ausgeschlossen sein soll, möge angenommen werden, dass für die Form $X$ noch alle Unterdeterminanten vom $m+1$. Grade Null sind, die vom $m$. Grade aber nicht sämmtlich verschwinden. Setzt man nun

$$E = E_1 + E_2,$$

$$\text{wo } E_1 = x_1 y_1 + \ldots x_m y_m,$$

$$E_2 = x_{m+1} y_{m+1} + \ldots x_n y_n,$$

so gibt es zwei Formen $U$ und $V$ von nicht verschwindender Determinante, vermöge welcher

$$UXV = E_1$$

ist. Demgemäss ist

$$UAU^{-1}E_1 = E_1 V^{-1} B V.$$

Setzt man nun

$$UAU^{-1} = A_0, \quad V^{-1} B V = B_0,$$

so ist

$$A_0 E_1 = E_1 B_0.$$

Hieraus geht hervor, dass die Form

$$M = E_1 A_0 E_1 = E_1 B_0 E_1$$

nur die Variabelnpaare von $E_1$ enthält. Ferner ist

$$E_2 A_0 E_1 = o, \; E_1 B_0 E_2 = o.$$

Setzt man endlich

$$E_1 A_0 E_2 = M_1, \; E_2 A_0 E_2 = N,$$
$$E_2 B_0 E_1 = M_2, \; E_2 B_0 E_2 = P,$$

wo die Formen $N$ und $P$ nur von den in $E_2$ vorkommenden Variabeln abhängen, so wird

$$U(A-\varrho E)\,U^{-1} = M - \varrho E_1 + N - \varrho E_2 + M_1,$$
$$V^{-1}(B-\varrho E)\,V = M - \varrho E_1 + P - \varrho E_2 + M_2.$$

Zum Bestehen der Gleichung 3) ist demnach nothwendig, wie schon Herr Frobenius angegeben hat (F. S. 28.), dass die characteristischen Functionen von $A$ und $B$ mindestens einen gemeinsamen Theiler $m$-Grades haben.

Dies ist aber auch hinreichend, denn die Determinante der Gleichungen 3) ist die Resultante der characteristischen Functionen von $A$ und $B$.

Nicht hinreichend ist dagegen die Existenz eines gemeinsamen Theilers vom $m$-Grade, wenn die Unterdeterminanten $m$-Grades von $X$ nicht mehr sämmtlich verschwinden sollen. Denn wenn z. B. $|M - \varrho E_1|$ für eine Wurzel $\varrho = \varrho_1$ in allen $k$-Unterdeterminanten den Factor $(\varrho - \varrho_1)\,l_k$ enthält, muss auch bei den characteristischen Functionen von $A$ und $B$ derselbe Factor mindestens in der Potenz $l_k$ in allen $k$-Unterdeterminanten auftreten. Und wenn diese Wurzel $\varrho_1$ nicht in den Determinanten $|N - \varrho E_2|$ und $|P - \varrho E_2|$ enthalten ist, müssen sogar alle Elementartheiler, die zu $\varrho = \varrho_1$ gehören, jenen Functionen von $A$ und $B$ gemeinsam sein, denn alsdann enthalten, wie leicht zu sehen, die $k$-Unterdeterminanten auch nur die $l_k$-Potenz von $\varrho - \varrho_1$ und keine höhere.

Haben andererseits die characteristischen Functionen von $A$ und $B$ überhaupt Elementartheiler mit der Exponenten-

summe $m$ gemeinsam, so gibt es auch solche $X$, deren Unterdeterminanten $m$-Grades nicht sämmtlich verschwinden, während die vom $m+1$. noch alle Null sind.

Man kann nämlich zunächst $B$ durch eine contragrediente Substitution $V$ in seine Normalform $B_1$ überführen. An Stelle der Gleichung 3) tritt dann, wenn

$$VBV^{-1} = B_1, \quad VAV^{-1} = A_1,$$
$$VXV^{-1} = X_1$$

gesetzt wird

$$A_1 X_1 = X_1 B_1.$$

Sondert man nun aus der characteristischen Function von $B_1$ Elementartheiler mit der Exponentensumme $m$ aus, welche gleichzeitig in der von $A$, also auch in der von $A_1$ vorkommen, so sei

$$B_1 = M + P,$$
$$WA_1W^{-1} = M + Q,$$

wo $M$ eine Form der $m$-Variabelnpaare $x_1 y_1 \ldots x_m y_m$ ist. Bezeichnet man dann irgend eine mit $M$ vertauschbare, nur von denselben Variabeln abhängige Form durch $H$, so ist

$$B_1 H = HM = HWA_1 W^{-1},$$

oder

$$V^{-1} B_1 V V^{-1} H W V = V^{-1} H W V V^{-1} A_1 V,$$

also

$$BV^{-1} HWV = V^{-1} HWVA,$$

mithin

$$X = V^{-1} HWV;$$

und dieser Ausdruck stellt wirklich Formen vor, welche der Gleichung 3) genügen und deren Unterdeterminanten $m$-Grades nicht sämmtlich Null sind, während die vom $m+1$. noch alle verschwinden, falls die Determinante von $H$ nicht verschwindet, was sich immer erreichen lässt.

Nur in dem Falle, wo die beiden Formen $A$ und $B$ ähnlich sind, gibt es Lösungen $X$, deren Determinante nicht verschwindet.

Insbesondere ist also zum Bestehen der Gleichung 1)

nothwendig und hinreichend, dass die characteristischen Functionen

$$|S - \varrho E|, \ |S + \varrho E|$$

einen gemeinsamen Theiler besitzen, und die Anzahl der unabhängigen Lösungen von nicht verschwindender Determinante ist in dem Falle, wo beiden sämmtliche Elementartheiler gemeinsam sind, gleich der Anzahl der mit $S$ vertauschbaren Formen.

Zufolge der Gleichung

$$S(X + \varrho E) + (X - \varrho E)S = o$$

hat jede Lösung $X$ die Eigenschaft, dass die characteristischen Functionen

$$|X + \varrho E|, \ |X - \varrho E|$$

die nämlichen Elementartheiler besitzen.

## § 5.

### Ueber alternirende und symmetrische Formen.

Zum Bestehen der Gleichung 1) § 4 hat sich im vorigen insbesondere als hinreichend erwiesen, dass — in etwas anderer Ausdrucksweise — $S$ einer Form $s_1 + s_2$ ähnlich ist, in welcher die Functionen $|s_1 - \varrho E_1| \ |s_1 + \varrho E_1|$ dieselben Elementartheiler besitzen, und natürlich $|s_1|$ nicht verschwindet. Es ist leicht zu zeigen, dass eine solche Form $s_1$ einer alternirenden Form ähnlich ist.

Ist nämlich $A = \Sigma a_{ik} x_i y_k$ eine alternirende Form, und bezeichnet man nach Herrn Frobenius[1]) die conjugirte Form von $A$, nämlich $\Sigma a_{ki} x_i y_k$ durch $A^1$, so ist wegen $a_{ik} + a_{ki} = o$

$$A^1 = -A.$$

Da nun die characteristischen Functionen conjugirter Formen[2]) dieselben Elementartheiler haben, so haben auch

1) F. S. 4.
2) F. S. 21.

die beiden Functionen

$$|A - rE| \text{ und } |A + rE|$$

dieselben Elementartheiler. Verschwindet die Determinante von $A$, so sind überdies die Elementartheiler von der Form $r^{2k}$ stets paarweise vorhanden.[1]) Es gilt aber auch der umgekehrte Satz:

Haben die beiden Functionen $|S+rE|$ und $|S-rE|$ die nämlichen Elementartheiler und sind überdies die Elementartheiler von der Form $r^{2k}$ paarweise vorhanden (falls die Determinante von $S$ verschwindet), so ist $S$ einer alternirenden Form ähnlich.

Den Beweis desselben kann man auf folgendem Wege führen.

Ist eine Form $S$ einer alternirenden $A$ ähnlich, so gibt es eine Form $V$ von nicht verschwindender Determinante, so dass

$$VSV^{-1} = A$$

wird. Geht man auf beiden Seiten zu den conjugirten Formen über, so ist auch[2])

$$(V^1)^{-1} S^1 V^1 = -A,$$

oder

$$VSV^{-1} + (V^1)^{-1} S^1 V^1 = o;$$

also auch

$$V^1 VSV^{-1} (V^1)^{-1} = -S^1.$$

Setzt man nun $V^1 V = W$, so ist $W = W^1$, also $W$[3]) eine symmetrische Form, mithin

$$WSW^{-1} = -S^1,$$

$$\text{oder } WS = -S^1 W^1 = -(WS)^1,$$

also die Form $WS$ selbst eine alternirende Form. Man hat zunächst:

---

1) Kronecker, Berl. Monatsb. 1874, S. 442.

2) F. S. 4, Satz IV.

3) Ebenda.

Ist $S$ einer alternirenden Form ähnlich, so ist

$$S = W^{-1} A,$$

wo $W$ eine symmetrische Form von nicht verschwindender Determinante, $A$ eine alternirende Form ist.[1])

Ist umgekehrt

$$WS = A$$

und $W$ eine symmetrische Form, $A$ eine alternirende Form, so ist $S$ einer alternirenden Form ähnlich, sobald die Determinante von $W$ nicht verschwindet.

Denn man kann durch eine congruente Transformation $Z$ von nicht verschwindender Determinante bewirken, dass

$$Z^1 W Z = E_\varrho$$

wo $E_\varrho$ nur die Variabeln $x_1 y_1$, $x_2 y_2 \ldots x_\varrho y_\varrho$, enthält.

Setzt man nun

$$(Z^1)^{-1} E_\varrho Z^{-1} S = A,$$
$$S^1 (Z^1)^{-1} E_\varrho Z^{-1} = -A,$$

so wird

$$E_\varrho Z^{-1} S Z = -Z^1 S^1 (Z^1)^{-1} E_\varrho.$$

Setzt man also

$$M = E_\varrho Z^{-1} S Z,$$

so ist

$$M = -M^1,$$

also $M$ eine alternirende Form, woraus der zu beweisende Satz folgt, sobald die Determinante von $W$ nicht Null ist, da in diesem Falle $E\varrho = E$ wird.

Es sei nun umgekehrt $S$ so beschaffen, dass die characteristische Function von $S$ nur paarweise Elementartheiler hat, die zu entgegengesetzt gleichen Wurzeln gehören und

1) Aus $S = W^{-1} A$ folgt $S = W^{-1} A W^{-1} W = B W$, wo auch $B$ eine alternirende Form, $W$ symmetrisch ist.

dass die Elementartheiler von der Form $\varrho^{2k}$ ebenfalls paarweise vorhanden sind. Setzt man

$$\varrho = \frac{s+1}{s-1},$$

so hat die Function

$$|S(s-1) + E(s+1)|$$

nur reciproke Wurzeln, zu denen gleiche Elementartheiler gehören, und die Elementartheiler von der Form $(s+1)^{2k}$ sind paarweise vorhanden. Unter diesen Voraussetzungen ist aber die Schaar

$$S(s-1) + E(s+1)$$

nach einer Bemerkung des Herrn Frobenius[1]) einer aus conjugirten Grundformen $As + A^1$ gebildeten Schaar ähnlich. Man hat also

$$P(S+E)Q = A,$$
$$P(E-S)Q = A^1,$$

woraus

$$2PQ = A + A^1,$$
$$2PSQ = A - A^1,$$

und die Determinante von $A + A^1$ kann natürlich nicht verschwinden. Demnach wird

$$2Q = P^{-1}(A + A^1),$$
$$PSP^{-1} = (A - A^1)(A + A^1)^{-1};$$

oder auch nach dem zuvor bewiesenen Satze $PSP^{-1}$, also auch $S$ selbst, einer alternirenden Form ähnlich.

Man hat daher auch folgenden Satz:

Ist die Form $S$ (von nicht verschwindender Determinante) einer alternirenden Form ähnlich, so sind auch die Lösungen der Gleichung

$$SX + XS = o$$

1) F, S. 22.

deren Determinante nicht verschwindet, einer alternirenden Form ähnlich.

Der Vollständigkeit halber führe ich noch den analogen Satz über symmetrische Formen an.

Ist eine Form einer symmetrischen ähnlich, so ist sie das Product zweier symmetrischer Formen, von denen wenigstens eine eine nicht verschwindende Determinante hat.

Denn wenn die Gleichung besteht

$$V S V^{-1} = (V^1)^{-1} S^1 V^1,$$

welche ausdrückt, dass $S$ einer symmetrischen Form ähnlich ist, so folgt

$$V^1 V S V^{-1} (V^1)^{-1} = S^1$$

oder für

$$V^1 V = W$$
$$WS = S^1 W = (WS)^1.$$

Demnach ist $WS$ eine symmetrische Form $W_1$, also

$$S = W^{-1} W_1.$$

Dass dies auch umgekehrt zur Aehnlichkeit genügt, erkennt man wie vorhin.

## § 6.

**Zurückführung des Problems der conjugirten Transformation einer Form in sich selbst auf rationale Operationen.**

Zur Bestimmung der Formen $U$, wie sie in § 2) ausgeführt ist, scheint die Ermittelung der Wurzeln der characteristischen Function von $S$ unerlässlich. Dagegen ist das Problem der cogredienten (congruenten) Transformation $U$ einer Form $S$ in sich selbst, wie ich an einem anderen Orte zeige,[1]) solange nur eine der Determinanten $|U + E|$, $|U - E|$

1) Es sei mir gestattet, hier auf eine in den Mathematischen Annalen erscheinende Arbeit zu verweisen.

von Null verschieden ist, stets auf die Lösung des linearen Systemes von Gleichungen

$$XS + X^1 S^1 = o$$

zurückführbar, und für den Fall der eigentlichen Substitutionen kann man sogar in gewissen Fällen alle Formen $U$ auf diesem Wege erhalten[2]). Für das hier vorliegende Problem der conjugirten Transformation bestehen zum Theil ähnliche Verhältnisse, insoferne auch hier jede Lösung $U$, die der soeben angegebenen Voraussetzung genügt, linear ermittelt werden kann.

Setzt man

$$1) \qquad X_\varrho = (E - \varrho U)(E + \varrho U)^{-1},$$

so wird

$$X_\varrho S = (E - \varrho U)(S^{-1} + \varrho S^{-1} U)^{-1},$$

oder wegen

$$S^{-1} U = U^{-1} S^{-1},$$
$$US = S U^{-1},$$

$$X_\varrho S = (E - \varrho U) S (E + \varrho U^{-1})^{-1} = S(E - \varrho U^{-1})(E + \varrho U^{-1})^{-1}$$
$$= - S(E - \varrho^1 U)(E + \varrho^1 (U^{-1},$$

d. h. es besteht die Gleichung

$$2) \qquad X_\varrho S = - S X_{\varrho 1},$$

falls wie oben $\varrho^1 \varrho = 1$ gesetzt wird.

Nimmt man nun $\varrho = \pm 1$ an, so entsteht aus 2) wieder die Gleichung

$$3) \qquad XS + SX = o,$$

falls

$$X = (E \mp U)(E \pm U)^{-1},$$

oder

$$4) \qquad U = \pm \frac{E - X}{E + X}$$

gesetzt wird, wobei das obere oder untere Vorzeichen gilt, je

1) Vgl. F. S. 42 ff., wo der Fall der congruenten Transformation der symmetrischen Formen behandelt ist.

nachdem $\varrho = +1$ oder gleich $-1$ genommen wurde. Das heisst:

Jede Substitution $U$, die eine Form $S$ von nicht verschwindender Determinante in sich transformirt und für die wenigstens eine der beiden Determinanten $|U+E|$, $|U-E|$ nicht verschwindet, kann auf eine einzige Art in eine der Formen

$$U = \pm \frac{E-X}{E+X}$$

gebracht werden, wo $X$ der Gleichung 3) genügt und die Determinante von $E \pm X$ ist dabei nicht Null.[1])

Aber dieser Satz kann auch umgekehrt werden und zwar in folgender Weise:

Die Form

$$U = \pm \frac{E-X}{E+X}$$

ist eine Substitution, welche jede Form $S$, deren Determinante auch Null sein kann, in sich selbst transformirt, sobald die Form $X$ der Gleichung 3) genügt, und die Determinanten von $E+X$ (und $E-X$), was jederzeit für die homogenen Coefficienten von $X$ erreichbar ist,[2]) nicht verschwinden.

---

1) Ist nämlich $|U+E|$ nicht Null, so ist

$$X = (E-U)(E+U)^{-1} = 2(E+U)^{-1} - E$$

also $$X + E = 2(E+U)^{-1};$$

ist dagegen $|U-E|$ von Null verschieden, so ist

$$X = (E+U)(E-U)^{-1}$$

d. h. $X + E = 2(E-U)^{-1}$.

Ausserdem ist

$$(X+E)S + S(X-E) = o,$$

also ist auch $|E--X|$ nicht Null.

2) Wenn $|S|$ nicht Null ist, können die Determinanten $|X+E|$ und $|X-E|$ nur gleichzeitig verschwinden.

In der That wird

$$USU = (E - X)(E + X)^{-1} S (E - X)(E + X)^{-1}.$$

Nun folgt aber aus den Gleichungen

$$(X + E)S + S(X - E) = o,$$
$$S(X + E) + (X - E)S = o,$$

die eine unmittelbare Folge von 3) sind, für die rechte Seite der vorstehenden Gleichung der Ausdruck

$$(E - X)(E + X)^{-1}(E + X) S (E + X)^{-1}$$

oder $$(E - X) S (E + X)^{-1} = S,$$

womit die Gleichung

$$USU = S$$

bewiesen ist.

Je nachdem das obere oder untere Vorzeichen in 4) gewählt wird, ist

$$U \pm E = \pm 2E(E + X)^{-1}$$
$$U \mp E = \mp 2X(E + X)^{-1}$$

ferner wird

$$5) \quad US - SU = \pm 4(E + X)^{-1} SX (E + X)^{-1}$$
$$= \pm 4SX\ (E - X^2)^{-1}.$$

So lange nun die etwaigen Parameter in $X$ endlich sind, d. h. diese Form selbst eine endliche ist, kann $U$ mit $S$ nur vertauschbar werden, wenn $X = o$ ist, d. h. für die identische Transformation $U = \pm E$. Legt man andererseits den linearen Parametern in $X$ beständig wachsende Werthe bei, so erhält man im Grenzfalle, falls $U$ eine endliche Form bleibt, solche Substitutionen, für welche die Determinanten $|U + E|$ und $|U - E|$ gleichzeitig verschwinden können. Dabei kann auch, wie die Formel 5) zeigt, $U$ mit $S$ vertauschbar werden, doch können sich Formen dieser Gattung nur vermöge jener Grenzprocesse ergeben.

Indess wird man im allgemeinen keineswegs alle Sub-

stitutionen auf diesem Wege erhalten. Von den hierher gehörigen Betrachtungen hebe ich die folgende besonders einfache hervor.

Es seien zunächst diejenigen Substitutionen bestimmt, für welche $|U+E|$ nicht Null ist.[1]) Dieselben sind von der Form

$$U=(E-X)(E+X)^{-1}.$$

Ich behaupte nun: Alle eigentlichen Substitutionen, für die $|U+E|$ verschwindet, aber nicht gleichzeitig $|U-E|$ Null ist, lassen sich aus den eben angegebenen erhalten, indem man einen geeigneten Grenzübergang vornimmt, falls die Form $S$ einer alternirenden Form ähnlich ist.

Sei nämlich $W$ irgend eine Form, welche $S$ in sich transformirt, und $|W-E|$ nicht Null, während $|W+E|$ verschwinden mag. Dann ist

$$W=-\frac{E-X}{E+X}$$

wo nun die Determinante von $X$ im allgemeinen verschwinden muss. Da aber die Transformation eine eigentliche ist, so muss $n$ eine gerade Zahl sein, und daher existirt auch eine Form von nicht verschwindender Determinante $Z$, welche der Gleichung

$$SZ+ZS=o$$

genügt. Bezeichnet man mit $h$ einen beliebigen Parameter, so ist auch

$$S(Zh+X)+(X+hZ)S=o$$

---

1) Zur Bestimmung der Coefficienten der Form $X$ kann man natürlich auch ähnliche nicht rationale Operationen wie in § 2 anwenden. Sind z. B. alle Wurzeln von $|S-\varrho E|$ von einander verschieden und paarweise entgegengesetzt gleich, so hängen diese Coefficienten bei geradem $n$ von $n$ homogenen Parametern ab. Für ungerades $n=2p+1$ ist dagegen, wenn je zwei Wurzeln bis auf eine entgegengesetzt gleich und verschieden sind, diese Anzahl gleich $2p$.

und die Determinante von $X + hZ$ verschwindet nicht für beliebige Werthe von $h$. Nun ist aber auch

$$X_1 = (X + hZ)^{-1}$$

eine Lösung der Gleichung $XS + SX = o$, demnach

$$U_h = \frac{E - X_1}{E + X_1},$$

eine Form, für welche $|U_h + E|$ nicht Null ist. Da endlich

$$U_h = -\frac{E - (X + hZ)}{E + (X + hZ)},$$

so folgt für $h = o$

$$\lim U_h = W = \lim \frac{E - X_1}{E + X_1},$$

wie zu zeigen war.

Die Substitutionen, welche sich für ein $X$ von nicht verschwindender Determinante ergeben, zeichnen sich überhaupt durch besondere Eigenschaften aus, von denen die folgenden zwei noch erwähnt sein mögen.

1) Ist $X$ einer alternirenden Form ähnlich, so ist die Substitution $U$ einer orthogonalen Form ähnlich.

Ist nämlich $Y$ selbst eine alternirende Form, so ist

$$O = \frac{E - Y}{E + Y},$$

eine orthogonale Form,[1]) wie aus den Gleichungen

$$O^1 = \frac{E + Y}{E - Y},$$

oder

$$O\,O^1 = E,$$

hervorgeht. Ist nun $X = V\,Y\,V^{-1}$, so ist auch

$$V^{-1}\,U\,V = O;$$

mithin $U$ der orthogonalen Form $O$ ähnlich. Solche Sub-

*) F. S. 48 u. ff.

stitutionen entsprechen also dem Falle, wo $S$ selbst einer alternirenden Form ähnlich ist.

2) Ist $X$ eine Form von nicht verschwindender Determinante, so sind die Formen

$$SU,\ SU\ US^{-1},\ S^{-1}U$$

alternirenden Formen ähnlich.

Denn nach 5) ist

$$US - SU = Y$$

wo $Y$ eine Form ist, deren Determinante nicht verschwindet, und die nach § 3, 1 der Gleichung

$$SY + YS = o$$

selbst genügt. Nun ist ferner

$$UY = U^2S - S = (U^2 - E)S;$$
$$YU = S - SU^2 = S(E - U^2),$$

also, da $U$ mit $S^2$ vertauschbar ist,

$$UYS + SYU = o.$$

Hieraus folgt aber leicht, da auch $Y$ mit $S^2$ vertauschbar ist,

$$(US)(S^{-1}YS^2) + (S^{-1}YS^2)(US) = o,$$
$$(SU)(YS) + (YS)(SU) = o,$$
$$(US^{-1})(SY) + (SY)(US^{-1}) = o;$$
$$(S^{-1}U)(YS) + (YS)(S^{-1}U) = o;$$

d. h. es haben die characteristischen Functionen $|T - \varrho E|$ und $|T + \varrho E|$ dieselben Elementartheiler, wo $T$ jede der vier genannten Formen bedeuten kann.

# Ueber Nothochilus,

## eine neue Scrophularineen-Gattung aus Brasilien,

nebst einem Anhange:

## Ueber zwei neue Touroulia-Arten

von L. Radlkofer.

*(Eingelaufen 17. Juni.)*

Vor kurzer Zeit kam mir aus Rio de Janeiro durch Herrn Schwacke ein Fragment einer Pflanze zu, welche in mehrfacher Hinsicht Interesse erregte, bei der ihr eigenen Sprödigkeit aber durch den Transport derart gelitten hatte, dass es schien, es werde die Hoffnung, zu den wünschenswerthen Aufschlüssen über sie zu gelangen, unerfüllt bleiben. Auch wollte dieselbe nirgends da, wo die morphologischen Verhältnisse ihr einen Platz in dem Systeme anzuweisen schienen, sich einfügen und bekannten Gattungen angliedern lassen, so dass offenbar ein anomaler und wahrscheinlich neuer Typus in ihr vorlag, für dessen richtige Auffassung die Dürftigkeit und der ruinose Zustand des Materiales grosse Schwierigkeiten bot.

Doch half die anatomische Methode über alle diese Schwierigkeiten hinweg und ergab namentlich in ihrer Anwendung auf den Samen der Pflanze schliesslich ein so bündiges und befriedigendes Resultat, dass ich nicht anstehe, dasselbe als genügend gesichert zu betrachten und hier zur Mittheilung zu bringen.

Dasselbe geht dahin, dass die Pflanze eine neue Gattung aus der Familie der Scrophularineen darstelle, die zweite, welche ich somit hier (neben Tetraplacus, s. diese

Sitzungsberichte 1885, p. 258—275) den früher schon aus Brasilien bekannt gewesenen Gattungen dieser Familie hinzuzufügen Gelegenheit habe.

Sie gehört in dieser Familie der Tribus der Gerardieen, Subtribus der Escobedieen an und bildet insofern einen abweichenden Typus, als ihre Blumenkrone scheinbar zweilippig und nicht, wie bei den anderen Gattungen dieser Gruppe, mit einem ziemlich regelmässig fünflappigen, meist nur etwas schiefen Saume versehen ist. Diese scheinbar zweilippige Gestalt kommt dadurch zu Stande, dass die nach oben sich schwach trichterförmig erweiternde Röhre der Blumenkrone rückwärts fast um das Doppelte höher ansteigt als in dem vorderen Theile der Blüthe und dann sich bogig nach vorn krümmt, so dass nun der Rand der Trichteröffnung eine fast senkrecht gestellte, mit der Axe des Trichters fast parallele Ellipse darstellt. Diesem Rande sind die Lappen der Blumenkrone so aufgesetzt, dass die beiden fast ganz miteinander verwachsenen oberen Lappen den gewölbten Rückentheil der Röhre verlängern und als helmartige Oberlippe einer zweilippigen Krone sich darstellen, die seitlichen Lappen aber und der an dem tiefsten Theile der Trichteröffnung sitzende, verhältnissmässig weit von den andern abgerückte, vordere (untere) Lappen einer Unterlippe entsprechend erscheinen.

Bei dieser auffallenden Eigenthümlichkeit in der Gestaltung der Blumenkrone musste natürlich, wenn die Stellung der Pflanze bei den Escobedieen, zu welchen sie nach ihren übrigen Eigenschaften und namentlich nach ihrem theils an die Rhinanthaceen, theils an die mit den Escobedieen nahe verwandten und den Orobancheen ähnlichen Hyobancheen erinnernden Habitus zu gehören schien, als eine gesicherte sollte betrachtet werden können, nach anderen Anhaltspunkten gesucht werden, welche die entsprechende Gewähr zu geben im Stande waren.

Diese fanden sich denn, wie ich hier ohne Darlegung der verschiedenen Wege, welche in der Richtung nach diesem Ziele eingeschlagen wurden, kurz anführen will, in dem Samen der Pflanze und wiesen bei Vergleichung desselben mit den Samen verschiedener Scrophularineen-Gattungen mit solcher Bestimmtheit auf die Escobedieen-Gattung Melasma Berg hin, dass sich nun sogar die Frage aufdrängte, ob die Pflanze nicht etwa geradezu dieser Gattung, mit der sie auch in der Kelchbeschaffenheit grosse Aehnlichkeit zeigte, und von welcher neben Arten aus Africa und Mexico (M. scabrum Berg, M. hispidum Benth.) bereits eine Art aus Brasilien bekannt ist (M. rhinanthoides Benth., Flor. Brasil. VIII, Fasc. XXX, 1862, tab. 46), beizufügen sei. Doch musste diese Frage, obwohl Beispiele von Gattungen nicht fehlen, deren Arten zum Theile eine fast gleichmässig gelappte, zum Theile eine zweilippige Blumenkrone besitzen, wie etwa die darnach übrigens immerhin in Untergattungen sich gliedernde Gattung Gesnera (s. Flor. Bras. VIII, tab. 59), schliesslich verneint werden, da nicht bloss die Blumenkrone, sondern auch die Narbe, die Inflorescenz, die durchaus opponirte Stellung der Blätter und der Gesammthabitus der Pflanze beträchtliche Verschiedenheiten gegenüber den Arten von Melasma darbot.

Die nahe Beziehung zu Melasma drückt sich, ausser in der Gestalt der Samen und in dem Verhalten des Samenkernes zu der sackartig über ihn hinaus verlängerten Samenschale, namentlich in der Beschaffenheit der äusseren Zellen der Samenschale aus. Diese sind sich bei den in Vergleichung stehenden Pflanzen in Hinsicht auf ihre Gestalt und Anordnung, rücksichtlich einer sehr starken Verdickung an ihren Kanten und einer mit ihrer Längsaxe sich schief kreuzenden, an ihrer inneren Wandung sich findenden Streifung durch sehr locker gestellte Netzfasern in solcher Weise ähnlich, wie das erfahrungsgemäss nur bei

Pflanzen nächster Verwandtschaft sich findet. Sie zeigen, um es figürlich auszudrücken, eine derart gleiche Mache, dass sie den gleichen Ursprung, so zu sagen die gleiche Hand und das gleiche Material voraussetzen lassen.

Ich begnüge mich mit diesen wenigen Worten über die Stellung der Pflanze und fasse alles übrige, was für diese noch weiter bestimmend und was für die Auffassung der Pflanze überhaupt von Belang ist, in einer entsprechenden Charakteristik derselben zusammen.

Nothochilus m., gen. nov. Scrophularinearum, affine Melasmati Escobediearum: Calyx ovatus, (siccus) scarioso-foliaceus, 10-nervis, 5-angulatus, angulis plicato-compressis, dein expansis, in dentes 5 acutos valvatos continuatis, nitidus, praesertim ad nervos pilis brevissimis nodulis insidentibus scaber. Corolla 5-loba, quam maxime obliqua et quasi bilabiata, ante anthesin cucullato-galeata et dorso plicis 5 cristiformibus longitudinaliter striata, parte posteriore, si mavis, labio superiore in lobos 2 terminato aestivatione exteriore; tubus corollae expansae oblique infundibularis, ore verticali, antice calycem aequans, dorso curvato nervoso-striato calycem subduplo superans; limbi lobi breves, lati, postici secundum medianam connati, cum tubi parte superiore subhorizontaliter porrecti (labium superius galeatum mentientes, lobi laterales posticis approximati oblique erecti, lobus anticus magis distans, perbrevis, subtruncatus, omnes glandulis breviter stipitatis extus et intus ornati. Stamina 4, didynama, basi corollae affixa, exserta, lobos laterales attingentia; antherarum thecae (loculi, ut dicunt) distinctae, parallelae, interiore praesertim staminum anteriorum paullo minore, basi mucronatae, ad sulcum lateralem et dorso circa filamentorum glabriusculorum insertionem longe barbatae; pollen subgloboso-ellipsoideum sulcis 3 levioribus latiusculis longitudinaliter exaratum. Stylus elongatus, sub lobis corollae superioribus porrectus, apice incrassato glandulis breviter stipitatis ornatus, in stigma crassum

subcapitatum transverse dilatatum terminatus; germen a lateribus compressum ellipticum, biloculare, dissepimento angusto transversali secus medianam utrinque in placentam crassam carnosam producto, placentis gemmulis numerosis undique obsitis. Capsula ellipsoidea, basi in stipitem brevem contracta, loculicide dehiscens, valvis medio septi fragmenta gerentibus. Semina numerosissima, oblique erecta, clavato-linearia, testa laxa, nucleo supra medium parvo oblongo; albumen parcum oleo et aleuro foetum; embryo rectus, ellipticus, radicula lata obtusa infera. — Herba sesquipedalis (parasitica?) nigricans, pilis brevibus scabra (uti Melasma scabrum Berg etc.); caulis sublignosus, obtuse tetragonus, internodiis centimetralibus infra nodos in lateribus foliis interjectis fusco-puberulis. Folia opposita, subsessilia, ovata (1,5 cm longa, 1 cm lata), crassiuscula, sicca fragilia, trinervia, paucidentata. Flores axillares, racemum foliatum exhibentes, pedicellati, bibracteolati (pedicellis bracteolisque circ. 8 mm longis), pulchre coccinei.

Species 1: N. coccineus m.; Calyx 2 cm longus, 1 cm latus; corolla 3,5 cm longa; capsula 16 mm longa, 8 mm lata; semina 3 mm longa.

In Brasiliae provincia Minas Geraës leg. E. Kromer („Campos de Caparao, 200 m") m. Martio 1889 c. flor. et fruct. (Herb. Schwacke n. 6463).

---

## Anhang:

### Ueber zwei neue Touroulia-Arten aus Brasilien.

Eine andere durch Herrn Schwacke mir zugekommene Pflanze stellt eine neue Art der Gattung Touroulia Aubl., aus der Gruppe der Quiineae, dar und gewährte entsprechende Anhaltspunkte zur Aufstellung noch einer weiteren, im Ganzen der dritten Art dieser Gattung auf Grund einer von Martius am Japurá gesammelten sterilen Pflanze des

Münchener Herbares. Ich denke nach Erlangung ergänzender Materialien und zwar auch aus der zur Zeit hier fehlenden Gattung Quiina gelegentlich auf diese Gruppe zurückzukommen, und hebe hier nur kurz die charakteristischen Merkmale der beiden besagten neuen Arten hervor.

1) Touroulia pteridophylla m.; Rami superne tetragoni, internodiis circiter 6-centimetralibus; folia quaternatim verticillata, anedra, 3—3,5 dm longa, pinnatipartita (illa Polypodii phymatodis L. in mentem revocantia), segmentis utrinque 5 suboppositis remotis lanceolatis, intermediis longioribus (8—10 cm longis, 1,5—1,8 cm latis), subintegerrimis nec nisi remote minutissime mucronulato-serrulatis 1-nerviis inter nervos suos laterales pertenues creberrime subtiliter arcuato-venosis, omnibus rhachi late alata (latitudine segmenta aequante) basi in petiolum nudum 2-centimetralem angustata conjunctis, glabris; katophylla (stipulae autor.) foliis interjecta, et ipsa foliacea, lanceolata (18—24 mm longa, 2—3,5 mm lata), subpetiolulata, cuspidata, subserrulata, subtiliter pinnatim venosa.

In Brasiliae provincia do Alto Amazonas in sylvis ad flumen Japurá legit Martius.

2) Touroulia decastyla m.: Rami subteretes, striati, internodiis superioribus circiter 2-centimetralibus; folia quinatim verticillata, ex oblongo lanceolata, in petiolum brevem attenuata, superiora 8—16 cm longa, 1,4—4 cm lata, remote crenato-serrata, serraturis incurvato-mucronulatis, inter nervos laterales approximatos (utrinque circ. 14) oblique adscendentes subtus prominentes transversim subtiliter arcuato-venosa, glabra; katophylla (stipulae autor.) foliis (singula, rarius folio intermedio abortivo quasi gemina) interjecta, linearisubulata (4—9 mm longa, vix 1 mm lata); inflorescentia in ramulis terminalis, paniculata; flores 1-sexuales (alterius sexus vestigiis nullis), 4-sepali, 8-petali, expansi 18 mm lati, sepalis petalisque rotundatis concavis; masculi staminibus per-

multis (160—170) supra totum torum insertis; feminei germine supero striato 10- (9—11-) loculari, gemmulis in loculis binis in angulo centrali superpositis erectis anatropis apotropis, rhaphe ventrali, micropyle extrorsum infera, stylis 10 filiformibus radiato-deflexis in stigmata oblique peltata concava terminatis; fructus (t. Schwacke) „baccatus, conico-ellipticus, apice complanatus, 7 cm longus, 5 cm latus, multistriatus, longitudinaliter fibrosus, abortu 1-locularis (?), 2—4-spermus; semina ovata, 14 mm longa, 10 mm lata, fusco-tomentosa; embryonis cotyledones magnae, crassae, radicula perparva". — „Vulgo Uacá de frutas estriadas".

In Brasiliae provincia Minas Geraës legit Schwacke („in mont. ad Saõ Jose do Chopotó, 700 m"; Herb. Schwacke, n. 4818).

Zusatz 1. Da die weiblichen Blüthen von Touroulia seit Aublet von keinem Botaniker gesehen worden zu sein scheinen (s. Engler in Flor. Bras. XII, 1, 1888, p. 486), so bemerke ich, dass die schon von Triana und Planchon in Ann. Scienc. nat., 4. ser., XV, 1861, p. 345 als fehlerhaft betrachteten Angaben desselben sich in der That als Irrthümer darstellen, namentlich die über das Gekröntsein der Frucht durch Kelchblattspitzen. Aublet scheint Reste der Griffel, wie sie die Zeichnung von Planchon für Quiina darstellt (l. c. XIV. tab. 18, fig. 11, 12), für epigyne Kelchtheile genommen zu haben.

Zusatz 2. Ob die Gattung, wie in Benth. Hook. Gen. I, 1867, p. 177, mit Quiina Aubl. zu vereinigen sei, wird wohl davon abhängen, ob sich Zwischenstufen zwischen den bisher bekannten Arten von Quiina mit 2—3-fächerigem und denen von Touroulia mit 7—11fächerigem (also wohl aus einem doppelten Fruchtblattkreise hervorgegangenem) Fruchtknoten finden, welche auch hinsichtlich der Mehrzahl der Staubgefässe und hinsichtlich der Grösse der Blüthen die Brücke zu bilden geeignet sein werden. Vor der Hand

erscheint es mir angemessen, die beiden Gattungen noch getrennt zu halten. Die Grösse der Blüthen erscheint bei Touroulia decastyla etwas beträchtlicher als bei T. guianensis Aubl., da sie ziemlich genau der als „etwas vergrössert" bezeichneten Darstellung der (männlichen) Blüthen bei Aublet (tab. 194) entspricht. Diese Vergrösserung dürfte weiter dem eben erwähnten Ausdrucke gemäss keine so starke sein, dass die bei den Autoren zu findende Angabe „flores masculi minuti" als gerechtfertiget erschiene.

# Zur Klärung von
# Theophrasta und der Theophrasteen,
## unter Uebertragung dahin gerechneter Pflanzen zu den **Sapotaceen** und **Solanaceen.**

Von L. Radlkofer.

*(Eingelaufen 17. Juni.)*

Die Gattung Theophrasta, welche Linné in der ersten Edition seiner Genera Plantarum, 1737, nach den Mittheilungen von Plumier (Nov. Gen. 1703) über eine von letzterem vor 200 Jahren (1790—95) auf den Antillen — und wohl zweifellos, wie schon Dav. Don dargelegt hat (sieh Edinb. New Phil. Journ. Nro. 20, 1831, p. 234), auf S. Domingo — beobachtete Pflanze (unter Veränderung des von Plumier zu Ehren von Theophrastus Eresius dafür gewählten Namens Eresia in Theophrasta) aufgeführt und damit eigentlich fest begründet hat, ist schon wiederholt und namentlich von Seite Lindley's, 1821, und Decaisne's, 1876, kritischer Betrachtung und Vergleichung mit der ihr zunächst stehenden, von Ruiz und Pavon 100 Jahre nach Plumier, 1794, nach peruanischen Pflanzen aufgestellten Gattung Clavija unterzogen worden.

Sie ist aber keineswegs schon ausreichend geklärt.

Ja man müsste nach dem gegenwärtigen Stande der Dinge und gemäss der Interpretation, welche für die Plumier'sche Pflanze nach den Ausführungen einer ganzen Reihe von

Autoren sich Geltung verschafft hat, eigentlich auf die etwa 25 Arten enthaltende Gattung Clavija den Namen Theophrasta übertragen[1]) und für die paar Pflanzen, welche man jetzt unter Theophrasta versteht, einen anderen Gattungsnamen wählen, da man, was eigentlich schon die Meinung von Ruiz und Pavon war,[2]) allgemein angenommen hat, dass die Plumier'sche Pflanze generisch mit Clavija übereinstimme und verschieden sei von dem was man heutzutage, indem man die von jenen Autoren beliebte, mit dem Prioritätsgesetze in Widerspruch stehende Anwendung des Linné'schen Gattungsnamens beibehalten hat, unter Theophrasta versteht.

Zum Glücke ist aber, wie ich im Folgenden an entsprechenden Materialien unter Zuhilfenahme der anatomischen Methode zu zeigen hoffe, diese Verschiebung der Namen und der unter ihnen zu verstehenden Pflanzen, welche besonders von Lindley (Collectan. bot., 1821) herrührt und bei den meisten späteren Autoren ausser Dav. Don (a. a. O.), nämlich bei A. de Candolle (Prodr. VIII, 1844, p. 145), Decaisne (Ann. Sc. n., ser. 6, III, 1876, p. 140—1), Bentham und Hooker (Gen. II, 1876, p. 649) und anderen sich erhalten hat, doch nicht gelungen.

Ich hoffe zu zeigen, dass die der Gattung Theophrasta zu Grunde liegende Plumier'sche Pflanze keineswegs mit

---

1) Für diejenigen Autoren, welche für die Gattungsnamen nicht bloss wie Bentham und Hooker, denen ich folge (sieh über Serjania 1875, p. 11), bis auf Linné zurückgehen, sondern auch die Aufstellungen der vorlinnéischen Autoren bis zurück auf Tournefort (1694) in Geltung erhalten wissen wollen, würde sich sogar die Nothwendigkeit ergeben, den auffälligerweise nirgends von diesen Autoren wieder hervorgekehrten Namen Eresia Plum. als den giltigen zu betrachten und statt Clavija zu gebrauchen.

2) Ruiz und Pavon bemerken nämlich zu ihrer Gattung Clavija: „Ad hoc genus referenda est Eresia foliis aquifolii longissimis Plum. Nov. Gen."

Clavija generisch zusammenfällt, sondern mit jenen Pflanzen, auf welche die Autoren bisher ganz im Widerspruche mit ihren eigenen Deutungen den Gattungsnamen Theophrasta angewendet haben und für welche erst jetzt dieser Name zu einem zu Recht bestehenden wird.

Zugleich hoffe ich, ausser über die bisher zweifelhaft gebliebene, strittige Grundlage der Gattung Theophrasta auch über einige andere, unter diesem Gattungsnamen aufgestellte, aber stets fraglich gebliebene Arten entsprechenden Aufschluss geben zu können, namentlich über die von Römer und Schultes nach Materialien des Hb. Willdenow veröffentlichten Arten, von welchen die als Th. madagascariensis bezeichnete schon A. de Candolle (l. c.) zu der Bemerkung veranlasst hat: „Ex patria non congener videtur".

Für diese Pflanze — welche eigentlich der Ausgangspunkt für die hier darzulegenden Untersuchungen gewesen ist — war es, obwohl nur ein einziges Blatt von ihr im Hb. Willdenow vorliegt, doch leicht, mit Hilfe der Merkmale, welche die anatomische Methode bei der Vergleichung von Theophrasta und Clavija an die Hand gab, nachzuweisen, dass sie etwas jenen Gattungen gänzlich Fremdartiges sei, und schliesslich gelang es, in ihr eine Brexia zu erkennen.

Aber nicht bloss für die Gattungen Theophrasta und Clavija ergaben sich aus der anatomischen Methode wichtige Merkmale, welche einerseits die nahe Verwandtschaft dieser beiden Gattungen bestätigen, andererseits die Unterscheidung derselben (und theilweise selbst der Arten einer jeden derselben unter einander) auch in sterilem Materiale ermöglichen und Fremdartiges fernzuhalten gestatten, sondern auch für die übrigen Theophrasteen-Gattungen — für Deherainia Decaisne und Jacquinia L. — erwiesen sich dieselben Merkmale — das verschiedenartig modificirte Auftreten von Sklerenchymfasern unter der Epi-

dermis des Blattes und das Vorkommen eigenthümlich gestalteter, in die Epidermeris des Blattes eingesenkter Drüsen — in den gleichen Hinsichten als ausschlaggebende Kriterien.

So gelang es des weiteren durch die anatomische Methode allein schon ein sicheres Urtheil über die Unzuhörigkeit zweier bisher bei den Theophrasteen untergebrachten Pflanzen zu gewinnen, nämlich der monotypischen Gattung Reptonia A. DC. und der von A. de Candolle unter Jacquinia ferruginea Spr. erwähnten und mit dieser bereits als „wahrscheinlich auszuschliessende Art" bezeichneten Jacquinia linearis, non Jacq., Bertero Herb.

Aber nicht bloss das, sondern die der anatomischen Methode zu Gebote stehenden Mittel liessen auch unschwer und mit voller Sicherheit, wie ich zu zeigen hoffe, nachweisen, dass die Gattung Reptonia ihren Platz bei den Sapotaceen zu finden habe, und dass die erwähnte Pflanze von Bertero eine neue Solanaceen-Gattung darstelle, welche den Namen Coeloneurum tragen mag und welche ihren Platz unmittelbar neben der bekanntlich selbst erst vor kurzem durch die anatomische Methode dieser Familie zugewiesenen Gattung Henoonia (s. diese Sitzungsber., 1888, p. 405 etc.) einzunehmen hat.

---

Die von Plumier unter dem Namen Eresia beschriebene Pflanze aus den Antillen, welche Linné in den Gen. Plant. Ed. I, 1737, p. 45 unter Veränderung des Gattungsnamens in „Theophrasta" und in den Spec. Pl. Ed. I, 1753, p. 149 unter der Bezeichnung Theophrasta americana aufgeführt hat, ist allem Anscheine nach, wie das seiner Zeit auch Lindley (1821) ausgesprochen hat, so wenig, wie von Linné selbst, von irgend einem der späteren Autoren in entsprechenden Materialien gesehen und wieder erkannt worden, und alle Deutungen derselben beruhen nur auf den Dar-

stellungen von Plumier selbst (Nov. Gen., 1703, p. 8, t. 25) und auf der von Jo. Burmann, 1757, in dessen Icon. Plumerian. p. 119, t. 126 gegebenen mangelhaften Abbildung der Pflanze unter dem Linné'schen Gattungsnamen und mit Hinweisung auf Linné's Spec. Pl.

Ich glaube nun diese Pflanze in einem zwar sehr dürftigen, nur aus einem Blatte und einer Inflorescenz bestehenden, aber doch ausreichendem Exemplare, welches von Bertero auf S. Domingo gesammelt und unter dem Namen Theophrasta americana zunächst an Balbis und von diesem an Schultes für das Herbarium der damaligen Landshuter und jetzigen Münchener Universität mitgetheilt worden ist, vor mir zu haben, und auf der vergleichenden Untersuchung und Deutung dieses Exemplares beruht das, was ich über die Gattung Theophrasta im Vorausgehenden schon ausgesprochen habe und im Folgenden des näheren darzulegen gedenke.

Ehe ich dazu übergehe, ist jedoch, um das richtige Verständniss der Sache anzubahnen, noch einiges aus der Geschichte der Gattung Theophrasta vorauszuschicken.

---

Der erste, welcher nach Linné und rund 100 Jahre nach Plumier auf die Gattung Theophrasta L. einging, ist Jussieu.

Dieser erweiterte in den Gen. Pl., 1789, p. 150 die bis dahin bekannt gewordenen Angaben namentlich durch Beifügung des von Nicolson (Hist. de S. Domingue, 1776, p. 213) entlehnten Vulgärnamens „Coquemollier" (s. „Tu te mocques" Nicols. l. c.) — übrigens ohne auf Nicolson's Unterscheidung einer kleinen und einer grossen Art dieses Namens einzugehen —, durch die Bezeichnung der Pflanze als „arbuscula" und durch den Zusatz: „Spinulae axillares minimae verticillatae cauli appressae mox caducae; ex D. Lahaye apud Domingenses Parocho."

Wie weit diese und andere Worte Jussieu's den in Paris befindlichen handschriftlichen Aufzeichnungen Plumier's entnommen sind oder wie weit sie etwa der Beobachtung getrockneter oder lebender (sei es blühender oder nicht blühender) Pflanzen entstammen, mag dahingestellt bleiben. Die im Hb. Jussieu nach der Angabe von Decaisne (sieh dessen die Theophrasteen betreffende Mittheilung in Ann. Sc. nat., ser. 6, III, 1876, p. 140) befindlichen, zu der alsbald näher zu erwähnenden Th. Jussiaei Lindl. gehörigen Materialien von Poiteau aus S. Domingo, können ihnen, da Poiteau erst in den Jahren 1796—1802 dort sammelte, wohl ebenso wenig zu Grunde liegen, wie die Angaben von Swartz über eine als Theophrasta americana betrachtete Pflanze (Sw. Obs., 1791, p. 58, 59), welche Decaisne an dem erwähnten Orte nach den von Swartz angeführten Charakteren („Corollae tubus longitudine calicis campanulatus", „caulis spinosus" etc.) auf die bald weiter zu betrachtende Th. densiflora Decaisne bezogen hat. Lebende Materialien können den Worten von Jussieu sicherlich zu Grunde liegen, denn solche waren damals in den europäischen Gärten wohl zweifellos schon vorhanden, da van Royen die Gattung unter Hinweis auf Plumier's Pflanze für den Leydener Garten anführt (Prodr. Flor. Leyd., 1740, p. 528), und solche Materialien mögen unter dem Vorgänger Poiteau's in der Leitung des Pariser Gartens, dem von Jussieu genannten Lahaye (sieh Lassègue Mus. Deless. p. 267), namentlich auch in den Pariser Garten Eingang gefunden haben. Ob Lahaye selbst als Sammler derselben anzusehen sei, wie Dav. Don in Edinb. New Phil. Journ. 1831, p. 234 unter Th. Jussiaei angenommen hat, lasse ich dahingestellt, da er von Lassègue wenigstens als Reisender nicht angeführt wird.

Es mag sich das alles verhalten, wie es will, für die Gattung Theophrasta sind die Anführungen Jussieu's

insofern von grosser Bedeutung geworden, als sich Lindley im Jahre 1821 (Collectan. bot., Text zu tab. 26) veranlasst gesehen hat, anzunehmen, dass Jussieu und Swartz unter Theophrasta eine andere Pflanze verstanden haben, als Linné, und zwar dieselbe Pflanze, welche Dr. Hamilton auf S. Domingo gesammelt und an Lambert mitgetheilt hatte, und welche nun Lindley nach den Exemplaren Lambert's unter dem Namen Theophrasta Jussiaei beschrieb und abbildete. Ob die betreffenden Exemplare getrocknete waren oder in dem Gewächshause von Lambert zu Boyton, dessen Lindley im Texte zu Tafel 1 Erwähnung thut, cultivirte, ist nicht angegeben. Die Linné'sche, resp. Plumier'sche Pflanze aber wies Lindley, dem Gesetze der Priorität entgegen sie ihres Gattungsnamens entkleidend, der Gattung Clavija zu, worin ihm nun die späteren Autoren folgten, jedoch ohne der Pflanze in dieser Gattung einen bestimmten Platz anzuweisen und indem sie nur zum Theile und nur frageweise, wie namentlich A. de Candolle, den Linné'schen Namen derselben als Synonym zu Clavija ornata Don, einer in Venezuela und Guiana einheimischen Art citirten.

Die hauptsächlichsten Differenzen der Lindley'schen Pflanze gegenüber der Plumier'schen bestehen, wenn wir uns vorzugsweise an die betreffenden Figuren halten, welche verlässiger zu sein scheinen als die begleitenden Worte, darin, dass die Blüthe nahezu 2 cm lang, ihre 5-lappige, „cylindrisch-glockige" Krone 3 – 4 mal so lang ist als der Kelch, mit Lappen von fast gleicher Länge wie die Kelchblätter, während demgemäss die Röhre, wenn wir mit Lindley den ganzen verwachsenblättrigen Theil der Krone so nennen und nicht bloss, wie diess von anderen Autoren gelegentlich gegeschehen zu sein scheint, den unteren, in dem Kelche steckenden und die Staubgefässe und Staminodien tragenden Theil derselben, fast dreimal so lang ist als der Kelch.

Ferner darin, dass die traubigen („subcorymbösen") Inflorescenzen sehr lockerblüthig sind, auf eine Länge von circa 10 cm nur 10—12 Blüthen (nach den Worten Lindley's sogar nur 5—6 Blüthen) auf mit den Blüthen gleich langen Stielen tragend. Die Pflanze Plumier's dagegen zeigt in dessen Darstellungen nur 1 cm lange Blüthen, von deren 5-lappiger, flach und fast schalenförmig glockiger Krone die Röhre und der Saum je nur eben so lang ist als der Kelch; ferner dicht mit kurz gestielten Blüthen besetzte traubige, 8—10 cm lange Inflorescenzen.

Diesen letzteren Verhältnissen entsprechen die Worte von Linné (ich citire nach der 6. Ausgabe der Genera, 1764, p. 84): „Corolla monopetala, campanulata, semiquinquefida, erecto-patula, laciniis et divisuris obtusis." Aber ebenso auch die Worte bei Jussieu: „Corolla campanulata, brevis, 5-loba, aequalis; — — flores inter folia conferto-corymbosi, terminales".

Wenn nun Lindley, der ja sicher Recht hatte, seine nur „1—2′ hohe" Pflanze, für welche er die oben p. 225 erwähnte Bezeichnung „arbuscula" bei Jussieu für passender hielt, als für die Pflanze Plumier's, in welcher er nach des letzteren Angaben „caudex Palmae nudus, simplicissimus, apice frondosus" (Ic. Plum. p. 119) geradezu einen Baum mit dem einfachen Stamme einer Palme vermuthete, für verschieden von der Pflanze Plumier's zu halten, die Eigenthümlichkeiten seiner Pflanze in den von Jussieu angegebenen Charakteren wiederzufinden glaubte, worin ihn, wie er sagt, von Desfontaines erhaltene, mit denen im Hb. Jussieu übereinstimmende Exemplare (Poiteau's?) bestärkten, so sieht man deutlich, dass dabei namentlich der schon früher, p. 225, angeführte Zusatz Jussieu's bezüglich der „spinulae . . . caducae" wirksam gewesen ist, neben den vielleicht von der einen Seite nicht gut gewählten, von der anderen Seite missdeuteten und wohl weniger auf die einzelne Inflorescenz als

auf die gesammte Gruppirung derselben an der die Blattkrone nur wenig überragenden Stengelspitze zu beziehenden, soeben angeführten Worten Jussieu's hinsichtlich der Stellung der Blüthen.

Ich lasse das letztere Moment auf sich beruhen, da das erstere, in den sogenanten „spinulae" gelegene für die Erklärung der Auffassung Lindley's schon ausreicht, und wende mich der näheren Betrachtung eben dieses Momentes zu, welches für die Auffassung der Arten von Theophrasta auch bei Decaisne und anderen Autoren eine grosse, aber, wie sich zeigen wird, übertriebene Rolle spielte.

Dass bei Lindley die in Rede stehenden, zuerst von Jussieu erwähnten „spinulae" sehr in's Gewicht fielen, geht aus seiner Darstellung unzweifelhaft hervor. Lindley zeichnet nämlich deutlich, ohne davon zu sprechen, über den Blättern — um an Jussieu's Ausdruck anzuknüpfen — über den Axeln der Blätter solche „spinulae", welche, wie das Decaisne in dem Schlusssatze seiner schon erwähnten Abhandlung bereits angedeutet hat, nichts anderes sind als mit den etagenweise auftretenden, nahezu in Wirtel zusammengedrängten Blättern absatzweise wechselnde, dem neuen Triebe als unterste Blätter angehörige, schuppenförmige, pfriemliche Niederblätter (ähnlich wie bei Talisia oder Cycas). Weiter zeigt sich in der Darstellung Lindley's unmittelbar unter den Blättern eine 2 cm lange derartige „spina", die er als „stipula? acerosa, subulata, decidua, intermedia" bezeichnet. Endlich zeigen sich ebenda die Narben abgefallener solcher „spinae" in grösserer Anzahl. Die Beobachtung dieser „spinae" hat ihn auch wohl veranlasst, die Theophrasta americana Sw. „non L.", für welche Swartz ebenfalls einen „caulis 1—2-pedalis spinosus" angegeben hat, auf seine Pflanze zu beziehen, obwohl Swartz der Krone nur eine kurze Röhre, einen „tubus longitudine calicis, campanulatus" zuschreibt, was

Lindley vielleicht nur auf den unteren Theil des Tubus (nach dem oben, p. 227, Gesagten) beziehen zu dürfen glaubte, oder was er vielleicht, wie wahrscheinlich auch die Angaben Jussieu's über die Blumenkrone, als eine aus dem Gattungscharakter Linné's herübergenommene, oder diesem doch mehr als der betreffenden Pflanze angepasste Ausdrucksweise angesehen hat.

Was die erwähnten von Desfontaines an Lindley mitgetheilten Exemplare betrifft, so bemerke ich nebenbei, dass Decaisne in seiner Besprechung der Theophrasta Jussiaei Lindl. für das Herb. Jussieu nur Exemplare von Poiteau erwähnt, welche, wie schon angeführt, erst nach dem Erscheinen von Jussieu's Gen. Plant. in das Herbar gelangt sein können; ferner, dass Decaisne a. a. O. p. 140 die Anschauung vertritt, Jussieu habe, wie Linné, nur die Plumier'sche Pflanze im Auge gehabt, und Lindley sei desshalb erst als der eigentliche Autor der Gattung Theophrasta zu betrachten. Diese letztere Frage wird bedeutungslos, wenn es mir, wie ich hoffe, gelingt, darzuthun, dass die Plumier'sche Pflanze nicht, wie Lindley und seine Nachfolger annahmen, generisch von der Theophrasta Jussiaei Lindl. verschieden sei, und dass desshalb die Autorschaft der Gattung Theophrasta, wie ursprünglich, Linné zuzuschreiben ist; dann ist es auch gleichgiltig, ob Jussieu ausser der Plumier'schen Pflanze bei der Abfassung der Gen. Plant. noch eine andere Art im Auge gehabt habe oder nicht, denn das Epitheton „Jussiaei" konnte auch in dem letzteren Falle von Lindley für seine neue Theophrasta-Art gewählt werden.

Nur um desswillen wäre es — und damit komme ich auf die in Rede stehenden „spinulae" zurück — wünschenswerth, Sicherheit über das, worauf Jussieu sich stützte, zu gewinnen, um zu erfahren, ob die Angabe Jussieu's über die „spinulae . . . . caducae" auf die Plumier'sche Pflanze

sich beziehe oder nicht, resp. ob sie aus dem Plumier'schen Manuscripte entnommen sei oder nicht. Das mögen diejenigen eruiren, welchen dieses Manuscript zugänglich ist; von sehr grossem Belange für das Folgende ist die Sache nicht.

Es ist nämlich bei der aus dem Späteren sich ergebenden generischen Zusammengehörigkeit der Plumier'schen mit der Lindley'schen Pflanze im höchsten Masse wahrscheinlich, dass auch der ersteren ähnlich gestaltete, dornenartige Niederblätter zukommen. Diese Wahrscheinlichkeit wird weiter bei der nahen Verwandtschaft von Theophrasta und Clavija noch besonders sichergestellt durch die an einer lebenden Clavija gemachte Beobachtung, dass solche dornenartige Niederblätter selbst den Clavijaarten nicht fremd sind, bei welchen sie nur an Grösse denen der Theophrastaarten nachstehen und durch früheres Abfallen leicht sich der Wahrnehmung zu entziehen scheinen. Uebrigens hat sie wenigstens Jacquin bei Cl. ornata (seiner Theophrasta longifolia) bereits gesehen und in deren Abbildung (Hort. Schönbrunn. I, t. 116) zur Darstellung gebracht. Er bezeichnet sie als „stipulae subulatae parvae et deciduae", welchen Ausdruck Miquel in der Fl. Bras. X, p. 274 treffend durch das Wort „perulae" interpretirt. Ja noch mehr. Auch den übrigen Theophrasteen, zunächst den Jacquiniaarten kommen, wie mir ebenso lebendes wie getrocknetes Material zeigt, solche dornenartige Niederblätter sowohl an den Endknospen als an den Achselknospen zu, und bei Deherainia smaragdina Decaisne finden sich ähnliche, aber zum Theile schon deutlicher blattartige Gebilde sowohl an den Enden (d. i. an den Terminalknospen) der Triebe, als längs der entwickelten, 2—12 cm langen Axenstücke zwischen den etagenweise auftretenden, wirtelartig zusammengedrängten Laubblättern in theilweise über 1 cm, theilweise kaum 0,5 cm betragenden Abständen, so dass auf ein Axenstück von 8 cm Länge nach directer Zählung gelegentlich deren

12 treffen. Sie sind natürlich nur an den jüngsten Trieben sicher zu finden, da sie bald abfallen. Auch an solchen Trieben sind sie übrigens unter der Haarbekleidung mehr oder weniger verborgen.

Ich könnte zur Erhärtung der Wahrscheinlichkeit, dass auch der Pflanze von Plumier die in Rede stehenden „Dornen" zukommen, noch auf die Abbildung derselben in Lamarck Ill. Gen. t. 119 hinweisen. Doch unterlasse ich das, da ich nicht weiss, ob diese Abbildung ausschliesslich auf den Handzeichnungen Plumier's fusst, oder ob sie eine Combination aus diesen Zeichnungen und dem von Lamarck seiner Angabe nach (sieh Encycl. II, 1790, p. 99) gesehenen, getrockneten, sterilen Exemplare ist, welches möglicherweise wieder zu Theophrasta Jussiaei gehört haben kann. Ich möchte die in Rede stehende Wahrscheinlichkeit aber auch nicht als durch den Umstand abgeschwächt ansehen, dass Plumier nicht ausdrücklich von „Dornen" spricht. Dieselben mögen sich auch bei Arten von Theophrasta gelegentlich durch früheres Abfallen (wie bei Clavija) der Aufmerksamkeit entziehen. Haben sich doch auch die der Theophrasta Jussiaei in der Zeichnung von Lindley der Aufmerksamkeit von Decaisne entzogen, welcher dieser Art einen „truncus inermis" zuschreibt, und eine von ihm unter dem Namen Theophrasta densiflora aufgestellte, schon erwähnte weitere Art, welcher die von Hooker in Bot. Mag. tab. 4239 (1846) unter der Bezeichnung Theophrasta Jussiaei gegebene Abbildung einer auch aus S. Domingo herrührenden Pflanze mit ziemlich langen und reichlichen solchen „Dornen" zu Grunde liegt, hauptsächlich durch den „truncus spinosus" unterscheidet. Dieser Charakter veranlasste ihn auch, auf eben diese Pflanze die als Theophrasta americana in Swartz Obs., 1791, p. 58 beschriebene Pflanze aus S. Domingo, obwohl hier nur von „spinae parvae" die Rede ist, zu beziehen, wie weiter die

Theophrasta Henrici G. Hamilton Prodr. Fl. Ind. occid. 1825, p. 27 (wenn auch nicht mit genügender Bestimmtheit, um diesen Namen als giltigen in Gebrauch zu nehmen, was bei dem Umstande, dass dieselbe vielleicht mit den durch Hamilton an Lambert gelangten Exemplaren der Theophrasta Jussiaei Lindley's identisch ist, sicher gerechtfertiget erscheint) und wie endlich auch eine von de Vriese in Hort. Spaarnberg. p. 73, tab. 2 dargestellte Pflanze. Es sind mir für diese letzteren beiden Pflanzen die Originalmittheilungen nicht zur Hand, und ich lasse sie desshalb auf sich beruhen. Für die von Swartz beschriebene Pflanze aber neige ich mich der Ansicht zu, dass sie weder, wie Decaisne annimmt, mit dessen Theophrasta densiflora zusammenfalle, noch wie Lindley wollte, mit der Theophrasta Jussiaei Lindl., sondern dass sie vielmehr die ächte Theophrasta americana L. sei, worauf ich zurückkommen werde. Einer letzten Pflanze endlich, welche Decaisne unter dem Namen Theophrasta fusca nach einer im Pariser Garten unter dem irrigen Namen Th. Jussiaei Lindl. seit langem cultivirten Pflanze unbekannter Herkunft aufgestellt hat, schreibt derselbe wieder einen „truncus inermis" zu. Dieselbe scheint näher als die Th. Jussiaei Lindl. und die Th. densiflora Decaisne mit Theophr. americana L. verwandt, ja vielleicht gar damit identisch zu sein. Auch auf sie werde ich zurückkommen.

Ich füge im Anschlusse an die oben erwähnten Pflanzen noch hinzu, dass nach Lamarck Enc. II, 1790, p. 99 auch die unter dem Namen „Grand Coquemollier" von Nicolson für S. Domingo erwähnte Pflanze, welche Poiret im Suppl. II, 1811, p. 346 frageweise und wohl mit Unrecht zu Th. longifolia Jacq., i. e. Clavija ornata Don, bezogen hat, zu Theophrasta zu gehören scheint, dass aber diese Annahme auf sich beruhen muss.

So glaube ich, wie es für den geschichtlichen Ueber-

blick über die Gattung Theophrasta nothwendig war, alles, was wirklich zu Theophrasta L. gehört, erwähnt und zum Theile bereits gesichtet zu haben und kann nun dazu übergehen, auf Grund der mir vorliegenden Materialien diese Sichtung weiter fortzuführen und namentlich die Plumier'sche Pflanze, als Grundlage der Gattung Theophrasta wieder in ihr Recht einzusetzen.

Nur auf das eine will ich gleich noch hier aufmerksam machen, dass alle die erwähnten Materialien von Theophrasta, soweit ihre Herkunft bekannt ist, aus S. Domingo stammen, oder, wenn ich gleich noch ein von Humboldt gesammeltes, Kunth unbekannt gebliebenes Exemplar der Th. Jussiaei Lindley, im Hb. Willdenow unter Nro. 3549 enthalten und mit der Collectionsnummer 3819 versehen, hier anreihe, welches eben dieser Collectionsnummer nach aus Cuba herrühren dürfte, doch alle aus den Antillen stammen, auf welche das Vorkommen von Theophrasta beschränkt zu sein scheint, während andererseits die Arten von Clavija, wie sich später darstellen wird, nur über das südamericanische und mittelamericanische Festland — Brasilien, Guiana, Venezuela, Peru, Neu-Granada und Costarica — verbreitet zu sein scheinen, ohne auf die westindischen Inseln, abgesehen von Trinidad, hinüberzugreifen. Schon das weist darauf hin, dass Plumier's Pflanze keine Clavija sei und nur mit Unrecht von Lindley und Anderen dieser Gattung zugewiesen worden sein kann.

---

Entscheidend für die Auffassung der Gattung Theophrasta, oder mit anderen Worten für die soeben wieder hervorgehobene Frage, ob die Plumier'sche Grundlage von Theophrasta L. mit Recht oder Unrecht der Gattung Clavija R. & P. zugewiesen worden sei, ist meiner Meinung nach das schon erwähnte Material von

Bertero im Münchener Herbare, aus der Inflorescenz und dem Blatte einer Pflanze aus S. Domingo bestehend.

Die Inflorescenz ist nur 3,5 cm. lang, aber mit etwa 35 Blüthen im Knospenzustande besetzt, von denen die unteren soweit entwickelt sind, dass die dunkelbraune Blumenkrone zwischen den heller gefärbten Kelchtheilen eben hervorzutreten beginnt. Die Inflorescenz ist traubenförmig, die Rhachis gefurcht, mit rostbraunem Filze bedeckt und mit pfriemlichen Deckblättern besetzt, von denen die unteren 4 mm lang, dunckler gefärbt und in eine fast stechende, schwärzlich gefärbte Spitze verschmälert sind, während die oberen, etwas kürzeren, durch ihre hellere Färbung den Kelchblättern gleichkommen und wie diese etwas gefranste Ränder besitzen, welche an der Spitze rascher in eine Art Mucro zusammenlaufen. Die Blüthenstiele sind etwas kürzer als die zugehörigen Bracteen, mit diesen nach aufwärts gekrümmt, nackt (ohne Bracteolen) und nur an der Basis noch deutlich behaart. Die der Entfaltung nahen Blüthenknospen sind 3 mm lang, 2,5 mm breit. Der Kelch ist fast bis an die Basis in 5 imbricirte, eiförmige, stumpfliche, an dem Rande dünnere und etwas fransige Lappen gespalten, welche auf der ganzen Rückenfläche mit erhabenen helleren Pünktchen — Spaltöffnungen und Drüsen — besetzt sind. Die Krone, welche nach ihrer Ausbreitung im aufgeweichten Zustande zu flachglockenförmiger Gestalt hinneigt, ist bis zu ihrem unteren Drittheile 5-theilig; die Theile sind in ihrer unteren Hälfte von geraden Rändern begrenzt, in ihrer oberen Hälfte zu halbkreisförmigen, mit ihren Rändern über einander greifenden Endstücken verbreitert und stellen so gleichsam in breite Stiele verschmälerte Lappen dar, wie es in ganz ähnlicher Weise die Figuren in Plumier Nov. Gen. tab. 25 zeigen. Vergleicht man diese äusserst characteristische Gestaltung der Blumenkrone mit der, wie sie für Theophrasta Jussiaei Lindley dargestellt hat, so würde die-

selbe sich hier erst ergeben, wenn man von den Buchten zwischen den Kronenlappen aus die Röhre sich noch auf eine den Lappen selbst an Länge gleichkommende Strecke durch gerade nach unten fortlaufende Trennungslinien gespalten denken würde. Die Röhre der Blumenkrone, welche das untere Drittel derselben ausmacht, sich später aber vielleicht im Verhältniss zu den Lappen stärker strecken mag, ist innen auf halber Höhe besetzt mit einer niederen, nur bis an den oberen Rand reichenden, ringförmigen sogenannten Corona, welche nur wenig über ihrem Grunde in 5 breite, sich seitlich berührende, abgerundete, innen concave, mit den Blumenkronentheilen alternirende Lappen gespalten ist. Unter der Vereinigungsstelle dieser Corona mit der Blumenkronenröhre finden sich, und zwar gleichsam von dem unteren Rande der Röhre entspringend, 5 Staubgefässe vor den Blumenkronenlappen inserirt, mit sehr kurzen Filamenten und auswärts gekehrten Antheren, deren nach oben sich verjüngende Hälften der ganzen Länge nach durch eine Verbreiterung des Connectives getrennt sind. Das Connectiv ist in eine zungenförmige Spitze über die Antherenfächer hinaus vorgezogen, worin nach Miquel (Fl. bras. X, 1856, p. 274) der Hauptunterschied zwischen Theophrasta und Clavija gelegen ist, bei welch letzterer Gattung das Connectiv sich nicht über die Antherenhälften hinaus verlängert und stumpf endiget. Ueber das Pistill ist Weiteres nicht anzuführen, als dass es die bekannte Structur und Gestalt eines Primulaceen-Pistilles besitzt.

Sieht man mit Miquel den Hauptunterschied von Theophrasta und Clavija, wie eben erwähnt, in der Gestalt der Antheren, so ergibt sich aus dem Gesagten zweierlei: erstens, dass die in Rede stehende Pflanze eine Theophrasta sei, und zweitens, dass, da sie sehr vollkommen und mehr als andere Theophrasta-Arten der Darstellung von Plumier für die nachmalige Theophrasta americana L. entspricht,

diese mit ihr wohl identisch ist, woraus nun weiter folgt, dass die Theophrasta americana L. mit Unrecht von Lindley und Anderen zur Gattung Clavija verwiesen worden ist. —

Es ist aber ausser den Antheren noch ein anderes Moment vorhanden, welches die Pflanze von Bertero — trotz ihrer verhältnissmässig kleinen, flach glockenförmigen Blumenkrone — als näher mit Theophrasta Jussiaei — trotz deren verhältnissmässig grosser, röhrig-glockiger Blumenkrone — verwandt erscheinen lässt, denn mit irgend einer Art von Clavija, und das ist die Structur des Blattes, also ein um so werthvolleres Merkmal, als es auch an der nicht blühenden Pflanze stets zu finden ist, so dass in Zukunft mit Hilfe der anatomischen Methode diese beiden, bisher so häufig mit einander vermengten Gattungen leicht aus einander gehalten werden können, und zwar auch für Arten und Exemplare, von denen die Blüthen noch nicht bekannt geworden sind.[1])

Bei diesen beiden Gattungen und nicht bloss bei

---

1) Ebenso ist es die anatomische Methode, welche einen vollkommen sicheren Anhaltspunkt liefert, um die lange Zeit als Theophrasta imperialis bezeichnete und als solche über alle Gärten verbreitete Pflanze als das zu erkennen, was sie wirklich ist, als eine Angehörige der Familie der Sapotaceen nämlich, in welcher ihr Bentham (B. H. Gen. II, 1876, p. 649, 651, 653) unter dem Namen Chrysophyllum imperiale (l. c. p. 651) den rechten Platz angewiesen hat, unter Bestätigung durch Decaisne (a. o. a. O. 1876, p. 143, Anmerkung) auf Grund der von Glaziou ihm zugekommenen Mittheilung über das mit anderen Arten der Gattung Chrysophyllum (hinsichtlich der Ganzrandigkeit und der goldglänzenden Behaarung) übereinstimmende Verhalten der Blätter bei älteren Individuen.

Dieser Anhaltspunkt besteht hier in den charakteristischen Milchsaftzellen der Sapotaceen, welche bei Chrysophyllum imperiale in Rinde und Blatt reichlich zu finden sind und ihre Gegenwart schon bei Verletzung dieser Theile durch das Ausfliessen des in ihnen enthaltenen Milchsaftes zu erkennen geben.

diesen, sondern auch bei den anderen beiden Theophrasteen-Gattungen Deherainia und Jacquinia, finden sich, wie theilweise schon Vesque (Les tissus etc. in Nouv. Arch. d. Mus. d'Hist. nat., 2. ser., IV, 1881, p. 21; L'éspèce etc. in Ann. Scienc. nat., 6. ser., XIII, 1882, p. 39; Caractères des Gamopetales etc. in Ann. Scienc. nat., 7. ser., I, 1885, p. 250 sqq.) erwähnt hat, unter der Epidermis auf beiden Blattseiten Sklerenchymfasern, welche bei den ersteren beiden Gattungen, um die es sich hier zunächst handelt, ungefähr in der Richtung der Seitennerven verlaufen, und am trockenen Blatte so deutlich hervortreten, dass sie ebenso A. de Candolle wie Decaisne schon aufgefallen sind. Der erstere bezeichnete dieselben (l. c. p. 146) bei Theophrasta als „venae creberrimae subpellucidae parallelae", der letztere (l. c. p. 145) bei Clavija als „fibres libériennes indépendantes de la réticulation". Diese Fasern nun zeigen ein wesentlich anderes Verhalten bei Theophrasta als bei Clavija und wieder ein anderes bei Deherainia und bei Jacquinia.

Bei Theophrasta sind dieselben dickwandig, englumig und in starke Bündel zusammengedrängt, welche auf dem Querschnitte annähernd quadratische Gestalt besitzen, mit 6—8 und auch mehr Fasern für die Quadratseite, also aus 36—64 und mehr Fasern bestehend. Diese Bündel verlaufen geschlängelt, etwa wie die Bastfaserbündel im Lindenbaste, anastomosirend und Maschenräume zwischen sich fassend, welche, wie die Maschenräume im Lindenbaste von den Markstrahlen, so hier von dem an diesen Stellen mit der Epidermis in unmittelbarem Zusammenhange stehenden Zellen des grünen Blattparenchymes ausgefüllt sind. Am lebenden Blatte machen sich diese Bündel äusserlich kaum bemerkbar; am getrockneten Blatte aber springen sie nach aussen etwas vor und verleihen dadurch namentlich der oberen Blattfläche einen eigenthümlichen, bald stärkeren, bald schwächeren Atlasglanz; zugleich verhindern sie ein deutliches Hervor-

treten des Venennetzes, welches die in der Mittelebene des Blattes verlaufenden feineren Gefässbündel bilden. Diese stehen da, wo ihre Richtung mit jener der Faserbündel übereinstimmt, in directem Zusammenhange mit den letzteren, keineswegs aber sind die letzteren selbst als Gefässbündel aufzufassen, wie das von A. de Candolle in den mit Recht in den Gattungscharakter aufgenommenen Worten „venis creberrimis subpellucidis parallelis" geschehen ist. An die Stelle dieser Worte ist in Benth. Hook. Gen. der weit weniger geeignete Ausdruck „folia . . reticulatim nervosa" getreten und bei Decaisne die Angabe „folia . . . reticulatim nervosa, in sicco et sub lente tenuissime rugulosa", welche in ihrem ersten Theile auch wieder die in Rede stehenden Faserbündel nicht deutlich von den darunter gelegenen Gefässbündeln unterscheidet.

Bei den Clavija-Arten dagegen sind diese Fasern weniger dickwandig und mit weiterem Lumen versehen, meist nur in doppelter Lage vorhanden und von dem benachbarten Gewebe auch am trockenen Blatte desshalb weniger deutlich geschieden, weil hier unter der Epidermis, wenigstens der oberen Blattseite, nicht selten eine Schichte gleichsinnig gestreckter, also auch etwas faserartiger, aber doch verhältnissmässig dünnwandiger Hypodermzellen sich findet.

Zwischen solchen Hypodermzellen können die in Rede stehenden Sklerenchymfasern bei Untersuchung des getrockneten Blattes mittelst der Lupe so zurücktreten, dass sie zu fehlen scheinen, während sie bei anderen Arten unter der Lupe deutlich wahrgenommen werden, ein Unterschied, auf welchen schon Decaisne (a. a. O., p. 145) aufmerksam gemacht hat, ohne ihn jedoch genügend aufzuklären. Diese Fasern erscheinen stets lockerer gelagert als bei den Arten von Theophrasta, und was den Hauptunterschied für das Aussehen des getrockneten Blattes bedingt, sie hindern nicht das deutliche Hervortreten des Venennetzes und treten ihrer-

seits nie deutlich genug hervor, um einen atlasähnlichen Glanz des Blattes zu veranlassen. Zugleich stellen sie sich, da sie das grüne Blattgewebe nicht in entsprechendem Masse verdrängen, auch nicht als durchscheinende Linien dar, während das bei Theophrasta, wie schon A. de Candolle in den Worten „venae . . . subpellucidae" hervorgehoben hat, stets mehr oder weniger der Fall ist. Auf das besondere, wechselnde Verhalten dieser Sklerenchymfasern, wie es bei verschiedenen Arten der Gattung Clavija zu beobachten ist, will ich aus dem Grunde nicht näher eingehen, weil mir ein einigermassen erklecklicheres Material aus dieser Gattung nicht vorliegt. Es mag einem künftigen Monographen der Gattung überlassen bleiben, diese Unterschiede für das System nutzbar zu machen. Mir muss es genügen, auf dieselben hier hingewiesen zu haben und die Unterscheidung der Gattungen Clavija und Theophrasta, auf die es mir hier ankommt, durch die Hervorhebung der in Rede stehenden anatomischen Momente gesichert zu haben. Dabei bleibt es eine von dem Gesagten unabhängige Frage, ob man etwa die in der Blüthe und in der Blattanatomie vorhandenen Unterschiede als nicht erheblich genug betrachten will für die Trennung der in Rede stehenden beiden Gattungen, eine Frage, auf welche ich hier nicht näher eingehen will, da das allgemeine Bestreben bisher auf die Auseinanderhaltung der beiden Gattungen gerichtet war.

Bei Deherainia und Jacquinia weiter, um auch für diese Gattungen das Verhalten der Faserzellen, welche für alle Theophrasteen-Gattungen ein gemeinsames Merkmal darstellen, im Anschlusse an das Vorausgehende kurz hervorzuheben, zeigen dieselben abermals gewisse Besonderheiten.

Bei Deherainia sind dieselben an der Oberseite des Blattes ziemlich weit von einander entfernt und zu mehreren über einander in einfacher, seltener in doppelter Reihe an-

geordnet, zu grösseren Bündeln dagegen an der unteren Blattseite gruppirt. Ihr Verlauf entspricht auch hier annähernd dem der grösseren Seitennerven.

Bei Jacquinia endlich nähert sich ihre Richtung mehr der des Mittelnerven des Blattes. Bei einigen Arten (J. ruscifolia Jacq., J. aurantiaca Ait.) bilden sie an der oberen Blattseite eine continuirliche, einfache oder stellenweise doppelte bis 3-fache subepidermale Lage; bei anderen dagegen (J. armillaris Jacq., J. Berterii Spr.) grössere Bündel, fast wie bei Theophrasta. An der unteren Blattseite sind sie ähnlich wie bei Deherainia, stets in grössere isolirte Bündel geordnet. Es wird die Berücksichtigung dieser Verhältnisse bei einer künftigen Sichtung der Arten von Jacquinia wesentliche Dienste leisten.

Von einer weiteren anatomischen Eigenthümlichkeit, welche allen Theophrasteen-Gattungen zukommt und auch ausserdem in der Familie der Myrsineen sich findet, in besonders gestalteten, in die Epidermis eingesenkten Drüsen bestehend, welche ich kurzweg als Theophrasteendrüsen bezeichnen will, soll, da ihr Fehlen bei der Gattung Reptonia mir die erste Veranlassung gab, diese Gattung als nicht wirklich zu den Theophrasteen gehörig anzusehen, bei der Ueberführung dieser Gattung an die richtige Stelle, in die Familie der Sapotaceen nämlich, am Schlusse dieser Abhandlung die Rede sein. Zugleich soll dort auch über eine zweite, durch eben dieses Moment zuerst als nicht zu den Theophrasteen gehörig erkannte Pflanze berichtet werden, welche nunmehr die Grundlage der neuen Solanaceen-Gattung Coeloneurum bildet.

Nebenbei mag hier noch bemerkt sein, dass in der Blattepidermis der Theophrasteen theilweise stäbchenförmige Krystalle von oxalsaurem Kalke auftreten (besonders deutlich bei Deherainia und für diese und Jacquinia ruscifolia schon von Vesque erwähnt — Les tissus etc., in

Nouv. Arch. Mus. d'Hist. nat., 2. ser., IV, 1881, p. 18; Caractères des Gamopetales etc. in Ann. Scienc. nat., 7. ser., I, 1885, p. 252, 253), und dass, wie ich an geöffneten Antheren von Deherainia und Jacquinia wahrnehmen konnte, über der gelbgefärbten Pollenmasse eine weisse, pulverige Masse auftritt, die ebenfalls aus oxalsauerem Kalke in spiessigen einzelnen oder zu strahligen Gruppen verbundenen Krystallen besteht.

Alle die für das Blatt von Theophrasta als charakteristisch bezeichneten Erscheinungen nun, welche ich zunächst an getrockneten Blättern von einer im Pariser Garten im Jahre 1839 in Cultur gewesenen Th. Jussiaei festgestellt habe, finden sich auch bei der Pflanze von Bertero und erhärten so den schon aus der Beschaffenheit der Staubgefässe gezogenen Schluss, dass diese Pflanze, mit welcher der Gattungsname Theophrasta vor allen anderen zu verknüpfen ist, da sie als die ächte Theophrasta americana L. sich darstellt, generisch zusammenfalle mit den von Lindley und Decaisne als Arten von Theophrasta betrachteten, oben p. 227, 232, 233 aufgeführten Pflanzen, von welchen im Folgenden rücksichtlich ihres Verhältnisses zu Th. americana noch etwas näher die Rede sein mag.

---

Unter den von Lindley und Decaisne als Arten von Theophrasta betrachteten Pflanzen steht, wie schon oben p. 233 bemerkt, die Theophrasta fusca Decaisne der Pflanze von Bertero, gemäss ihrer kurzen, nur „1 cm langen, krugförmig-glockigen Blumenkrone mit 5-lappiger Corona" sehr nahe, so nahe, dass man die Frage aufwerfen kann, ob sie nicht identisch damit sei. Doch lässt sich diese Frage, da die Angaben Decaisne's nicht genügend klar und vollständig sind, ja theilweise sogar unter einander in Widerspruch stehen, ohne Autopsie nicht mit Sicherheit

entscheiden, und so wird es gerathen sein, die Pflanze einstweilen als besondere Art zu registriren. Decaisne spricht nämlich das eine Mal von einem „cortex cinereus", das andere Mal von einem „cortex fuscus"; das eine Mal von einer „inflorescentia paniculata vel racemosa", das andere Mal nur von einer „inflorescentia racemosa"; er bezeichnet den Stamm als „foliis delapsis annulatim cicatrisatus", was wohl nur im Sinne von subverticillatim cicatrisatus zn nehmen ist, und die Blätter werden als „folia subintegra vel repando-denticulata vel valde spinosa" bezeichnet, welch letzterer Ausdruck wohl mit Wahrscheinlichkeit, aber nicht mit Sicherheit dornig gezähnte Blätter voraussetzen lässt. Weiter erwähnt er „pedicelli bracteolati", ohne vorher von Bracteen gesprochen zu haben, so dass man wieder nicht weiss, ob er diese, oder ob ob er wirkliche Bracteolen meint, welche bei der Pflanze von Bertero nicht vorhanden sind, welche aber gewissen Arten von Theophrasta, wie ich nach den Angaben von Lindley und der eigenen Beobachtung für Th. Jussiaei Lindl. gleich weiter zu erwähnen haben werde, sicherlich zukommen. Für die Inflorescenz fehlt endlich jede Andeutung darüber, ob sie behaart sei oder nicht.

Betrachten wir demnach Theophrasta fusca Decaisne als eine selbständige Art, so ergeben sich, unter Berücksichtigung seiner übrigen Aufstellungen bezüglich dieser Gattung, 4 Arten für dieselbe, welche 2, aus je 2 Arten bestehende Gruppen bilden, nämlich eine Gruppe solcher mit kurzer, schalenförmig-glockiger Blumenkrone (corolla brevi patellari-campanulata): Theophrasta americana L. und Th. fusca Decaisne, und eine Gruppe solcher mit langer, röhrig-glockenförmiger Blumenkrone (corolla longiore tubuloso-campanulata): Th. Jussiaei Lindl. und Th. densiflora Decaisne.

Zur erstgenannten Art, Theophrasta americana L.,

rechne ich ausser der die Grundlage derselben bildenden Eresia Plum. Nov. Gen., 1703, p. 8, t. 25 u. Burm. Jc. Plum., 1757, p. 119, t. 126, sowie der im Vorausgehenden besprochenen Pflanze von Bertero aus S. Domingo auch die als Th. americana in Swartz Obs., 1791, p. 59 beschriebene Pflanze[1]) mit kurzer Röhre der Blumenkrone, kleinen „Dornen", zahlreichen kurzen, gekrümmten Blüthenstielen und einfachem, 1—2′ hohem, an der Spitze beblättertem Stengel „caudicis instar frondosi" (also übereinstimmend mit dem „caudex Palmae nudus, simplicissimus, apice frondosus" der Ic. Plum. l. c., für welchen sich bei der Vergrösserung des betreffenden Habitusbildes auf das Dreifache, wie es durch die daneben stehende Darstellung der Blätter in natürlicher Grösse angezeigt ist, eine Höhe von 24 Par. Zoll ergibt, also kaum die von Lamarck angegebene Höhe von 3—4′ und sicherlich nicht die von Lindley dafür vorausgesetzte Höhe eines Baumes), welcher rostfarben-filzig ist, was dem Verhalten der Inflorescenzspindel bei der Pflanze von Bertero entspricht.

Theophrasta fusca Decaisne scheint wohl nur durch die theilweise ganzrandigen Blätter und die der Angabe Decaisne's nach, wenn dieselbe wörtlich zu nehmen ist, mit einer Bracteola versehenen Blüthenstiele von dieser Art verschieden zu sein, wenn, wie eben erörtert wurde, ihre Unterscheidung überhaupt aufrecht erhalten werden kann. Ob auf sie vielleicht die ebenfalls angeblich ganzrandige

1) Eine von Grisebach im Cat. Pl. Cub. 1866, p. 163 unter dem Namen „Th. americana Sw." aufgeführte Pflanze der Sammlung von Wright (n. 2916) dagegen scheint nach der Angabe „Pedunculis unifloris lateralibus, nec racemosis, a descriptione Miq. recedit" nicht zu Theophrasta, sondern zu der von Decaisne (a. a. O. p. 138, t. 12) neu aufgestellten Gattung Deherainia zu gehören, welche sich durch ihre einzeln stehenden, axillären Blüthen („flores axillares, solitarii, reflexi, virides") als eine besondere Gattung der Theophrasteen darstellt.

Blätter besitzende Pflanze zu beziehen ist, welche Nicolson als „Grand Coquemollier" bezeichnet hat und für welche er eine Höhe von 20′ und darüber angibt, muss dahingestellt bleiben.

Von den Arten mit langer Blumenkrone besitzt Theophrasta Jussiaei Lindl., zu welcher vielleicht auch Th. Henrici Hamilt. zu rechnen ist, einen jedenfalls nur wenig „spinosen" Stamm (dessen kurze „spinulae" aber Decaisne, wie schon oben p. 232 erwähnt, in der Zeichnung von Lindley ganz übersehen hat) und der oben (p. 243) schon bestätigten Beschreibung und Zeichnung von Lindley nach (sieh dessen Fig. 1) in der Mitte mit einer Bracteola versehene Blüthenstiele, sowie stumpf endende (nicht wie bei der folgenden Art mit einem hornartigen Fortsatze versehene) Staminodien, oder, wie es gewöhnlich heisst, Lappen der „corona corollina". Decaisne hat wohl Unrecht, wenn er die allerdings etwas unbeholfene Darstellung der 5 Lappen dieser „corona" bei Lindley als fehlerhaft bezeichnet, und begeht vielmehr selbst einen Fehler, wenn er (l. c. p. 140, 142) der Pflanze nach den allem Anscheine nach wirklich hieher gehörenden Exemplaren von Poiteau eine „corona corollina annularis integra" zuschreibt und darin einen wesentlichen Unterschied gegenüber seiner Th. densiflora sieht. So, wie Decaisne die Sache beschrieben hat, stellt sie sich, wenn ich nach einem weiter oben p. 234 schon erwähnten Exemplare von Humboldt urtheilen darf, allerdings bei der Untersuchung getrockneter Blüthen auf den ersten Blick dar; ein näheres Zusehen zeigt aber, dass die ringförmige Gestalt der „corona" nur die Folge einer seitlichen Vereinigung der fleischigen Staminodien unter dem Einflusse des Pressens ist, und bei sorgfältiger Behandlung lassen sich dieselben unschwer wieder als gesonderte Lappen darstellen. Dabei ist es nicht unwahrscheinlich, dass hier, wie bei den Clavija-Arten, gewisse Abweichungen in dem Verhalten der Stami-

nodien, wie der Staubgefässe, vorkommen, je nachdem die Blüthe eine männliche oder weibliche ist. Diese Geschlechtsverschiedenheit, welche bei Theophrasta wohl ebenso gut wie bei Clavija vorhanden ist, und welche bei dieser nach der Beschreibung der Clavija Riedeliana von Regel (Ann. sc. nat., 4. ser., XII, 1859, p. 377) gelegentlich schon in der Kürze der weiblichen Inflorescenzen hervortritt, sowie, soviel ich an weiblichen Blüthen dieser Art gesehen habe, in dem Unverwachsenbleiben der Staubgefässe solcher Blüthen, hat bei den Autoren bisher, auch bei Clavija, obwohl für diese Gattung schon Ruiz und Pavon (1794), Desfontaines (1832) und A. de Candolle darauf aufmerksam gemacht haben, nicht die genügende Berücksichtigung erfahren, und mancherlei Differenzen in den Beschreibungen sind wohl zweifellos nur darauf zurückzuführen, dass bald männliche, bald weibliche Blüthen den Autoren vorgelegen haben.

Nicht unerwähnt will ich lassen, dass der Mittelnerv des Blattes an dessen Oberseite bei Th. Jussiaei stark verbreitert ist, schmal dagegen bei dem Blatte der Th. americana L. von Bertero. Es mag sich dieses Verhältniss als brauchbar zur Unterscheidung dieser Arten im sterilen Zustande erweisen.

Die andere Art mit langer Blumenkrone Theophrasta densiflora Decaisne (Th. Jussiaei, von Lindl., Hook. Bot. Mag., ao. 1846, tab. 4239) unter Ausschliessung der von Decaisne hieher gerechneten Theophrasta Henrici G. Hamilt. und Th. americana in Sw. Obs., von denen die erstere vielleicht eher zu Theophrasta Jussiaei, die letztere ziemlich sicher zu Theophrasta americana L. gehört, ist ausgezeichnet durch den im oberen Theile reichlich mit längeren, bis 12 und 15 mm langen, dornartigen Niederblättern besetzten (ungefähr 6 Fuss hohen) Stamm und durch die mit einem hornartigen Anhängsel an ihrer End-

fläche versehenen Staminodien (oder Lappen der „corona corollina"), in welchem Anhängsel nichts anderes als der den fertilen Staubgefässen eigene zungenförmige Fortsatz des Connectives zu sehen ist.

Wenn dieser Art von Decaisne eine Kronenröhre zugeschrieben wird, welche nur dem Kelche an Länge gleichkommt, so entspricht das keineswegs der Zeichnung von Hooker, wenn auch der Kelch hier etwas länger erscheint als bei Theophrasta Jussiaei. Es scheint die Angabe von Decaisne, der seinen Worten nach ja auch nur die Abbildung von Hooker und nicht die Pflanze selbst gesehen hat, lediglich dadurch entstanden zu sein, dass er in dieser Art die Pflanze von Swartz um der von Swartz hervorgehobenen, aber ausdrücklich, was auf die Hooker'sche Pflanze nicht passt, als „klein" bezeichneten „Dornen" willen sehen zu müssen geglaubt hat, was ihn dann veranlasste, auch die Worte „tubus (corollae) longitudine calycis" von Swartz, die nur auf dessen Pflanze, die Th. americana L., passen, als auf die Hooker'sche Pflanze passend anzusehen. Auch in anderen Stücken scheint Decaisne Deutungen, welche er ohne Autopsie der Pflanze, der Darstellung derselben entnehmen zu können glaubte, in zu bestimmter Weise zum Ausdrucke gebracht zu haben. So schreibt er der in Rede stehenden Th. densiflora eine „inflorescentia terminalis corymbiformis compacta ramulis 5—6-floris" zu, welcher Beschreibung nur die Zeichnung von Hooker und dessen Worte: „Flowers in corymbose racemes, terminal, collected into a head and sunk, as it were, in the hollow of the terminal mass of leaves" zu Grunde liegen können. Von Aesten der Inflorescenz mit 5—6 Blüthen ist aber hier nirgends etwas zu sehen oder zu lesen, und wenn man mit den Worten Hookers die Zeichnung und das, was über die Inflorescenzen der Theophrasta-Arten sonst bekannt ist, zusammenhält, so ergibt sich, dass es sich hier nicht um

einen verzweigten Corymbus, sondern nur um einfache Trauben handelt, welche in ihrer Gesammtheit eine ebenstraussartige oder selbst kopfförmige, den von dem obersten Blattkranze umrahmten schüsselförmigen Raum über dem Stammende ausfüllende Blüthenmenge bilden und welche andere Zweige als die gestielten Blüthen selbst zweifellos nicht besitzen.

Ich füge hinzu, dass die Blüthenstiele dieser Art nicht von einer Bracteole besetzt zu sein scheinen. Die Zeichnung und Beschreibung von Hooker lässt nichts dergleichen erkennen, und eine Blüthe aus dem Hb. de Candolle (von einer Pflanze aus dem Garten der Horticultural Society in London herrührend), welche mir nach den allerdings nur undeutlich mehr erhalten gebliebenen Hornfortsätzen der Staminodien hieher zu gehören scheint, lässt nichts von einer solchen Bracteole wahrnehmen, wie sie der Theophrasta Jussiaei zukommt. —

Fasse ich die im Vorausgehenden über die Charakterisirung und Unterscheidung der Gattung Theophrasta (gegenüber Clavija) und ihrer Arten Beigebrachte in üblicher Form kurz zusammen, so ergibt sich folgendes:

Theophrasta L. Gen. Ed. I, 1737, p. 45, cum syn. Eresia Plum. Nov. Gen., 1703, p. 8, t. 25; Juss. Gen. 1789, p. 150 c. nom. vulg. Coquemollier (s. Tu-te-moques, Nicols. Hist. de S. Domingue, 1776, p. 213); Lam. Encycl. II, 1790, p. 99; Swartz Obs., 1791, p. 58; Lindley Collectan. bot., 1821, tab. 26; Don in Edinb. New Philos. Journ., 1831, p. 234; A. DC. in Ann. Scienc. nat., 2. ser., XVI, p. 143; id. in Prodr. VIII, 1844, p. 145; Decaisne in Ann. Scienc. nat., 6. ser., III, 1876, p. 141 (seorsum impr. p. 4): Stirpes trunco simplici, floribus (ut in Clavija) dioicis?, a maximo affini Clavijae genere diversae antherarum connectivo apice in processum liguliformem producto et foliis robustioribus fibrorum sclerenchymaticorum fasciculis validis, nervis latera-

libus parallelis, venarum rete velantibus, sub epidermide utriusque paginae crebris percursis, siccis plus minus bombycinis.

Obs. In Clavija antherae truncatae, folia tenuiora, fibris subepidermalibus quidem instructa, sed teneris nec rete venarum occultantibus.

A. Corolla patellari-campanulata, parva, vix 1-cm longa, tubo calycem aequante.

1. Theophrasta americana L. Sp. Ed. I, 1753, p. 149 c. syn. Eresia foliis aquifolii longissimis Plum. (sphalmate Pluk.) N. Gen. p. 8; Lam. Encycl. II, 1790, p. 99 c. nom. vulg. „Le petit Coquemollier", Nicols. S. Dom. p. 213; (?) Sw. Obs., 1791, p. 59: Truncus 2—4-pedalis, subinermis, gemma tantum terminali lateralibusque katophyllis (perulis) squamiformibus spinescentibus parvis („spinulis" autor.) mox deciduis (t. Sw.) instructus; folia ex obovato-oblongo cuneata, spinose repando-dentata, nervo mediano angusto; racemi breves, multiflori (floribus 30—40), rhachi ferrugineo-tomentosa, pedicellis bractea brevioribus ebracteolatis; corollae lobi apice dilatati, rotundati; coronae corollinae lobi (staminodia) 5, obtusi, inappendiculati. — In Antillarum Insula S. Domingo leg. Plumier, Swartz, Bertero!

2. Theophrasta fusca Decaisne in Ann. Scienc. nat., 6. ser., III, 1876, p. 143: Truncus metralis, subinermis (ab auctore vix recte inermis dictus); folia lineari-spathulata, subintegra v. repando-denticulata v. valde spinosa; racemi caulini, angulati (tomentosi?), pedicellis (an re vera?) bracteolatis; corolla urceolato-campanulata; reliqua antecedentis, a qua vix vere diversa. — Habitat — ? Culta in hort. Paris. sub nomine „Theophrasta Jussiaei Hort.", non Lindl., nec Hook.[1])

1) Huc? „Grand Coquemollier" Nicols. (trunco 20-pedali foliis integerrimis), qui perperam (ut e patriae indicatione patet) ad Theophrastam longifoliam Jacq., i. e. Clavijam ornatam refertur a Poiret in Lam. Encycl. Suppl. II, 1811, p. 346 et a Röm. et. Schult. in Syst. IV, 1819, p. 187.

B. Corolla tubuloso-campanulata, elongata, 2 cm et ultra longa, tubo calyce duplo triplove longiore.

3. Theophrasta Jussiaei Lindl. Collect. bot., 1821, tab. 26 (? Th. Henrici Hamilt. Prodr. Fl. Ind. occ., 1825, p. 27): Truncus subinermis katophyllis spinescentibus parvis mox deciduis; folia ex obovato-oblongo cuneata, spinose repando-dentata, nervo mediano dilatato; racemi laxiflori, pedicellis flores aequantibus basi bracteatis nec non medio 1-bracteolatis; coronae corollinae lobi (staminodia) 5, truncati, inappendiculati. — S. Domingo: Lahaye (ex Dav. Don, qui ut videtur, verba tantum Jussiaei interpretatus est, — an recte?); Poiteau (teste Decaisne); G. Hamilton (ex Lindley); Eggers Flor. Ind. occid. exsicc. n. 1560! Cuba?: Humboldt n. 3819! (in Hb. Willd. n. 3549 in eadem plagula cum Clavija pungente).

Vulgo „Parocho" teste Lahaye ex Juss.

Huc (nisi ad sp. 1): „Petit Coquemollier" Nicolson l. c.

4. Theophrasta densiflora Decaisne l. c. p. 142, excl. excludend. (Th. Jussiaei, non Lindl., Hook. Bot. Mag., 1846, tab. 4239 excl. synon.; ? planta a de Vriese in Hort. Spaarnberg. p. 73, tab. 2 indicata; vix Th. Henrici G. Hamilt. l. c. et ne vix Th. americana Sw. Obs., a Decaisne huc ductae, ad alias vero species verosimiliter recensendae, ut supra indicatum): Truncus sub-6-pedalis, superne katophyllis spinescentibus circ. centrimetralibus armatus; folia oblongo vel sublineari-lanceolata, inaequaliter spinose repando-dentata; flores racemosi, insigniores, approximati, supra folia in turbam compactam corymbum mentientem aggregati, pedicellis nudis (?); coronae corollinae lobi (staminodia) 5, subfornicati, apice processu corniformi appendiculati. — S. Domingo, teste Hooker.

Ausgeschlossene Arten. Was die der Gattung Theophrasta ausser den eben angeführten gelegentlich noch weiter zugeschriebenen, aber auszuschliessenden Arten betrifft, so gehört die Mehrzahl davon anderen Theo-

phrasteen-Gattungen an, nämlich bis auf eine der Gattung Clavija, diese eine der Gattung Deherainia, während ein anderer Theil überhaupt nichts mit der Gruppe der Theophrasteen zu thun hat.

Ich mache die ersteren dieser Arten im Folgenden namhaft und ordne sodann die der Gattung Clavija angehörenden noch weiter einer chronologischen Uebersicht der aus der Literatur mir bekannt gewordenen Clavija-Arten ein, unter Beifügung entsprechender Bemerkungen; die Arten der letzteren Kategorie mit den auf sie bezüglichen Bemerkungen und namentlich mit der Deutung und Erläuterung von Theophrasta madagascariensis Willd. Hb. sollen den Schluss bilden.

Die auszuschliessenden Arten der ersteren Kategorie sind:

Theophrasta longifolia Jacq. 1790 = Clavija ornata Don 1831;
„ macrophylla Link ed. R. et Schult., 1819 = C. macrophylla Mart. et Miq., 1856;
„ pungens Willd. Hb. ed. R. et Schult., 1819, partim = C. pungens Decaisne, 1876;
„ latifolia Willd. Hb. ed. R. et Sch., 1819 = C. latifolia Miq., 1856;
„ serrata Hoffmsgg., 1826 = C. macrophylla Mart. et Miq., 1856;
„ tetramera Mart. Hb. Fl. Bras., 1837? = C. macrophylla Mart. et Miq., 1856;
„ integrifolia Pohl Herb. ed. Miq., 1856 = C. integrifolia Mart. et Miq., 1856;
„ latifolia Hort. Schönbrunn., Hort. Petropolit. ed. Regel, 1859, ? Linden Catal. 1874 = C. Riedeliana Regel, 1859;
„ macrophylla Hort. t. Decaisne, ? Linden Catal. 1874 = C. grandis Decaisne, 1876;

Theophrasta nobilis Linden Catal. 1874 = C. clavata Decaisne, 1876;

„ regalis Hort. t. Decaisne, Linden Catal. 1874 = C. clavata Decaisne, 1876;

„ Hookeri Linden Catal. 1874 = ?C. Hookeri A. DC., 1844;

„ antioquensis Linden Catal. 1876 = C. antioquensis m.;

„ Rodekiana Linden Catal. 1876 = C. Rodekiana Lind. & André, 1874;

endlich die allein nicht zu Clavija gehörige Theophrasta smaragdina Hort. Linden t. Decaisne, 1876 (Jacquinia s. Hort.) = Deherainia smaragdina Decaisne 1876.

Wahrscheinlich reihen sich an die zu Clavija gehörigen Arten auch die übrigen in den Catalogen von Linden (N. 91, 1874, p. 54, N. 95 etc.) unter dem Gattungsnamen Theophrasta aufgeführten und nicht schon hier oder anderwärts untergebrachten Pflanzen an, welche ich aber weder selbst gesehen noch irgendwo charakterisirt gefunden habe, nämlich:

Theophrasta angustifolia
„ attenuata
„ crassipes
„ glauca
„ minor
„ Puruensis
„ umbrosa.

Bezüglich der einen dieser Arten, Th. crassipes, hat (was in Just, Jahresb. für 1879, I, p. 210 ungenau berichtet ist) Cornu in den Comptes rendus, LXXXVIII, No. 12, 1879, p. 669 Anmerk. angeführt, dass dieselbe von den anderen Theophrasta-Arten dadurch verschieden sei, dass sie von Anguillula befallen werde. Eine andere, Th. umbrosa, ist wohl eins mit der von Vesque (Caractères des Gamo-

petales etc. in Ann. Scienc. nat., 7. ser., I, 1885, p. 250) aufgeführten Clavija umbrosa Rgl.

Eine chronologische Uebersicht nun der Clavija-Arten ist folgende:

1. Clavija macrocarpa R. et P. Syst. I, 1798 p. 284; Gen. tab. 30, ex Don; Don in Edinb. New. Phil. Journ. 1831, p. 235; A. DC. in Prodr. VIII, 1844, p. 148; Miq. in Fl. Brasil. X, 1856, p. 279.

2. C. longifolia R. et P. l. c.; Don l. c.; A. DC. l. c.; Miq. l. c.

3. C. spathulata R. et P. l. c. p. 285; Don l. c.; A. DC. l. c.; Miq. l. c. p. 278.

4. C. pendula R. et P. l. c. p. 285; Don l. c.; A. DC. l. c.; Miq. l. c. p. 279.

5. C. ornata Don l. c. 1831, p. 236 c. syn. Theoph. longifolia Jacq. Collect. IV, 1790, p. 136, Jacq. Hort. Schönbr. I, 1797, t. 116; A. DC. l. c. p. 147 exclus. syn. Plum. et Linn. (i. e. Theophrasta americana L.), nec non syn. Velloz. („Horta spinosa") et var. subintegra ex Miq., de quibus cfr. C. macrophylla et integrifolia; Miq. l. c. p. 274 exclus. syn. Plum. et Linn. nec non Theophrasta pung. Willd. (cf. n. 18); Bot. Regist., 1836, t. 1764; Bot. Mag., 1856, t. 4922; Griseb. Fl. Brit. W. Ind. Isl., 1859—64, p. 397 „Trinidad". — Clavija longifolia Hort. Par. ed. Desfontaines in Nouv. Ann. Mus. I, 1832, p. 402. — Var. coriacea A. DC. l. c.; Miq. l. c.

6. C. undulata Don l. c. 1831, p. 236 „Hb. Pavon"; A. DC. l. c.

7. C. lancifolia Desfont. Nouv. Ann. Mus. I, 1832, p. 402, t. 14; A. DC. l. c.; Miq. l. c. p. 278.

8. C. Hookeri A. DC. l. c. 1844, p. 148 cum syn. C. spathulata, non Don, Hook. Jc., 1837, t. 140; Miq. l. c. p. 279.

9. C. macrophylla Miq. l. c. 1856, p. 275 c. synonymis: Theophrasta macrophylla Link ed. Röm. et Schult. in Syst. IV,

1819, p. 187 („e gen. Theophrasta excludenda?" A. DC. l. c. p. 146); Horta spinosa Velloz. I, 1827, t. 124; ? Theophrasta serrata Hoffmsgg. 2. Verzeich., 1826, p. 218 („e gen. Theophrasta excludenda? an Clavija?" A. DC. l. c. p. 146); Theophrasta tetramera Mart. Hb. Fl. Bras.; – Bot. Mag. 1870 t. 5829 („? Cl. macrophylla Miq."). Perperam ad Theophrastam longifoliam Jacq. refertur in Spreng. Syst. I, 1825, p. 670.

10. C. caloneura Mart. et Miq. in Fl. Bras. X, 1856, p. 277.

11. C. latifolia Miq. l. c. 1856, p. 277 c. syn. Theophrasta l. Willd. Hb. ed. Röm. et Schult. in Syst. IV, 1819, p. 787, Spreng. Syst. I, 1825, p. 670 („e gen. Theophrasta exclud.? an Clavija?" A. Dec. l. c. p. 146).

12. C. integrifolia Miq. l. c., 1856, p. 277 cum synonymis: C. ornata Don var. subintegra (sphalm. „coriacea") A. DC. l. c.; ? Zacintha nutans Velloz. VII, 1827, t. 9.

13. C. sparsifolia Miq. l. c., 1856, p. 2.

14. C. Riedeliana Regel in Ann. Scienc. nat., 4. ser., XII, 1859, p. 377 c. syn. Theophrasta latifolia et Clavija brachybotrys Hort. Petrop., Theophrasta latifolia Hort. Schönbr. — Huc? Clavija latifolia Linden Catal. n. 91, 1874, p. 52; Theophrasta l. Linden ibidem p. 54.

15. C. Biborrana Oersted in Vidensk. Meddel., 1861, p. 117.

16. C. fulgens Hook. f. in Bot. Mag., 1867, t. 5626.

17. C. Rodekiana Linden et André in Illustr. hort. XXI, 1874, t. 188.

18. C. pungens Decaisne in Ann. Scienc. nat., 6. ser., III, 1876, p. 145; Theophrasta pungens Willd. Herb. ed. Röm. et Schult. in Syst. IV, 1819, p. 787, partim, Spreng. Syst. I, 1825, p. 671 partim, nempe quoad stirpem sterilem „foliis subpetiolatis" excl. vero stirpe florente „racemis laxis", coll. Humb. n. 3819, ad Theophrastam Jussiaei recensenda;

„e gen. Theophrasta exclud.?" A. DC. l. c. p. 146. Perperam ad „Cl. ornatam?" relata a Miq. l. c. p. 274.

19. C. grandis Decaisne l. c. 1876, p. 144 c. syn. Theophrasta macrophylla Hort., non Link, nec. Mart. et Miq. Huc? Theophrasta macrophylla Linden Cat. n. 91, 1874, p. 54.

20. C. clavata Decaisne l. c. 1876, p. 144 c. syn. Theophrasta nobilis Linden Cat. (l. c.), Theophrasta regalis Hort. (Linden l. c.)

21. C. antioquensis m.; Theophrasta antioquensis Linden Cat. n. 95, 1876, p. 12. — Culta in Hort. Monac.! Affinis C. ornatae Don.

22. C. spec. Hemsley in Biol. Centr.-Americ., Bot. II, 1881—1882, p. 294, „Sutton Hayes, Panama, Paraiso Station".

Dubiae, an huc pertineant, restant species sub nomine generico Theophrastae a Linden enumeratae in Catal. n. 91, 1874, p. 54 et partim repetitae in Cat. n. 95, 1875, p. 60, in Cat. n. 100, 1879, p. 26, in Cat. n. 101, 1880, p. 74 et in Cat. Societ. anonymae „l'Horticulture internationale" 1888—89, p. 66, quae sunt:

Theophrasta angustifolia;
„ attenuata;
„ crassipes (cf. supra p. 252);
„ glauca;
„ minor;
„ Puruensis;
„ umbrosa (Clavija u. Rgl.?, cf. supra p. 252).

Bezüglich einiger der hier aufgezählten Arten sind folgende Bemerkungen beizufügen:

Ad 5. Clavija ornata besitzt nach den im Hb. Willd. n. 3547 vorhandenen Materialien, von welchen nach den beigefügten Angaben ein isolirtes Blatt von Jacquin herzurühren scheint, und ein Stammstück mit zwei Blättern aus der Sammlung von Humboldt (n. 1142, „Caracas"), das

gleichmässigste und engmaschigste Venennetz von allen mir bekannt gewordenen Clavija-Arten, mit kaum 0,5 mm weiten Maschen. Das Gleiche zeigen Materialien aus dem Pariser Garten vom Jahre 1834 und solche des Münchener Gartens aus ungefähr der gleichen Zeit.

Ad 7. Blätter der Clavija lancifolia aus dem Pariser Garten, im Jahre 1834 in das Münchner Herbar gelangt, unterscheiden sich sehr deutlich von C. ornata durch den längeren Blattstiel, das fast gänzliche Fehlen der Dornzähne und durch ein gleichsam doppeltes Venennetz, mit weiteren, von stärkeren Venen gebildeten Maschen, in welchen sich engere, von feineren Venen gebildete finden. Diesen Blättern findet sich auch ein Blatt von C. ornata aus derselben Quelle beigemengt, und dieses scheint Miquel vorzugsweise beachtet und bei der folgenden demgemäss keineswegs vollgiltigen Bemerkung im Auge gehabt zu haben: Specimen siccum hoc nomine (C. lancifol. scil.) ex horto Parisino cum cl. Martio communicatum ad Cl. ornatam pertinet (Fl. Bras. X, 1856, p. 278).

Ad 9. Das Original der Clavija macrophylla im Hb. Link, welches nach Miquel von Sieber in der Provinz Pará gesammelt worden ist (sieh die Standortsangabe in der Flor. Bras. X, p. 276; „Prov. Pará: Sieber apud Hoffmannsegg et Link") besteht nur aus einem Blatte und isolirten, 15 cm langen Inflorescenzen mit zurückgeschlagenen, in Fruchtbildung übergegangenen Blüthen, auf deren Stellung schon Römer & Schultes aufmerksam gewesen sind. Das Blatt ist am unteren Ende, wie es der Färbung nach scheint, unmittelbar über seinem wohl nur kurzen Stiele abgebrochen und bis dahin dorniggezähnt, ferner mit weitmaschigem, unregelmässigem Venennetze versehen. Ob alle die Materialien, welche Miquel hierher bezogen hat, wirklich hieher gehören, erscheint zweifelhaft; namentlich gilt das hinsichtlich der von ihm selbst schon als „varietas modice acuminata"

bezeichneten Pflanze von Martius aus Santarem, welche nur sehr kurze weibliche Inflorescenzen und in den Stiel sehr allmälig verschmälerte, in diesem unteren Theile ganzrandige und nur in dem oberen breiteren Theile sehr weitschweifig gezähnte Blätter besitzt. Warum Miquel die Theophrasta serrata Hoffmsgg. nur fragweise hierher zieht, während er sie in der oben citirten Standortsangabe mit der Pflanze von Link identificirt, ist mir nicht ersichtlich. Heynhold hat im Nomenclator hortensis II, 1846, p. 726 die „Theophrasta serrata Hoffmsgg." mit der weiter unten (p. 260) anzuführenden Theophrasta serratifolia Hort. (Th. serrata vel serratifolia Catal. Cels., 1828, ex Colla l. infra cit.) identificirt und demgemäss auf Brexia spinosa aus Madagascar bezogen, was für die aus Brasilien stammende Pflanze sicher unrichtig ist. Sprengel vermengte die Pflanze von Link mit Theophrasta longifolia Jacq. und versetzte sie mit dieser nach Westindien, was in jedem Stücke verfehlt ist.

Ad 10. Clavija caloneura wurde wohl wegen der stark hervortretenden, grossen Bögen so genannt, in welchen am Blattrande die weit von einander abstehenden Seitennerven sich vereinigen. Auch das Venennetz tritt stärker hervor und ist mehr als bei irgend einer andern Art grobmaschig.

Ad 11. Bezüglich der aus der Sammlung von Humboldt (n. 1424, Hb. Willd. n. 3548) herrührenden Grundlage der Clavija latifolia hebt Sprengel richtig hervor, dass sie gestielte Blätter besitzt und aufrechte Inflorescenzen. Ich bemerke, dass die letzteren sehr kurz sind, wie bei C. Riedeliana und C. caloneura die weiblichen Inflorescenzen. Es scheint auch die Humboldt'sche Pflanze eine weibliche gewesen zu sein. Die unteren Blüthen, von welchen nur mehr der Kelch vorhanden ist, scheinen in abgefallene Früchte ausgebildet gewesen zu sein, die oberen sind

abgefallen. Ausgezeichnet ist die Pflanze weiter durch die fast ganz transversal gerichteten Seitennerven und eine etwas meergrüne Färbung der Blätter, welche einschliesslich des 3—4 cm langen Stieles bis 22 cm lang und 8,5 cm breit sind. In der Pariser Sammlung der Humboldt- und Bonpland'schen Pflanzen scheint diese Pflanze zu fehlen, da Kunth in deren Bearbeitung Vol. III, 1818, p. 453 selbst angibt, dass sie ihm unbekannt geblieben sei, wie auch Theophrasta pungens W.

Ad 12. Dass Miquel unter Clavija integrifolia als Synonym die C. ornata var. coriacea A. DC. (wie unter C. ornata selbst) statt der var. subintegra A. DC. nennt, ist wohl nur ein lapsus calami, ähnlich wie unter C. spathulata R. & P. das Citat A. DC. p. 235, statt Don p. 235.

Ad 13. Clavija sparsifolia, welche nach Miquel von Martius gesammelt wurde, fehlt auffallender Weise im Hb. Monacense, welchem die von Martius selbst gesammelten Materialien zugeflossen sind, während das Hb. Martius (jetzt in Brüssel) nur die von anderen für Martius später gesammelten Materialien enthält. Mitunter scheinen jedoch Verschiebungen vorgekommen zu sein.

Ad 14. Clavija Riedeliana hat sehr kurz gestielte Blätter von geringer Grösse mit einem Venennetze, welches dem von C. macrophylla ähnlich ist; weiter kurzbehaarte weibliche Inflorescenzen von sehr geringer Länge, wie schon Regel angegeben hat.

Ad 18. Unter „Theophrasta pungens" finden sich im Hb. Willdenow n. 3549 zweierlei Pflanzen auf einer Plagula befestigt, welche Sprengel und Andere, wie schon in der Uebersicht angedeutet, nicht unterschieden haben. Die eine derselben, aus einem Blatte und einer isolirten Inflorescenz bestehend, gehört zu Theophrasta Jussiaei Lindl., wie ich weiter oben schon angeführt habe. Auf sie bezieht

sich wohl allein die beigefügte Collectionsnummer 3819 von Humboldt, gemäss welcher sie auf Çuba gesammelt worden zu sein scheint. Die andere, welche allein unter Clavija pungens zu verstehen ist, stellt ein Stammstück mit 2 Blättern, aber ohne Blüthen dar, und zeichnet sich vor allen mir bekannt gewordenen Clavija-Arten durch stärkere Rigidität des Blattes aus, in welchem die Sklerenchymfasern zu stärkeren Bündeln als bei anderen Clavija-Arten ausgebildet sind, ohne jedoch das Hervortreten des Venennetzes, wie das bei den Theophrasta-Arten der Fall ist, zu hindern. Die dicht dornig gezähnten Blätter, welche eine Länge von 28 cm und eine Breite von 6 cm besitzen, sind deutlich gestielt, die Stiele aber kürzer als bei C. latifolia, nur gegen 2 cm lang, und seitlich im oberen Theile selbst auch noch mit Dornzähnchen besetzt. Auch für diese Pflanze, wie schon unter 11 bemerkt, gibt Kunth an, dass sie ihm unbekannt geblieben sei.

Ad. 21. Theophrasta antioquensis Linden ist nach dem Verhalten des im Münchener Garten befindlichen Exemplares derselben zweifellos eine Clavija. An dem Stämmchen derselben erhalten sich da und dort die 3—4 mm langen, dornartigen Niederblätter längere Zeit. Das fast ungestielte, nur mit einem Stiele von 6—7 mm versehene Blatt, welches 62 cm lang und 13 cm breit ist, zeichnet sich durch ein engmaschiges Venennetz aus, welches die Pflanze, ebenso wie der kurze Blattstiel und der dicht dornig gezähnte Blattrand, der C. ornata (resp. Theophrasta longifolia Jacq.) einigermassen ähnlich erscheinen lässt; das Venennetz ist übrigens nicht so gleichmässig wie bei C. ornata und die Seitennerven treten demselben gegenüber deutlicher hervor als bei C. ornata. Blüthen hat die Pflanze noch nicht entwickelt. —

Was die gar nicht zur Gruppe der Theophrasteen gehörigen Pflanzen betrifft, welche man gelegentlich als

Arten von Theophrasta bezeichnet hat, so führe ich sie im Folgenden in chronologischer Ordnung auf unter Voranstellung der bereits aufgeklärt gewesenen.

1. Theophrasta pinnata Jacq. Fragmenta 1800 – 1809, p. 49, t. 64, f. 2, t. 65, 66, von Oliver in Hook. Jc. t. 1769 (1888) als Talisia princeps bezeichnet, in den Gärten nicht selten unter den als Synonymen angeführten Namen Brownea princeps und B. erecta Lind. zu finden, (s. Otto in Allgem. Gartenzeit. v. Otto und Dietrich, XXIII, 1855, p. 147), auf deren letzteren schon Heynhold im Nomencl. hortens., II, 1846 p. 726 die Pflanze von Jacquin bezogen hat.

2. Th. cochinchinensis Spreng., Syst. Veg. I, 1825, p. 171, aus Oncinus cochinchinensis Lour. gebildet und von A. DC. (Prodr. VIII, 1844, p. 146) wieder als Oncinus cochinchinensis bezeichnet, welche Pflanze in Benth. Hook. Gen. II, p. 695 zu der Apocyneen-Gattung Melodinus Forst. gebracht wird.

3. Th. glycycarpa Spreng. (l. c.) aus Leonia glycycarpa Ruiz et Pav. gebildet, von A. DC. wieder als Leonia g. bezeichnet.

4. Th. serratifolia Hort. in Spreng. Syst. Veg. IV, 2, cur. post. 1827, p. 94, wie auch von Steudel und Heynhold als Brexia spinosa Lindley bezeichnet.

5. Th. serrata vel serratifolia Catal. Cels. 1828, p. 4 alibique ex Colla in Memor. Acad. di Torino XXXV, 1831, p. 151, 153, tab. III, das ist nach Colla a. a. O. Brexia spinosa Lindl. (sphalmate „serrata" a Colla dicta). Dieselbe ist nicht zu verwechseln mit Th. serrata Hoffmsgg., wie von Heynhold geschehen ist, s. ob. p. 257.

6. Th. imperialis Hort. (Regel Gartenfl. 1864, p. 323, t. 453, Linden Cat. n. 91, 1874, p. 54, E. André in Illustr. hort. XXI, 1874, p. 152, t. 184; Curatella imperialis Hort. ex André ibid. p. 77; Curatella speciosa Decaisne ex

André ibidem p. 152), von Bentham, wie schon oben (p. 237, Anmerk.) erwähnt, als Chrysophyllum imperiale bezeichnet.

7. Theophrasta sp., für die Samoa-Inseln angegeben von E. Betche in der Monatsschrift des Vereines zur Beförderung des Gartenbaues in den k. preussischen Staaten, Jahrg. XXIV, 1881, p. 29 (erwähnt in Just, Jahresb. f. 1881, II, p. 433). Dieselbe ist dem Vaterlande nach wohl sicher keine Theophrasta.

8. Endlich Th. madagascariensis Willd. Hb. ed. Röm. et Schult. in Syst. IV, 1819, p. 787, welche A. de Candolle (mit der Bemerkung „Ex patria non congener videtur. Th. Jussiaei specimen americanum in h. Desfont. *Madagascariense* scriptum apud cl. Webb. vidi. An error similis in h. Willd.?") unter den „spec. verisimiliter excludendis" aufgeführt hat (l. c. p. 146), für welche eine bestimmte Erklärung aber bisher noch nicht gegeben worden ist.

Der Wunsch, zu einer Erklärung der zuletzt genannten Theophrasta madagascariensis Willd. Hb. mittelst der anatomischen Methode zu gelangen, hat, wie schon eingangs erwähnt, die gegenwärtige Abhandlung veranlasst und hat sich bei deren Ausarbeitung auch vollständig erfüllt.

Ich kann die in Rede stehende Pflanze nach Einsichtnahme von dem Originale, welches nur in einem einzigen, wahrscheinlich aus einem Garten stammenden Blatte besteht, unter n. 3550 in dem Hb. Willd. enthalten, und hier eigentlich nicht als Theophrasta madagascariensis bezeichnet, sondern nur mit dem Gattungsnamen „Theophrasta" und darunter mit der Vaterlandsangabe „Madagascar" versehen, auf Grund der anatomischen Untersuchung dieses Blattes mit Sicherheit als zu derselben Pflanze, wie das für n. 4 u. 5 der eben erwähnten Pflanzen angegeben ist, nämlich zu Brexia spinosa Lindley (Bot. Reg. XI, 1826, tab. 872) gehörig bezeichnen. Dabei lasse

ich es dahingestellt sein, ob diese mit dornig geschweift-gezähnten Blättern versehene Pflanze in der That zu Brexia heterophylla Noronha zu rechnen sei, wie es nach der Angabe von Du Petit Thouars (in Gen. Nov. Madag., 1806, n. 69, „unter „Brexia Noronh." mit dem Synonyme „Venana Lam.") „folia juniora longissima, spinoso-dentata adulta ovato-oblonga, subdendata" ja wohl möglich ist und wie es von Tulasne (in Ann. Scienc. nat., 4. ser., VIII, 1857, p. 159) geschehen ist unter Einbeziehung von Brexia madagascariensis (Ker ex) Spreng. Syst. I, 1825, p. 792, welche in Lam. Ill. Gen. II (1793) p. 99, t. 131 unter dem nach A. de Candolle (sieh Prodr. XVII, 1873 p. 290) eigentlich die Priorität besitzenden Namen Venana madagascariensis mit obovaten, ganzrandigen Blättern dargestellt ist, in Bot. Beg. IX, 1823, t. 730 aber (als „Brexia madagascariensis" mit dem Synonyme Venana m. Lam.) mit länglichen ganzrandigen Blättern (von Ker?) abgebildet erscheint. Ebenso lasse ich es, wie Tulasne selbst a. a. O. p. 158, dahingestellt, wie sich hiezu wieder die in den Gärten sogenannte Brexia chrysophylla Sweet (Hort. brit. ed. alt., 1820, p. 599, Don General Syst. II, 1823, p. 14) verhalte.

Brexia-Arten scheinen, wie in den unter 4 und 5 eben berührten Fällen, in den Gärten mehrfach mit Arten von Theophrasta oder Clavija verwechselt worden zu sein. So war der Bereinigung von Th. madagascariensis gerade der Umstand günstig, dass auch in dem Münchener Herbare unter Blättern von Theophrasta longifolia Jacq., d. i. Clavija ornata Don, aus einem nicht näher bezeichneten Garten ein Blatt sich befand, das offenbar einer Pflanze desselben Gartens zur gleichen Zeit entnommen war, und welches bei der Ueberlegung, welcher damals in den Gärten verbreiteten Pflanze es angehören könne, gemäss der ihm eigenen Gestalt, Grösse und sonstigen Beschaffenheit alsbald auf die Gattung Brexia das Augenmerk hinlenkte, nachdem

das Fehlen der characteristischen Theophrasteendrüsen (s. ob. p. 241) und der ebenso characteristischen subepidermalen Sklerenchymfasern zur Evidenz gebracht hatte, dass dasselbe, ebenso wie das der Theophrasta madagascariensis Willd., einer Theophrastee nicht angehören könne. Vielleicht ist auch das von A. de Candolle nach der oben erwähnten Bemerkung als „Madagascariense" bezeichnete Exemplar im Hb. Desfontaines (jetzt Webb) nicht wirklich eine Theophrasta, sondern auch eine Brexia, in welchem Falle die weitere Bemerkung „an error similis in h. Willd." in der That vollständig zutreffend wäre.

Das in Rede stehende Blatt des Hb. Willd. ist von länglicher Gestalt und besitzt einschliesslich des 1—2 cm langen Blattstieles 17 cm Länge und 4 cm Breite. Die Spitze ist etwas eingezogen; die Basis stumpf, fast abgerundet. Der Rand ist geschweift-gezähnt und etwas zurückgerollt, sowie von einem starken Randnerven durchzogen; die Zähne enden in eine nach der Unterseite des Blattes zurückgebogene, etwas hackige Dornspitze. Seitennerven finden sich jederseits etwa 12, in schiefaufsteigender Richtung gegen den Rand verlaufend und etwa 3 oder 4 mm vor demselben bogig anastomosirend; sie treten oberseits und unterseits gleich stark, aber nicht beträchtlich stärker als das zwischen ihnen sich ausbreitende, ziemlich weitläufige Venennetz hervor. Im übrigen ist das Blatt beiderseits glatt und kahl. Die Spitzen der Dornzähne sind im allgemeinen 7—8 mm, manche aber nur 5, einzelne dagegen 13 mm von einander entfernt, so dass das Blatt in dieser Hinsicht dem untersten in der schon angeführten Zeichnung von Lindley (Bot. Reg. XI, t. 872) am nächsten kommt.

Was die anatomische Beschaffenheit des Blattes der bisherigen Theophrasta madagascariensis Willd. betrifft, so besteht die Epidermis der oberen Blattseite aus

polygonalen, verhältnissmässig kleinen Zellen, welche an Höhe ihre Flächenausdehnung übertreffen, mit starker Verdickung der Aussenwände und ziemlich glatter Oberfläche. Ihr Lumen ist von oben gesehen rundlich, in Folge stärkerer Verdickung der Kanten als der Seitenflächen. Sie führen da und dort undeutlich ausgebildete Krystalle. Das Pallisadengewebe besteht aus 2—3 Schichten mässig hoher und weitlumiger Zellen, nach Höhe und Weite den Epidermiszellen ziemlich gleichkommend, die der obersten Schichte fast durchaus, die der untersten wenigstens in beträchtlicher Zahl mit dunkelbraunem Gerbstoff erfüllt, während die der mittleren Schichte zu gutem Theile grüngefärbt sind, wie auch das über $^2/_3$ des Diachymes für sich in Anspruch nehmende ziemlich grosszellige Schwammgewebe in seinen oberen Schichten. Die unteren Schichten desselben führen wieder Gerbstoff und bilden ein sehr regelmässiges Maschenwerk, über dessen Hohlräumen einzeln die nach ihrem Durchmesser denselben kaum nachstehenden Stomata sich befinden. Dieselben gehören lediglich der unteren Blattseite an und besitzen fast kreisrunde Gestalt, etwas wechselnde Grösse und einen meist fast quadratisch gestalteten Vorhof mit abgerundeten Ecken, dessen Ränder die benachbarten, auch hier polygonalen Epidermiszellen nicht überragen. In einzelnen Zellen des Pallisadengewebes wie des Schwammgewebes finden sich grosse Einzellkrystalle von oxalsauerem Kalke. Das Gefüge ist dem Gesagten gemäss ein sehr gleichförmiges. Irgend welche besondere Gebilde sind nicht vorhanden, weder im Innern noch an der Oberfläche. Die im Blattfleische eingebetteten Gefässbündel besitzen auf der oberen, wie unteren Seite einen Beleg von dickwandigen Faserzellen.

Von den vergleichsweise untersuchten Materialien von Brexia aus dem Herb. Monacense erwies sich am vollkommensten mit der Pflanze des Hb. Willdenow übereinstimmend ein von Bojer unter der Bezeichnung „Brexia

heterophylla" und mit der Bemerkung „ex silvis insulae Madagascar, praesertim culta in insula Mauritius" mitgetheiltes Exemplar mit obovaten ganzrandigen Blättern, wie in der Zeichnung Lamarck's. Auch die übrigen, aus verschiedenen Gärten unter verschiedenen Bezeichnungen überkommenen Exemplare zeigten nur unerhebliche Modificationen, welche sich, wie auf die Dicke und Länge der Blätter überhaupt, so namentlich auf die bald über das Mass der Willdenow'schen Pflanze hinausgehende, bald hinter demselben zurückbleibende Höhe der Pallisadenzellen und eine anscheinend mit einer stärkeren Streckung des Blattes selbst in Zusammenhang stehende, mehr elliptisch gestreckte Gestalt des Spaltöffnungsvorhofes beschränkten.

---

Es erübrigt mir nun noch, der schon eingangs erwähnten Gattung Reptonia A. DC. (Edgeworthia Falconer, incl. Monotheca A. DC.), welche bisher den Theophrasteen beigezählt worden ist, jedoch mit Unrecht, den ihr zugehörigen Platz im Systeme anzuweisen und die Erhebung der Jacquinia linearis, non Jacq., Bertero Hb. zu einer besonderen Gattung der Solanaceen zu begründen.

Es lässt sich das in bündiger und befriedigender Weise thun; denn die anatomische Methode, welche mich auf die Unrichtigkeit der bisherigen Stellung dieser Pflanzen bei den Theophrasteen zuerst aufmerksam werden liess, gab sofort auch über deren richtige Stellung die entsprechenden Fingerzeige an die Hand: bezüglich der ersteren dieser Pflanzen nämlich in dem Sinne, dass dieselbe zur Familie der Sapotaceen gehöre, wie seiner Zeit der Autor der Gattung, A. de Candolle, selbst schon vermuthungsweise ausgesprochen hatte, ohne darüber aber zu einem endgiltigen Schlusse gelangt zu sein; bezüglich der zweiten jener

Pflanzen aber in der Richtung, dass dieselbe als eine neue Solanaceen-Gattung, Coeloneurum m., und als nächste Verwandte der Gattung Henoonia Griseb. zu betrachten sei, welche ich vor kurzem erst selbst auch mittelst der anatomischen Methode an den ihr gebührenden Platz, von den Sapotaceen nämlich zu den Solanaceen versetzt habe (sieh diese Sitzungsberichte 1888, p. 405 etc.). —

Was mir die Stellung der Gattung Reptonia bei den Theophrasteen — um zuerst darüber zu berichten — erschüttert erscheinen liess, war der Umstand, dass dieselbe keine Spur jener eigenthümlichen, als vertiefte Punkte erscheinenden, eingesenkten Drüsen erkennen liess, welche sowohl die Gattungen Theophrasta und Clavija als auch, wie ich schon an anderer Stelle erwähnt habe (sieh diese Sitzungsberichte 1886, p. 322) die Gattung Jacquinia und, wie ich hier nach Beobachtungen an einer lebenden Pflanze hinzufüge, die Gattung Deherainia, mit einem Worte also alle Theophrasteengattungen auszeichnen und welche auch bei anderen nicht zur Tribus der Theophrasteen gehörigen Myrsineen sich finden, wie ich bezüglich Myrsine und Cybianthus seiner Zeit angeführt habe (sieh a. a. O. p. 323 und vergl. Vesque, Caractères des Gamopetales etc. in Ann. Scienc. nat., 7. ser., I, 1885, p. 246, tab. 12, fig. 3).

Diese Drüsen hat bereits A. de Candolle im Auge gehabt, wenn er für die Blätter von Theophrasta „puncta rotunda minuta centro quasi perforata utrinque sita" angibt, und auf sie ist auch die Bezeichnung der Blätter von Jacquinia bei A. de Candolle als „folia frequenter punctulata, punctis minimis medio quasi perforatis" und in Benth. & Hook. Gen. als „folia saepe punctulata" zu beziehen. Es bestehen diese auf beiden Blattflächen vorkommenden Drüsen aus einer kurzen Stielzelle und einem flachgewölbten Köpfchen aus schmalen hohen Zellen, etwa 12—18

in der Zahl, oder bei Jacquinia auch wenigere, welche nicht genau radial, sondern nur annähernd so geordnet sind.[1])

Bei Reptonia erscheinen nun zwar die Blätter unter einer guten Lupe ebenfalls, wenigstens auf der Unterseite, mit kleinen, vertieften Punkten besetzt; aber diese Punkte rühren, wie die mikroskopische Untersuchung zeigt, nicht von eingesenkten Drüsen, sondern von den hier stark in die Tiefe gerückten Spaltöffnungen her, welche von dem über die Blattfläche hervorragenden, wallartig ausgebildeten Rande der benachbarten Epidermiszellen etwas überwölbt sind.

Wie sich nun bei der weiteren Untersuchung des Blattes von Reptonia ergab, fehlen demselben auch die subepidermalen Sklerenchymfasern, die ich bei keiner Theophrastee vermisst habe.

Dagegen ist dasselbe auf der Unterseite locker mit zweiarmigen Haaren besetzt, wie sie den Sapotaceen ganz allgemein zukommen und über den Gefässbündeln, zum Theile auch unter denselben, ziehen sich Milchsaftzellen mit körnig trübem Inhalte hin, dessen Körnchen das Licht doppelt brechen, wie die Kautschukpartikelchen im Milchsafte der Sapotaceen.

Ausserdem finden sich unregelmässig geformte, das Licht doppelt brechende Massen in fast allen Zellen des Blattfleisches, einzeln oder zu mehreren, in den Pallisadenzellen häufig zu zweit oder zu dritt. Ebensolche Massen finden sich in den älteren Blättern gewisser Sapotaceen, bei Arten von Mimusops, bei Sideroxylon inerme, bei Achras Sapota, bei welchen sie sich nach an lebendem und trockenem Materiale vorgenommener näherer Untersuchung als Kautschukmassen erwiesen haben. Dieselben färben sich durch

1) Bei Deherainia können die langen, in ein ähnliches Drüsenköpfchen endenden, gegliederten Haare als eine zweite Art solcher Drüsen betrachtet werden, welche hier neben den eingesenkten Drüsen auftreten, aber nur dann und wann aus einer Vertiefung der Epidermis sich erheben.

wässerige Jodlösung gelblich und verändern sich durch concentrirte Schwefelsäure nicht weiter; Javelle'sche Lauge, Kali und Alkohol lassen sie unberührt; in Aether verändern sie nur ihre Form, ohne sich zu lösen; beim Erwärmen schmelzen sie und stärkeres Erhitzen macht sie verschwinden; mehr oder weniger löslich zeigen sie sich in Chloroform, in Schwefelkohlenstoff und namentlich in Benzol. Nach all dem sind dieselben wohl zweifellos, wenigstens der Hauptsache nach als aus Kautschuk bestehend anzusehen, und für die Kennzeichnung sterilen oder sonst zweifelhaften Sapotaceenmateriales darf denselben unter Umständen wohl sicherlich eine entscheidende Wichtigkeit beigemessen werden.

So auch in dem gegenwärtigen Falle.

Reptonia ist durch sie, die Milchsaftzellen und die zweiarmigen Haare als Sapotacee schon vollkommen declarirt, und es wäre überflüssig, auf die Fructificationsorgane überhaupt noch einzugehen, wenn sie nicht durch eine Erweiterung der bei den Sapotaceen sonst vorkommenden Verhältnisse Interesse böten. Ehe ich auf sie übergehe, will ich nur noch anfügen, dass das Blatt einen annähernd concentrischen Bau besitzt, indem auch an der unteren Blattseite pallisadenartig gestreckte Zellen unter der Epidermis, aber nur in einfacher Lage sich finden, welche wie die obere der beiden Schichten von Pallisadenzellen an der oberen Blattseite grossentheils braunen Gerbstoff führen, wie auch die obere und untere Lage der in der Mitte des Blattfleisches parallel den Blattflächen ausgebreiteten Zellen des schwammförmigen Gewebes. Der übrige Theil des letzteren und die innere Pallisadenzellschichte an der oberen Blattseite führt im allgemeinen keinen Gerbstoff, ist grün gefärbt und enthält reichlicher die erwähnten Kautschukmassen neben zahlreichen Stärkekörnern. In grösseren Zellen des Pallisadengewebes finden sich da und dort und namentlich in der Nähe der Gefässbündel grosse, hendyoëdrische, zum Theile

Zwillingsbildungen darstellende Krystalle von oxalsaurem Kalke, wie unter anderem bei Argania und gewissen Arten von Bumelia, mit welchen die Pflanze auch in ihrem Habitus, namentlich durch ihre Dornzweige und die gedrängten Blüthenknäuel grosse Aehnlichkeit besitzt.

Was nun die Fructificationsorgane betrifft, so ist der anliegend behaarte Kelch und die 5-lappige Krone mit den zwischen die Kronenlappen fallenden, ihnen an Länge gleichkommenden, aus breiter Basis pfriemlich zugespitzten Staminodien und den vor den Kronenlappen inserirten, extrorse Staubbeutel tragenden Staubgefässen, sowie die Beschaffenheit der ganz ähnlich wie bei Bumelia und Sideroxylon (für Argania fehlte mir das Material zur Vergleichung) ellipsoidischen Pollenkörner mit 4 oder hier noch häufiger 5 Furchen, durchaus den für die Sapotaceen bekannten Verhältnissen entsprechend. Ebenso seiner äusseren Erscheinung nach das Pistill mit 5-furchigem, dicht von zweiarmigen Haaren, deren nach abwärts gekehrter Arm beträchtlich kürzer ist als der andere, bedecktem Fruchtknoten und fädlichem, die Krone überragendem, in eine punktförmige Narbe endigendem Griffel. Um so mehr überrascht es, den Fruchtknoten 1-fächerig zu finden, mit 5 von dessen Boden in der Mitte aufsteigenden anatropen Samenknospen, deren Micropyle nach aussen und unten gekehrt ist. Bei näherer Betrachtung zeigt sich übrigens, dass für jede dieser Samenknospen, wenn auch nicht ein Fach, so doch eine Nische dadurch gebildet ist, dass wie Rudimente von Scheidewänden, nach innen vorspringende Kanten zwischen den Samenknospen an der peripherischen Fruchtknotenwandung auftreten. So könnte man, wenn man es paradox ausdrücken wollte, den Fruchtknoten hier 5-fächerig ohne Scheidewände nennen. Es stellt sich hier gleichsam nur schon in der Blüthe das dar, was an der Frucht von Sideroxylon und Bumelia auch zu beobachten ist, nämlich

Einfächerigkeit, welche bei den eben genannten Gattungen durch Auseinanderweichen der Scheidewände und Zurückbleiben derselben im Wachsthume bewirkt wird, so dass an der reifen Frucht nur mehr leistenförmig an der inneren Seite der peripherischen Fruchtwandung vorspringende Scheidewandreste zu finden sind. Auch hier wird, wie in der Regel bei Reptonia, gewöhnlich nur 1 Same entwickelt und unter demselben, oft Eindrücke daran hervorrufend, liegen die fehlgeschlagenen Samenknospen offen und frei zu Tage. Ob der Same, wie angegeben wird, bei Reptonia an der Basis ausgehöhlt und das Albumen ruminirt sei, muss ich dahingestellt sein lassen, da mir reife Samen nicht zu Gebote standen. Uebrigens scheint es fast, als ob diese Angaben zum guten Theile nur aus einer Vergleichung mit den bei den Myrsineen vorkommenden Verhältnissen entstanden wären, nachdem man sich für die Unterbringung der Pflanze bei dieser Familie entschlossen hatte. An einer unreifen, einer kleinen Erbse gleichenden Frucht konnte ich an dem Samen wenigstens keine basiläre Aushöhlung wahrnehmen und nichts, was auf eine spätere Ruminirung des allerdings noch sehr unvollständig ausgebildeten Albumens hingedeutet hätte. Vielleicht ist überdiess auch hier, wie in den Beschreibungen der Autoren für manche Palmen, eine durch das Vordringen des Samenknospenträgers in das Sameninnere später vielleicht noch zur Ausbildung gelangende Einbuchtung des Albumens als Ruminirung desselben, statt bloss als Aushöhlung bezeichnet worden. Keinesfalls aber dürfte ein solches Verhältniss, welchem die Abflachung der Samenbasis bei Sideroxylon inerme und den nächstverwandten Arten sehr nahe kommt, als etwas die Stellung der Pflanze bei den Sapotaceen Erschütterndes zu betrachten sein.

In Sideroxylon inerme und in der mit Dornenzweigen versehenen Argania, bei welcher die Scheidewände

des Fruchtknotens sich so früh zurückzuziehen scheinen, dass die Verwachsung der meist zu zweit und dritt zur Entwicklung kommenden Samen unter einander ermöglicht wird, dürfte Reptonia zugleich die nächsten Verwandten unter den Sapotaceen finden, während die im Habitus ihr so nahe kommenden Bumelien durch die Stipulargebilde an der inneren Seite der Kronentheile und durch das spärliche, fleischige Sameneiweiss weiter davon abgerückt erscheinen.

Es dürfte angemessen sein, zum Schlusse noch besonders hervorzuheben, dass den Sapotaceen somit in Reptonia in der That ein Typus mit 1-fächerigem Fruchtknoten zukommt, wie er vor kurzem schon einmal in der übrigens nur mit Unrecht hieher gebrachten Gattung Henoonia Griseb. gegeben zu sein schien, mit welcher ein solcher Typus auch den Solanaceen erwachsen ist (s. diese Sitzungsberichte, 1888, p. 405 etc.). Diese Einfächerigkeit des Fruchtknotens war früher die Ursache zur unrichtigen Unterbringung der Gattung Reptonia bei den Theophrasteen geworden. Wir sehen nun, wie der Werth dieses morphologischen Momentes, auf welches man früher glaubte bauen zu können, auf Null herabsinkt gegenüber dem Gewichte der anatomischen Verhältnisse. Reptonia ist so recht eigentlich wieder dazu angethan, die Wichtigkeit der anatomischen Methode nicht bloss für die schärfere Charakterisirung der Gewächse, sondern für die Lösung der schwierigsten Aufgabe der Systematik, für die richtige Erfassung der natürlichen Verwandtschaft der Gewächse darzuthun.

---

Was nun endlich die neue Solanaceen-Gattung Coeloneurum betrifft, so gab auch hier das Fehlen der eigenthümlichen, in die Epidermis eingesenkten Theophrasteen-Drüsen (sieh im Vorausgehenden p. 241, 266) die erste

Veranlassung, die Pflanze als nicht zu den Theophrasteen gehörig zu betrachten, bei welchen sie bisher, gemäss ihrer von A. de Candolle im Prodr. VIII, 1844, p. 151 unter Jacquinia ferruginea Spreng. erwähnten und beanstandeten Bezeichnung als „Jacquinia linearis" durch Bertero, im Münchener Herbare untergebracht war. Weiter zeigte sich auch hier keine Spur der den Theophrasteen eigenen subepidermalen Sklerenchymfasern. Dagegen machten sich beim Suchen nach diesen sofort zahlreiche, mit Krystallsand und davon umlagerten Krystalldrusen erfüllte Zellen in der Nähe beider Blattflächen, besonders der unteren, bemerkbar. Diess und die eigenthümliche Gestalt der am Blatte nur spärlich (unterseits), an den jungen Zweigen aber reichlich vorhandenen, angedrückten Haare, mit 1—2 sogenannten Gelenkzellen, d. i. an der Biegungsstelle des Haares knieförmig hervortretenden Gliederzellen, sowie eine starke Verdickung des Mittelnerven in dem unteren Drittel oder Viertel des Blattes rief unmittelbar das an der Gattung Henoonia beobachtete, ganz ähnliche Verhalten (sieh diese Sitzungsberichte 1888, p. 410—413, 420—421) ins Gedächtniss zurück. Der Mittelnerv erwies sich weiter, wie dort, hohl und seine Höhlung von Weichbastelementen umgeben, wie ebenso die Markhöhlung eines jungen Zweiges. Die Pflanze war nur mit zwei Blüthen versehen und desshalb erfolgte erst jetzt die Untersuchung der einen dieser beiden Blüthen, welche einzeln und nicht in, sondern neben je einer Blattachsel befestiget waren.

Der Kelch, kaum über 2 mm hoch, zeigte sich nach seiner Gestalt und Behaarung ganz dem von Henoonia entsprechend. Ebenso die Blumenkrone mit kurzer, nur 2 mm langer Röhre und doppelt so langem, 5-lappigem Saume, dessen Theile, von eiförmig-lanzettlicher Gestalt, aussen behaart, innen kahl sind und auf eine klappige Knospenlage schliessen lassen. Die Staubgefässe, welche zwischen den

Kronenlappen stehen und diese etwas überragen, sind der Kronenröhre in ihrer unteren Hälfte angewachsen und kommen ebenfalls denen von Henoonia gleich. Dagegen erwies sich das Pistill als wesentlich verschieden durch das Auftreten eines den Staubgefässen an Länge fast gleichkommenden Griffels, während das Pistill bei Henoonia den Angaben von Grisebach gemäss griffellos ist und eine „fast sitzende Narbe" besitzt; weiter dadurch, dass es hier nicht wie bei Henoonia einfächerig, sondern zweifächerig ist, in jedem Fache (wie schon A. DC. a. a. O. angegeben hat) 1 Samenknospe bergend, welche fast schildförmig mit ihrer unteren Hälfte an dem unteren Theile der ziemlich dickfleischigen Scheidewand befestiget ist, unvollständig anatrop und etwas gekrümmt, mit der Micropyle nach unten und aussen gekehrt.

Die Abweichung in dem Baue des Pistilles von dem bei Henoonia hindert es, die in Rede stehende Pflanze von Bertero unmittelbar als eine Art von Henoonia zu betrachten. Andererseits scheint sie aber dieser Gattung näher als jeder anderen unter den Solanaceen zu stehen, und so ist sie wohl der Gattung Henoonia als eine besondere Gattung, welche ich nach der Beschaffenheit des Mittelnerven ihrer Blätter Coeloneurum nenne, zur Seite zu stellen. Eine Frucht war an der Pflanze von Bertero, welche fortan als Coeloneurum lineare zu bezeichnen ist, nicht vorhanden.

Eine Ergänzung fand sich übrigens in dieser Hinsicht gerade noch zu rechter Zeit vor Abschluss dieser Mittheilung bei gelegentlicher Durchsicht der Eggers'schen Pflanzen aus S. Domingo bei einer Pflanze, deren Etiquette folgendermassen lautete: „Eggers Flora Indiae occidentalis exsicc. n. 2366; Götzea Eggersii Urban n. sp., arbor 10' alt.; S. Domingo in fruticetis ad Cuesta de piedra prope Santiago, 250 m; 6. VI. 87."

Diese Pflanze, durch ein blühendes und ein fruchttragendes Exemplar vertreten, ist der in Rede stehenden von Bertero

so ähnlich, dass man sie als identisch damit ansehen könnte, wenn nicht ihre Blüthen um das Doppelte bis Dreifache länger gestielt und mit einem längeren Griffel versehen, ferner ihre Blätter, statt linealisch, lancettlich oder annähernd so wären, namentlich die des blüthentragenden Exemplares mit zugleich beträchtlich grösseren Blättern. Jedenfalls erscheint sie als eine nächst verwandte Art, die ich somit Coeloneurum Eggersii nenne und auf deren Verschiedenheit von Götzea Wydler ich sogleich zu sprechen kommen werde.

Die Früchte nun dieser Pflanze gleichen äusserlich ganz den Früchten von Henoonia, nur dass sie an der Spitze (von welcher der Griffel abgefallen ist) nicht in einen gekrümmten Schnabel vorgezogen sind. In ihrem Inneren zeigen sie sich deutlich verschieden durch das Vorhandensein einer Scheidewand, an deren unterem Theile in jedem der beiden Fächer ein Same mit seiner unteren Hälfte angewachsen ist, ganz entsprechend der im Vorausgehenden angegebenen Befestigungsweise der Samenknospe im Fruchtknotenfache von C. lineare. Der Same besitzt eine dünne Samenschale und einen grossen Embryo mit zwei ziemlich flachen, fleischigen, grünlichen Cotyledonen und nach unten gekehrtem, kurzem Würzelchen. Sameneiweiss ist nicht vorhanden.

Durch dieses letztere Moment weicht die Pflanze von dem bisher als Norm für die Solanaceen betrachteten Verhalten allerdings ebenso beträchtlich wie die Gattung Henoonia ab, deren reifer Same ebenfalls eiweisslos ist. Aber so wenig, wie für Henoonia, bei welcher im jüngeren Samen wenigstens Eiweiss vorhanden erscheint (s. diese Sitzungsber., 1888, p. 418), und so wenig, wie das Fehlen des Sameneiweisses bei den mit den Solanaceen so nahe verwandten Scrophularineen eine Ausschliessung aus dieser Familie bedingen kann (s. a. a. O. p. 419), wird das die Zugehörigkeit von Coeloneurum zu den Solanaceen dem übrigen Verhalten gegenüber in Frage stellen können.

Was die Unterschiede zwischen Coeloneurum und Götzea betrifft, so bestehen dieselben nach den Angaben von Wydler über die letztere Gattung in der Vereinigung ihrer Blüthen zu einer armblüthigen Inflorescenz, in der Sechsgliedrigkeit der Blüthe, in der Gestalt der Blumenkrone mit langer, nach oben trichterig erweiterter Röhre und kurz gelapptem Saume, in der fast pfeilförmigen Gestalt der Antheren, in der Grösse und Gestalt der an den Seiten gefurchten Narbe und noch besonders in der Zahl und Anheftungsweise der Samenknospen in den Fruchtknotenfächern, in welchem Punkte aber, wie hinsichtlich des Vorkommens von Sameneiweiss die unvollständigen und nur fragweise ausgesprochenen Angaben Wydler's wesentlich zu berichten sind. Ich bin dazu durch gütige Mittheilung der Beobachtungen in den Stand gesetzt, welche Herr Professor Urban an von Eggers in Portorico gesammelten Materialien der Götzea elegans Wydler (coll. Eggers n. 1196) zu machen Gelegenheit hatte. Diese Mittheilung lautet bezüglich des Fruchtknotens: „Ovarium superum, subgloboso-conicum, tomentosum, receptaculo crasso (calycis fundo) insidens vel paullum immersum, biloculare; ovula 8, 10, septo ad angulum affixa, adscendentia, anatropa, micropyle extera." Bei Vierzahl der etwas gekrümmten Samenknospen für das einzelne Fach bilden dieselben, wie ich hinzufüge, ein oberes und unteres Paar, die des oberen Paares fast hängend mit nach oben und aussen gekehrter, die des unteren Paares annähernd aufrecht mit nach unten und aussen gerichteter Micropyle. Sameneiweiss ist in dem (allerdings noch sehr jungen) Samen keines wahrzunehmen gewesen, durch welchen Umstand die auch sonst schon erkennbaren nahen Beziehungen von Götzea zu Coeloneurum und Henoonia eine wesentliche Steigerung erfahren. Das Gleiche spricht sich in den anatomischen Verhältnissen von Götzea elegans aus. Dieselbe besitzt nämlich, wodurch sie wie Coeloneurum und Henoonia

als Solanacee charakterisirt ist, markständigen Weichbast und von Krystallsand umgebene Krystalldrusen in besonderen Zellen, welche hier sogar äusserlich als weissliche, erhabene Punkte an der Oberseite des Blattes hervortreten. Ausserdem ist auch hier der Mittelnerv des Blattes von einer Art Markhöhlung durchzogen mit Weichbastelementen in deren Umgebung. Die Haare sind auch hier mit Gelenkzellen versehen.

Diese drei nahe miteinander verwandten Gattungen, welche sich, eine um die andere, mehr und mehr, erst Götzea, dann Coeloneurum, endlich Henoonia, von den übrigen Solanaceen-Gattungen entfernen, scheinen eine durch die (im Reifezustande) eiweisslosen Samen ausgezeichnete Gruppe in dieser Familie zu bilden, welche im übrigen sich an die Tribus der Cestrineen anschliesst, und für welche die von Miers (in Transact. Linn. Soc. XXVII, 1869, p. 191) vorgeschlagene Bezeichnung der Götzieae recht wohl in Anwendung kommen kann.

Es ist das um so mehr der Fall, als auch die von Miers zu dieser Gruppe mit Götzea allein vereinigte Gattung Espadaea mit E. amoena A. Rich. (Flor. Cubens. tab. 65, Miers l. c. p. 193, tab. 38), welche Bentham und Hooker (Gen. II, 1876, p. 1148) frageweise zu den Verbenaceen verbracht haben, während sie Grisebach (Catal. Pl. Cubens. 1866, p. 191) in Materialien von Wright, n. 3185, geradezu der Gattung Götzea als G. amoena Griseb. einverleibt hat, sich in der That als zu dieser Gruppe im jetzigen Sinne gehörig erweist.

Wie ich nämlich an entsprechenden, durch Herrn Professor Urban gütigst mitgetheilten Fragmenten der Pflanze von Wright ersehen konnte, besitzt dieselbe die gleiche anatomische Beschaffenheit des Zweiges, des Blattes und des Blattmittelnerven, sowie die gleiche eigenthümliche Haarbildung (besonders an der aussen ganz mit Haaren be-

deckten Blumenkrone) wie Coeloneurum, mit welcher Gattung sie auch die extra-axilläre Stellung der Blüthen gemein hat, während sie durch die Blüthentheile selbst sich mehr der Gattung Götzea nähert, besonders durch die trichterig-röhrige, mit nur kurz gelapptem Saume versehene Blumenkrone. Durch die nach Miers zu zweit in jedem Fruchtknotenfache enthaltenen, dem unteren Paare bei Götzea entsprechenden Samenknospen weiter schiebt sie sich geradezu als Mittelglied zwischen Götzea und Coeloneurum ein, ist aber vor beiden durch die etwas symmetrische Blüthenbildung ausgezeichnet, welche sich in der nach vorn gekrümmten Kronenröhre und dem gelegentich auf 4 didynamische Staubgefässe beschränkten Androecium ausspricht und eine nahe Beziehung der Pflanze zu den Salpiglossideen verräth, wie das in geringerem Grade auch bei Henoonia der Fall ist (s. diese Sitzungsber. 1888, p. 417). Eben dadurch wird weiter auch der Abtrennung der Götzieen von den Cestrineen und einer Mittelstellung derselben zwischen den Triben der Cestrineen und Salpiglossideen das Wort gesprochen. Ob der von Miers zwischen den Cotyledonen eingeschlossen gefundene Körper („the small free nuclear body enclosed within the two cotyledons" l. c. p. 195, fig. 20) einen Rest von Endosperm darstellt, ähnlich dem zwischen den Cotyledonen des halbreifen Samens von Henoonia gefundenen (s. diese Sitzungsber., 1888, p. 418), was seinerseits wieder eine nahe Verwandtschaft von Espadaea mit Henoonia bekunden würde, muss ich dahingestellt sein lassen.

Die Gruppe der Götzieen erscheint demnach jetzt, anstatt wie bei Miers aus Götzea und Espadaea allein, aus 4 Gattungen bestehend, indem sich den eben genannten Coeloneurum und Henoonia anreihen.

Die letzteren 2 dieser Gattungen zeichnen sich ausser durch den eiweisslosen Samen vor den nahe stehenden Cestri-

neen auch durch das Auftreten einzelner Samenknospen in den Fruchtknotenfächern, beziehungsweise in einem einfächerigen Fruchtknoten aus.

In dieser Hinsicht findet sich ein Gegenstück in der von Bentham und Hooker (Gen. II, 1876, p. 888, 912) fragweise und als anomale Gattung an das Ende der Solanaceen, resp. der Salpiglossideen gestellten Gattung Sclerophylax Miers (Sterrhymenia Griseb.), deren Samenknospen übrigens nicht aufrecht sind, wie bei den eben genannten beiden Gattungen, sondern hängend, wie annähernd die oberen bei Götzea.

Da Grisebach der Anschauung von Bentham und Hooker in seinen Symbolae ad Flor. Argentin., 1879, p. 268 entgegentritt und die Gattung Sclerophylax lieber den Hydrophylleen, oder mit Agardh den Borragineen beigezählt wissen will, so mag hier hervorgehoben sein, dass nach den anatomischen Verhältnissen, welche ich bei Sclerophylax Lorentzii O. Hoffm. (Linnaea XLIII, 1880–82, p. 136), der einzigen mir zugänglich gewesenen Art, zu beobachten Gelegenheit hatte, die Anschauung von Bentham und Hooker sich als vollkommen gerechtfertiget erweist.

Auch hier nämlich finden sich die in ihrer Vereinigung für die Solanaceen charakteristischen, wenn auch nicht ausnahmslos allen Solanaceen zukommenden anatomischen Eigenthümlichkeiten: Krystallsand im Blatte, im Marke und in der Rinde, hier besonders reichlich in der Wurzelrinde, und Weichbast an der Grenze von Holz und Mark, gelegentlich mit dickwandigen Bastfasern untermischt.

Weiter spricht der eigenthümliche sympodiale Aufbau der Pflanze unter Hinaufrückung der fertilen Vorblätter an ihrem Achselsprosse, woraus die eigenthümliche Stellung der Blätter zu zweien neben einander („folia geminata“ der Autoren), wie bei Atropa, sich ergibt (vergl.

Eichler, Blüthendiagramme I, p. 202), im Zusammenhange mit den eben erwähnten anatomischen Verhältnissen laut für die Zugehörigkeit zu den Solanaceen, wenn dieser Aufbau auch wieder nicht allen Solanaceen eigen ist und für sich allein auch bei anderen Familien vorkommt.

Ich bemerke in Berichtigung der Angaben Grisebach's über Sclerophylax (nach der von mir untersuchten Art) noch, dass das von Grisebach auch in den Symbolae, 1879, der richtigen Angabe von Bentham und Hooker (Gen. II, 1876) gegenüber, wie früher in seinen Plantae Lorentzianae, 1874, p. 15 und 183 (unter der damaligen Bezeichnung Sterrhymenia) als unvollständig bezeichnete Septum des Fruchtknotens vollständig ist, und dass die von ihm daselbst Tafel 2, Fig. 5 dargestellte Insertion der Samenknospen an der äusseren Fruchtknotenwandung mit einer Rhaphe dorsalis und Micropyle introrsum supera sich nicht bestätiget. Die Samenknospen sind vielmehr an dem oberen Theile des Septums inserirt und epitrop-anatrop, also mit Rhaphe ventralis und Micropyle extrorsum supera versehen, wie in Schnizlein Iconogr. nach Miers in Fig. 18 ganz richtig gezeichnet ist. Auch die Angabe Grisebach's über die Staubgefässe ist wenigstens für Sclerophylax Lorentzii unrichtig. Es ist nicht ein längstes gegenüber einem Paare mittellanger und einem Paare kürzester Staubgefässe zu unterscheiden, sondern ein kürzestes, welches aber am höchsten hinauf mit der Krone verwachsen ist, ausserdem zwei mittellange und zwei das kürzeste zwischen sich fassende längste, welche beiden Paare nicht sehr hoch, aber ziemlich gleich hoch der Krone angewachsen sind. In Schnizleins Abbildung nach Miers ist das kürzeste Staubgefäss zwischen die mittellangen gestellt. Weiter ist die Narbe nicht einfach, sondern, wie es in der Zeichnung bei Grisebach selbst schon angedeutet ist, seicht zweilappig. In der Frucht habe ich zwei Samen und das Septum voll-

ständig erhalten gefunden; übrigens mag auch 1 Same gelegentlich fehl schlagen. Der Kelch ist der Darstellung von Grisebach gegenüber schon in Benth. Hook. Gen. besser beschrieben.

Das Blattgewebe, wie ich schliesslich noch beifüge, ist ausgezeichnet durch Verschleimung der Membranen und dem entsprechendes Aufquellen in Wasser, ähnlich wie ich es für Theile des Blattgewebes (das schwammförmige Gewebe) früher bei Vahea und bei Clitandra cirrhosa m. beobachtet habe (s. Beitrag zur africanischen Flora, in Abh. d. nat. Ver. in Bremen, VIII, 1883, p. 397—8, 401). —

Die Charakteristik der neuen Gattung Coeloneurum und ihrer zwei Arten ist folgende:

Coeloneurum m., gen. nov. Solanacearum (cum generibus Götzea Wydler, Espadaea A. Rich. et Henoonia Griseb. tribum novam, albuminis defectu insignem, a Miersio nomine Götziearum salutatam, inter Cestrineas et Salpiglossideas intermediam efficiens): Calyx sufferugineo-tomentellus, parvus, urceolato-campanulatus, 5-partitus, lobis late ovatis acutis aestivatione valvatis. Corolla extus tomentella, 5-partita lobis tubo brevi duplo longioribus ovato-lanceolatis acutis valvatis, sub anthesi plus minus reflexis. Stamina filiformia, corollae tubo infra medium adnata; filamenta longitudine corollam aequantia; antherae cordoto-ovatae, subintrorsae, lateraliter dehiscentes, obtusae. Germen superum sessile, subhemisphaericum, tomentellum, 2-loculare; gemmulae in loculis solitariae, septo carnoso inferne subpeltatim affixae, erectae, subanatropae, apotropae, micropyle extrorsum infera; stylus filamenta longitudine aequans vel superans, filiformis, rectiusculus vel flexuosus, basi tomentellus; stigma parum dilatatum, subbilobum. Fructus baccatus, ovoideo-ellipsoideus, tomentellus, pericarpio tenui, bilocularis. — Frutices vel arbores ramis strictis vel diffusis subfuscis, junioribus ferrugineo-tomentellis, in cortice nec non in medulla hic illic cellulas

pulvere calcii oxalici repletas gerentibus, circa medullam quoque libro et fibros sclerenchymaticos raros fovente instructis. Folia alterna, sicca facile decidua, linearia vel lanceolata, acuta et breviter mucronulata, breviter petiolulata, margine integerrima et subrevoluta, rigide chartacea, prope epidermidis utriusque cellulas undulato-marginatos utriculos globiformes calcii oxalici crystallis conglobatis pulvereque repletos hic illic foventia, nervo mediano intus quoque circa cavitatem medullarem libro instructo ad tertiam vel quartam inferiorem partem fusiformi-incrassato subtus valde prominente, oblique venosa, supra glabra, nitida, subtus pilis adpressis raris bicellularibus nec non (glandularum loco?) pluricellularibus geniculato-articulatis adspersa. Flores ad foliorum basin extraaxillares, solitarii, breviter pedunculati.

1. C. lineare m. (Jacquinia linearis, non Jcq., Bertero herb.; ?Jacquinia ferruginea Spreng. t. A. DC.): Rami stricti, 1,5 mm crassi; folia linearia, 4—7 cm longa, 3,5—6 mm lata; calyx 2 mm longus; corolla 6 mm longa; stylus rectiusculus, stamina aequans; flores subsessiles; fructus —?

In Antillarum insula S. Domingo leg. Bertero.

2. C. Eggersii m. (Götzea E. Urban in schedis coll. Eggers, n. 2366): Rami diffusi, 3 mm crassi; folia lanceolata vel lineari-lanceolata, 6—10 cm longa, 7—15 mm lata; flores pedicellati, pedicellis 5 mm longis; calyx 2 mm longus, corolla 6 mm longa; stylus flexuosus, stamina superans; fructus 12 mm longus.

In Antillarum insula S. Domingo in fruticetis ad Cuesta de piedra prope Santiago (altitud. 250 m) legit Eggers m. Junio 1887, c. flor. et fruct.; coll. n. 2366 („arbor 10′ alta").

Sitzung vom 6. Juli 1889.

1) Herr AUREL VOSS hielt einen Vortrag: „Ueber die mit einer bilinearen Form vertauschbaren bilinearen Formen".

2) Herr C. v. VOIT machte eine Mittheilung über eine in seinem Laboratorium von Herrn Prof. Dr. ERWIN VOIT ausgeführte Untersuchung: „Ueber den geringsten Eiweissbedarf in der Nahrung". Dieselbe soll anderweitig veröffentlicht werden.

## Ueber die mit einer bilinearen Form vertauschbaren bilinearen Formen.

Von A. Voss.

*(Eingelaufen 6. Juli.)*

Nach Herrn Weierstrass ist es bekanntlich für die Aequivalenz zweier linearen Schaaren $A - rB$ und $A_1 - rB_1$ von bilinearen Formen $A$, $B$; $A_1$, $B_1$, nothwendig und hinreichend, dass die beiden Determinanten

$$|A - rB|, \; |A_1 - rB_1|$$

die nämlichen Elementartheiler besitzen, vorausgesetzt, dass dieselben bei willkürlichem $r$ nicht identisch verschwinden.

Unter dieser Annahme liefert das von Herrn Weier-

strass[1]) auseinandergesetzte Verfahren zwei Substitutionen $P$ und $Q$ der $x$ und $y$ von nicht verschwindender Determinante, vermöge welcher

$$P A Q = A_1,$$
$$P B Q = B_1,$$

wird. Man kann noch voraussetzen, worin keine Beschränkung liegt, dass die Determinante von $B$ nicht verschwindet. Diese Formen $P$ und $Q$ mögen die Weierstrass'schen Substitutionen heissen. Ausser diesen gibt es aber noch andere Formen $P_1$, $Q_1$ derselben Eigenschaft. Ist nämlich auch

$$P_1 A Q_1 = A_1,$$
$$P_1 B Q_1 = B_1,$$

so folgt

$$P_1 A Q_1 = P A Q,$$
$$P_1 P Q_1 = P B Q;$$

oder, wenn man den aus der zweiten dieser letzteren Gleichungen folgenden Werth

$$Q_1 = B^{-1} P_1^{-1} P B Q$$

in die erstere einsetzt,

$$P_1 A B^{-1} P_1^{-1} P B Q = P A Q;$$

oder, wenn der Factor $Q$ von nicht verschwindender Determinante fortgelassen wird,

$$P^{-1} P_1 A B^{-1} = A B^{-1} P^{-1} P_1.$$

Setzt man also

$$P^{-1} P_1 = W,$$

so ist

$$W A B^{-1} = A B^{-1} W;$$

d. h. die Form $W$ ist mit $A B^{-1}$ vertauschbar. Und umgekehrt sind, wenn $W$ irgend eine mit $A B^{-1}$ vertauschbare Form von nicht verschwindender Determinante ist,

---

1) Monatsber. d. Berl. Akad. 1868.

1) $P_1 = P\,W,$

2) $Q_1 = B^{-1}\,W^{-1}\,P^{-1}\,P\,B\,Q = B^{-1}\,W^{-1}\,B\,Q$

zwei Substitutionen, für welche

$$P_1\,A\,Q_1 = P\,W\,A\,B^{-1}\,W^{-1}\,B\,Q = P\,A\,Q = A_1,$$
$$P_1\,B\,Q_1 = P\,W\,B\,B^{-1}\,W^{-1}\,B\,Q = P\,B\,Q = B_1$$

wird. Es giebt daher genau so viel von einander linear unabhängige Formen $P_1$, $Q_1$, welche die Schaar $A - rB$ in $A_1 - rB_1$ transformiren, als es Formen dieser Art giebt, die mit $AB^{-1}$ vertauschbar sind, und deren Determinante nicht Null ist. Denn unter dieser Voraussetzung sind die aus 1) und 2) folgenden Formen linear von einander unabhängig.

Ueber die mit einer Form $A$ vertauschbaren Formen $P$ hat zuerst, soviel mir bekannt, Herr Frobenius[1]) ohne Beweis einige Sätze mitgetheilt, von denen der auf die Anzahl der linear unabhängigen Formen dieser Art bezügliche der wichtigste zu sein scheint. Diese Zahl ist sodann von Herrn L. Maurer[2]) auf einem Wege hergeleitet worden, auf dem gleichzeitig das Problem der Aequivalenz zweier Formen erledigt wird. Da aber die wirkliche Ermittelung der vertauschbaren Formen sich hierbei verhältnissmässig umständlich gestaltet, andererseits gerade dieses Problem bei vielen Untersuchungen über cogrediente und conjugirte Transformationen von Bilinearformen in sich selbst[3]) eine fundamentale Rolle spielt, so schien es mir wünschenswerth, einen anderen Weg einzuschlagen, der die Bildung sämmtlicher Formen auf einen übersichtlicheren Process zurückführt, welcher zugleich die

1) Frobenius, Ueber lineare Substitutionen und bilineare Formen, Borchardt's Journal, Bd. 84.

2) L. Maurer, Zur Theorie der linearen Substitutionen, Inauguraldissertation, Strassburg, 1887.

3) Vgl. meine Mittheilung in diesen Sitzungsberichten, Juni 1889.

Untersuchung der characteristischen Function der mit einer gegebenen Form vertauschbaren Formen gestattet. Indem ich im Folgenden einen solchen bezeichne, möge nur noch bemerkt werden, dass sich derselbe unmittelbar an die von Herrn Frobenius dargelegte Symbolik der bilinearen Formen anschliesst.

§ 1.

Die Grundlage des Folgenden bildet der von Herrn Frobenius bewiesene Satz:[1])

„Sind in der Gleichung

$$PA = BP$$

die characteristischen Functionen von $A$ und $B$ theilerfremd, so ist $P$ identisch Null."

In der Gleichung

$$1) \qquad PA = AP,$$

welche ausdrückt, dass die Form $A$, über deren Determinante nichts vorausgesetzt sein soll, mit der Form $P$ vertauschbar ist, sei nunmehr $A$ zerlegbar in die Theile

$$A = A_1 + A_2,$$

von denen der erste nur die Variabelnpaare $x_1 y_1 \ldots x_\varrho y_\varrho$, der zweite nur die Variabelnpaare $x_{\varrho+1} y_{\varrho+1} \ldots x_n y_n$ enthält. Bezeichnet man die Formen

$$\sum_1^\varrho x_i y_i, \quad \sum_{\varrho+1}^n x_i y_i$$

durch $E_1$ und $E_2$, so folgt aus der Gleichung 1)

$$P(A_1 + A_2) = (A_1 + A_2) P,$$

durch das Verfahren der associativen und distributiven Multiplication

1) a. a. O. S. 28.

$$E_1 P A_1 = A_1 P E_1,$$
$$E_1 P A_2 = A_1 P E_2,$$
$$E_2 P A_2 = A_2 P E_1,$$
$$E_2 P A_2 = A_2 P E_2.$$

Schreibt man hierfür

$$E_1 P E_1 A_1 = A_1 E_1 P E_1,$$
$$E_1 P E_2 A_2 = A_1 E_1 P E_2,$$
$$E_2 P E_1 A_1 = A_2 E_2 P E_1,$$
$$E_2 P E_2 A_2 = A_2 E_2 P E_2;$$

und setzt

$$E_1 P E_1 = P_1, \quad E_1 P E_2 = Q;$$
$$E_2 P E_1 = R, \quad E_2 P E_2 = P_2;$$

so ist

$$P_1 A_1 = A_1 P_1,$$
$$P_2 A_2 = A_2 P_2,$$
$$R A_1 = A_2 R,$$
$$Q A_2 = A_1 Q.$$

Sind daher die characteristischen Functionen von $A_1$ und $A_1$ theilerfremd, so folgt

$$Q = R = o;$$

mithin

$$P = (E_1 + E_2) P (E_1 + E_2) = P_1 + P_2.$$

Man hat also folgenden Satz:

Ist die Form $A$ zerlegbar in Formen, deren characteristische Functionen unter einander theilerfremd sind, so ist jede mit $A$ vertauschbare Form $P$ in derselben Weise zerlegbar.[1])

Man schreibe nun die Gleichung 1) in der Form

$$W P W^{-1} W A W^{-1} = W A W^{-1} W P W^{-1}.$$

1) Zwei Formen heissen in gleicher Weise zerlegbar, wenn jedem Bestandtheil der einen ein (möglicherweise auch identisch verschwindender) von den nämlichen Variabelnpaaren abhängiger Bestandtheil der anderen entspricht.

Bezeichnet man dann die Elementartheiler der characteristischen Function von $A$ durch $(\varrho - a_i)^{\alpha_i}$, wobei die Zahlen $a$, $\alpha$ in beliebiger Weise unter einander gleich sein können, so hat die Normalform[1])

$$N = \Sigma_i (x_1 y_1 + \ldots x_{a_i} y_{a_i}) a_i + (x_1 y_2 + \ldots x_{a_i - 1} y_{a_i})$$

dieselben Elementartheiler wie $A$. Demnach existirt eine Form $W$ von nicht verschwindender Determinante, für welche

$$W A W^{-1} = N$$

wird. Bezeichnet man endlich

$$W P W^{-1}$$

durch $p$, so ist die Aufgabe auf die Behandlung der Gleichung

$$2) \qquad pN = Np$$

zurückgeführt. Unter $W$ sei dabei etwa die Weierstrass'sche Substitution verstanden. Man zerlege nun die Form $N$ in die Summe der Formen

$$N_1 + N_2 + \ldots N_h,$$

deren characteristische Functionen je für sich nur eine einzige vielfache Wurzel, jedoch mit beliebigen Elementartheilern besitzen. Nach dem eben bewiesenen Satze kommt die Lösung der Gleichung 2) dann zurück auf die Lösung des Systemes der Gleichungen

$$3) \qquad p_i N_i = N_i p_i;$$
$$i = 1, 2 \ldots h.$$

## § 2.

Die Lösungen der Gleichungen 3), § 1) lassen sich aber unmittelbar hinschreiben.

Es sei $\varrho_i$ eine $n_i = \nu$-fache Wurzel der characteristischen

1) Weierstrass, a. a. O.

Function von $A$, deren zugehörige Elementartheiler die Exponenten

$$\alpha_1 \geqq \alpha_2 \geqq \alpha_3 \ldots \geqq \alpha_k > 0$$

haben. Der zugehörige Bestandtheil $N_i$ der Normalform $N$ ist dann

$$\begin{aligned} 1) \quad N_i = \varrho_i E_\nu &+ [x_1 y_2 + \ldots x_{t_1-1} x_{t_1}] \\ &+ [x_{t_1+1} y_{t_1+2} + \ldots x_{t_2-1} y_{t_2}] \\ &+ [x_{t_2+1} y_{t_2+2} + \ldots x_{t_3-1} y_{t_3}] \\ &+ \ldots . \\ &+ [x_{t_{k-1}+1}^{t_k+1} y_{t_{k-1}+1}^{t_k+2} + \ldots x_{\nu-1} y_\nu], \end{aligned}$$

wenn zur Abkürzung

$$\begin{aligned} &\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots \alpha_k = \nu, \\ &\alpha_1 = t_1, \\ &\alpha_1 + \alpha_2 = t_2, \\ &\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = t_3, \\ &\quad \ldots \\ &\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots \alpha_k = t_k; \end{aligned}$$

mithin auch

$$\begin{aligned} &t_k = \nu, \\ &t_k + \alpha_{k+1} = t_{k+1} \end{aligned}$$

gesetzt wird. Bezeichnet man den in 1) eingeklammerten Theil durch $W_i$, so ist demnach die von den Variabeln $x_1 y_1, \ldots x_\nu y_\nu$ abhängige Bilinearform $p_i$ so zu bestimmen, dass

$$2) \qquad p_i W_i = W_i p_i$$

wird.

Das Gleichungssystem 2) aber lautet, wenn die Coefficienten von $p_i$ mit $p_{ik}$ bezeichnet werden, so dass

$$p_i = \Sigma x_i y_k p_{ik}$$

ist, folgendermassen

$$\Sigma x_m (p_{m1} y_2 + \ldots p_{mt_1-1} y_{t_1})$$
$$\ldots$$
$$+ \Sigma x_m \left(p_{mt_\lambda+1} y_{t_\lambda+2} + \ldots p_{mt_{\lambda+1}-1} y_{t_{\lambda+1}}\right)$$
$$\ldots$$
$$+ \Sigma x_m \left(p_{mt_\mu+1} y_{t_\mu+2} + \ldots p_{mt_{\mu+1}-1} y_{t_{\mu+1}}\right) *$$
$$\ldots$$
$$+ \Sigma x_m \left(p_{mt_{\nu-1}+1} y_{t_{\nu-1}+2} + \ldots p_{mt_\nu-1} y_{t_\nu}\right)$$
$$= \Sigma y_m (p_{1m} x_1 + \ldots p_{t_1 m} x_{t_1-1})$$
$$\ldots$$
$$+ \Sigma y_m \left(p_{t_\lambda+2\, m} x_{t_\lambda+1} + \ldots p_{t_{\lambda+1}} x_{t_{\lambda+1}-1}\right) *$$
$$\ldots$$
$$+ \Sigma y_m \left(p_{t_\mu+2\, m} x_{t_\mu+1} + \ldots p_{t_{\mu+1} m} x_{t_{\mu+1}-1}\right)$$
$$\ldots$$
$$+ \Sigma y_m \left(p_{t_{\nu-1}+2\, m} x_{t_{\nu-1}+1} + \ldots p_{t_\nu m} x_{t_\nu-1}\right)$$

und muss für alle Werthe des Index $m = 1, 2 \ldots \nu$ identisch bestehen. Vergleicht man nun die Coefficienten von

$$x_{t_\lambda+1},\ x_{t_\lambda+2},\ \ldots\ x_{t_{\lambda+1}-1},\ x_{t_{\lambda+1}}$$

in den beiden durch einen * bezeichneten Theilen,[1]) so ergeben sich die folgenden $\alpha_{\lambda+1}$ Systeme von je $\alpha_{\mu+1}$[2]) Gleichungen, wenn noch zur Abkürzung statt $p_{ik}$ einfach $i, k$ gesetzt wird:

Erstes System:

$$o = t_\lambda + 2,\ t_\mu + 1,$$
$$t_\lambda + 1,\ t_\mu + 1 = t_\lambda + 2,\ t_\mu + 2,$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

1) Diese Coeficienten sind im folgenden als „zur Gruppe $[\lambda, \mu]$ gehörig" bezeichnet.

2) Nur das letzte, $\alpha_{\lambda+1}$te System enthält eine Gleichung weniger, was an der betreffenden Stelle durch einen * kenntlich gemacht ist.

$$t_\lambda + 1,\ t_{\overline{\mu+1}}\, 2 = t_\lambda + 2,\ t_{\overline{\mu+1}}\, 1,$$
$$t_\lambda + 1,\ t_{\overline{\mu+1}}\, 1 = t_\lambda + 2,\ t_{\mu+1};$$

Zweites System:

$$o = t_\lambda + 3,\ t_\mu + 1,$$
$$t_\lambda + 2,\ t_\mu + 1 = t_\lambda + 3,\ t_\mu + 2,$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$t_\lambda + 2,\ t_{\overline{\mu+1}}\, 2 = t_\lambda + 3,\ t_{\overline{\mu+1}}\, 1,$$
$$t_\lambda + 2,\ t_{\overline{\mu+1}}\, 1 = t_\lambda + 3,\ t_{\mu+1};$$
$$\vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots$$

$\alpha_{\overline{\lambda+1}}\, 1^{\text{tes}}$ System;

$$o = t_{\lambda+1},\ t_\mu + 1,$$
$$t_{\overline{\lambda+1}}\, 1,\ t_\mu + 1 = t_{\lambda+1},\ t_\mu + 2,$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$t_{\overline{\lambda+1}}\, 1,\ t_{\overline{\mu+1}}\, 2 = t_{\lambda+1},\ t_{\overline{\mu+1}}\, 1,$$
$$t_{\overline{\lambda+1}}\, 1,\ t_{\overline{\mu+1}}\, 1 = t_{\lambda+1},\ t_{\mu+1};$$

$\alpha^{\text{tes}}_{\lambda+1}$ System:

$$o = t_{\lambda+1},\ t_\mu + 1,$$
$$o = t_{\lambda+1},\ t_\mu + 2,$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$o = t_{\lambda+1},\ t_{\overline{\mu+1}}\, 1.$$

*

Hieraus ergeben sich sofort die zur Gruppe $[\lambda, \mu]$ gehörigen Werthe der Coefficienten von $p$. Es ist nämlich einerseits:

$$o = t_\lambda + h,\ t_\mu + 1 = t_\lambda + h + 1,\ t_\mu + 2 =$$
$$= t_\lambda + h + 2,\ 1_\mu + 3 = \ldots = t_\lambda + \alpha_{\mu+1} + h - 1,\ t_{\mu+1};$$

für $$h = 2, 3 \ldots \alpha_{\lambda+1};$$

und dabei ist $t_\lambda + q$ gleich Null zu setzen, sobald der Index $q$

die Zahl $\alpha_{\lambda+1}$ überschreitet. Es sind demnach im Ganzen

$$\alpha_{\mu+1}\,(\alpha_{\lambda+1} - \alpha_{\mu+1}) + \tfrac{1}{2}\,\alpha_{\mu+1}\,(\alpha_{\mu+1} - 1)$$

Coefficienten gleich Null.

Andererseits aber findet man

$$t_\lambda + 1,\ t_\mu + h = t_\lambda + q,\ t_\mu + q + h - 1$$

für $h = 1, 2 \ldots \alpha_{\mu+1}$, wenn dabei jedesmal der Index $q$ die Werthe

$$1, 2 \ldots \alpha_{\mu+1} - h + 1$$

durchläuft; also noch weitere

$$\tfrac{1}{2}\,\alpha_{\mu+1}\,(\alpha_{\mu+1} + 1) - \alpha_{\mu+1}$$

Gleichungen. Es bleiben demnach nur die $\alpha_{\mu+1}$ Coefficienten

$$t_\lambda + 1,\ t_\mu + q;\quad q = 1, 2, \ldots \alpha_{\mu+1}$$

willkürlich.

Die Coefficienten $p_{ik}$, welche zur Gruppe $[\lambda, \mu]$; $\lambda \leqq \mu$, $\alpha_\lambda \geqq \alpha_\mu$ gehören, bilden hiernach ein Elementensystem von $\alpha_{\lambda+1}$ Vertical- und $\alpha_{\mu+1}$ Horizontalreihen. Die ersten $\alpha_{\lambda+1} - \alpha_{\mu+1}$ Verticalreihen enthalten nur der Null gleiche Elemente; in den letzten $\alpha_{\mu+1}$ Verticalreihen, die mit den $\alpha_{\mu+1}$ Horizontalreihen ein quadratisches Elementensystem bilden, sind diejenigen Elemente von Null verschieden und unter einander gleich, welche der Hauptdiagonale parallel angeordnet sind. Dies möge durch das Schema

$$\lambda \leqq \mu$$

$$\alpha_{\mu+1}\left\{\begin{array}{cc} \overbrace{0\ 0\ .\ .\ 0}^{\alpha_{\lambda+1} - \alpha_{\mu+1}} & \overbrace{1\ 1\ .\ .\ 1\ 1}^{\alpha_{\mu+1}} \\ 0\ 0\ .\ .\ 0 & 0\ 1\ .\ .\ 1\ 1 \\ .\ .\ .\ .\ . & .\ .\ .\ .\ .\ . \\ 0\ 0\ .\ .\ 0 & 0\ 0\ .\ .\ 0\ 1 \end{array}\right.$$

kenntlich gemacht sein, in welchem diejenigen Symbole 1, welche der Hauptdiagonale parallel angeordnet sind, jedesmal durch ein und denselben willkürlichen Parameter zu ersetzen sind. Ebenso erhält man für $\lambda \geqq \mu$ die durch das folgende Schema

$$\begin{array}{c} \overbrace{\qquad\qquad}^{\alpha_{\lambda+1}} \\ \alpha_{\lambda+1}\left\{\begin{matrix} 1 & 1 & . & . & 1 & 1 \\ 0 & 1 & . & . & 1 & 1 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & 0 & 1 \end{matrix}\right. \\ \alpha_{\mu+1}-\alpha_{\lambda+1}\left\{\begin{matrix} 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \end{matrix}\right. \end{array}$$

angezeigte Vertheilung der Coefficientenwerthe.

Es gehören mithin zur Gruppe $[\lambda, \mu]$, $\lambda \leqq \mu$; $\alpha_\lambda \leqq \alpha_\mu$, genau $\alpha_{\mu+1}$ vollkommen willkürliche Parameter, und dabei durchlaufen die Zahlen $\lambda$, $\mu$ selbst die Werthe

$$0, 1, 2 \ldots \nu - 1$$

Es entsprechen daher dem Schema der sämmtlichen Gruppen

$$\begin{array}{llll} [0,\ 0], & [0,\ 1] & . .\ [0,\ \nu-2], & [0,\ \nu-1]; \\ [1,\ 0], & [1,\ 1] & . .\ [1,\ \nu-2], & [1,\ \nu-1]; \\ . & . & . . \quad . & . \\ [\nu-1, 0], & [\nu-1, 1] & . .\ [\nu-1, \nu-2], & [\nu-1, \nu-1], \end{array}$$

die zugehörigen Anzahlen willkürlicher Parameter

$$\begin{array}{llllll} \alpha_1, & \alpha_2, & \alpha_3 & . . & \alpha_{k-1}, & \alpha_k; \\ \alpha_2, & \alpha_2, & \alpha_3 & . . & \alpha_{k-1}, & \alpha_k; \\ \alpha_3, & \alpha_3, & \alpha_3 & . . & \alpha_{k-1}, & \alpha_k; \\ . & . & . & . . & . & . \\ \alpha_k, & \alpha_k, & \alpha_k & . . & \alpha_k, & \alpha_k. \end{array}$$

deren Summe $M_\nu$ sich leicht ermitteln lässt. Führt man nämlich statt der Exponenten der Elementartheiler die Ordnung des grössten gemeinsamen Theilers der $0^{\text{ten}}$, $1^{\text{ten}}$, $2^{\text{ten}}$, . . Unterdeterminantensysteme

$$l_0 \; l_1 \; l_2 \; . \; . \; . \; l_{k-1}$$

ein, so ergiebt sich, zufolge der Gleichungen

$$\alpha_h = l_{h-1} - l_h$$

$$M_\nu = l_0 + 2\,[l_1 + l_2 + \ldots l_{k-1}]$$

sowie man das Schema der $\alpha$ nach Diagonalreihen addirt. Damit ist aber der von Herrn Frobenius gegebene Satz [1]) bewiesen:

Ist in der characteristischen Determinante einer Form der grösste gemeinsame Theiler der Unterdeterminanten $n$—$k$-Grades vom Grade $n_k$, so ist

$$\Sigma M_\nu = n + 2\,(n_1 + n_2 + \ldots) = n + 2\,w$$

die Anzahl der linear unabhängigen Formen, die mit der Form vertauschbar sind.

Ich gehe nun zu einer Betrachtung der Determinante der Form $P$ oder $p$ über. Sie zerfällt sofort in das Product der Determinanten der Formen $p_i$. Hat nun z. B. die Form $N_i$ die Elementartheiler mit den Exponenten

$$4,\; 3,\; 2,\; 2$$

so bilde man nach der vorhin [2]) augegebenen Regel das Schema der Coefficienten:

---

1) a. a. O. S. 29.

2) Seite 292.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | Exponent |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 1,10 | 1,11 | |
| 2 | 0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 0 | 1,5 | 1,6 | 0 | 1,8 | 0 | 1,10 | 4 |
| 3 | 0 | 0 | 1,1 | 1,2 | 0 | 0 | 1,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 5 | 0 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 | 5,7 | 5,8 | 5,9 | 5,10 | 5,11 | |
| 6 | 0 | 0 | 5,2 | 5,3 | 0 | 5,5 | 5,6 | 0 | 5,8 | 0 | 5,10 | 3 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 5,2 | 0 | 0 | 5,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 8 | 0 | 0 | 8,3 | 8,4 | 0 | 8,6 | 8,7 | 8,8 | 8,9 | 8,10 | 8,11 | 2 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 8,3 | 0 | 0 | 8,6 | 0 | 8,8 | 0 | 8,10 | |
| 10 | 0 | 0 | 10,3 | 10,4 | 0 | 10,6 | 10,7 | 10,8 | 10,9 | 10,10 | 10,11 | 2 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 10,3 | 0 | 0 | 10,6 | 0 | 10,8 | 0 | 10,10 | |
| Exponent | 4 | | | | 3 | | | 2 | | 2 | | |

dessen Anordnung wohl keiner weiteren Erläuterung bedarf; jeder Coefficient $p_{ik}$ ist gleich demjenigen vollkommen willkürlichen Parameter, der sich in der Kreuzungsstelle der $i^{\text{ten}}$ Vertical- und der $k^{\text{ten}}$ Horizontalreihe befindet; gleiche Parameter sind dabei durch gleiche Ziffernpaare bezeichnet. Aus der besonderen Form dieser Determinante ergeben sich folgende Bemerkungen. Dabei mögen von jetzt an die Exponenten der Elementartheiler der characteristischen Function der Form $A$ durch

$$e_0, e_1, e_2, \ldots e_k$$

bezeichnet werden.

1) Die Determinante der mit $N$ vertauschbaren Form $p$ enthält der Hauptdiagonale entsprechend das Glied

$$g_0^{e_0} \; g_1^{e_1} \; \ldots \; g_k^{e_k}$$

während in allen anderen Gliedern niedrigere Potenzen der völlig willkürlichen Parameter $g$ vorkommen. Wie man also auch die $2w$ Coefficienten von $p$ wählen mag, die den ungleichen Indices entsprechen, man wird immer die übrigen $n$ unabhängig von diesen und von einander noch so annehmen

können, dass diese Determinante nicht verschwindet. Daraus folgt:

Es gibt genau $n + 2w$ mit $A$ vertauschbare linear von einander unabhängige Formen, deren Determinante nicht verschwindet.

2) Die characteristische Function der allgemeinsten mit $A$ vertauschbaren Form $P$, d. h. derjenigen aus der jede andere durch geeignete Spezialisirung der willkürlichen Parameter abgeleitet werden kann, ist

$$(\varrho - r_0)^{e_0} (\varrho - r_1)^{e_1} \ldots (\varrho - r_k)^{e_k}$$

wo die $r_i$ völlig willkürliche Grössen bedeuten.[1])

Der Beweis dieses Satzes beruht auf der Zerlegung der Determinante $\Delta$ der Form $p_i$ in ein Product von Factoren. Sind nämlich die Exponenten der ersten $m$ Elementartheiler von $N_i$ (nach ihrer Grösse geordnet) unter einander gleich und etwa gleich $\alpha$, so kann man in den ersten $m\alpha^{\text{ten}}$ Horizontalreihen von $\Delta$ (man vergleiche das Schema auf Seite 295) die Elemente in allen auf die $m\alpha^{\text{te}}$ Verticalreihe folgenden Verticalreihen, soweit sie zu diesen Horizontalreihen gehören, durch geignete Subtraction der ersten $m\alpha$ Reihen in Null verwandeln. Demnach tritt aus der Determinante $\Delta$ als Factor die Partialdeterminante vom Grade $m\alpha$ heraus, deren Werth durch

$$\begin{vmatrix} 1,1 & 1,\alpha+1\ldots & 1,(m-1)\alpha+1 \\ \alpha+1,1 & \alpha+1,\alpha+1\ldots & \alpha+1,(m-1)\alpha+1 \\ \cdot & \cdot \quad \ldots & \cdot \\ (m-1)\alpha+1,1 & (m-1)\alpha+1,\alpha+1\ldots & (m-1)\alpha+1,(m-1)\alpha+1 \end{vmatrix}^{\alpha} = \delta^{\alpha}$$

1) Da bei willkürlicher Wahl der Parameter schon die ersten Unterdeterminanten der characteristischen Function für $\varrho = r_i$ nicht mehr sämmtlich Null sind, so sind die Zahlen $e$ zugleich die Exponenten der Elementartheiler der characteristischen Function von $P$.

gegeben ist. Mithin ist

$$\Delta = \delta^{\alpha}\, \Delta_1.$$

Nun überzeugt man sich leicht davon, dass erstens $\Delta_1$ wieder dieselbe Form besitzt wie $\Delta$ selbst, und dass in $\Delta_1$ zweitens diejenigen Elemente bei dem angegebenen Processe der Subtraction unverändert bleiben, aus denen die weiteren aus $\Delta_1$ auszusondernden Factoren zu bilden sind. Sind daher die nächsten $m_1$ Elementartheilerexponenten alle gleich $\alpha_1 < \alpha$, die $m_2$ folgenden gleich $\alpha_2 < \alpha_1$ u. s. w., so ergibt sich

$$\Delta = \delta^{\alpha}\, \delta_1^{\alpha_1}\, \delta_2^{\alpha_2} \cdots$$

wo nun jedes $\delta_k$ eine Determinante $m_k$. $(m_0 = m)$-Grades bedeutet, welche $m_k$ willkürliche Wurzeln besitzt, wenn man zur characteristischen Function übergeht. Damit ist aber der genannte Satz erwiesen. [1])

Sind insbesondere die Exponenten der zur Wurzel $\varrho_i$ gehörigen Elementartheiler alle ungleich, so sind alle Determinanten $\delta$ vom ersten Grade; d. h. die Determinante der Form $p_i$ ist gleich dem Product der in der Hauptdiagonale stehenden Glieder. Sind andererseits diese Exponenten alle gleich eins, so ist diese Determinante gleich der ersten Potenz einer Determinante von $n_i^2 = \nu^2$ willkürlichen Elementen.

## § 3.

Im Anschluss an die letzten Bemerkungen über die characteristische Function der mit einer Form vertauschbaren Formen gebe ich noch den Beweis eines Satzes, den Herr Frobenius ebenfalls mitgetheilt hat.

---

1) Die Determinante des auf S. 295 angeführten Schema's von Elementen wird so gleich

$$(1,1)^4\ (5,5)^3\ [8,8.\ 10,10 - 8,10.\ 10,8]^2$$

da der Exponent 2 zweimal vorkommt.

„Sind die Formen $A$ und $B$ vertauschbar, so können die Wurzeln ihrer characteristischen Gleichungen einander so zugeordnet worden, dass jede Wurzel der characteristischen Gleichung von $AB$ das Product von zwei entsprechenden Wurzeln jener Gleichung ist."

Man hat nämlich identisch

$$(A-\varrho E)(B-\sigma E)+\varrho(B-\sigma E)+\sigma(A-\varrho E)=AB-\varrho\sigma E,$$

und hieraus, wenn die Formen $A$ und $B$ vertauschbar sind

$$1)\quad (AB-\varrho\sigma E)^{-1}\left[E+\varrho(A-\varrho E)^{-1}+\sigma(B-\sigma E)^{-1}\right] = (B-\sigma E)^{-1}(A-\varrho E)^{-1}$$

Man bezeichne nun die Determinante

$$|A-\varrho E|$$

durch $|A|$, und setze

$$(A-\varrho E)^{-1}=\frac{\alpha}{|A|}=\frac{\alpha_0}{|A_0|};$$

der Index 0 soll ausdrücken, dass alle $|A|$ mit ihren sämmtlichen ersten Unterdeterminanten von gemeinsamen Factoren entfernt sind. Demnach ist $|A^0|$ vom Grade $n-a$ in $\varrho$; $\alpha_0$ eine Form, deren Coefficienten $\varrho$ höchstens im Grade $n-a-1$ enthalten. Ebenso mögen die Bezeichnungen

$$(B-\sigma E)^{-1}=\frac{\beta_0}{|B_0|};\quad (C-\tau E)^{-1}=\frac{\gamma_0}{|C_0|}$$

gelten, wobei

$$AB=C,\ \varrho\sigma=\tau$$

zu nehmen ist, also $|B_0|$ und $|C_0|$ Functionen $n-b$. resp. $n-c$. Grades in $\sigma$, $\tau$ sind.

Man setze nun $A$ als willkürlich voraus, $B$ jedoch zunächst so, dass keine der Wurzeln der characteristischen Function von $B$ verschwindet. Hat alsdann $|C-\tau E|$ eine Wurzel $\tau=0$, so muss auch $|A-\varrho E|$ für $\varrho=0$ verschwinden. Ist aber $\tau_i$ eine nicht verschwindende Wurzel, $\sigma_j$ irgend eine

der Wurzeln von $|B|$, und setzt man

$$\frac{\tau_i}{\sigma_j} = \varrho_j,$$

so verschwinden in der aus 1) folgenden Gleichung

$$2)\ \gamma_0 |A_0| |B_0| + \varrho(\alpha_0 \gamma_0) |B_0| + \sigma(\beta_0 \gamma_0) |A_0| = |C_0| (\alpha_0 \beta_0)$$

die beiden Determinanten $|C_0|$ und $|B_0|$, also muss auch

$$(\beta_0 \gamma_0) |A_0|$$

Null sein. Nun kann die Form $(\beta_0 \gamma_0)$ nicht bei beliebigem $\sigma$ verschwinden. Denn die Determinante $|B|$ verschwindet überhaupt nicht identisch, also auch nicht die Determinante der Coefficienten von $\beta_0$. Daher könnte diese Form nur dann verschwinden, wenn alle Coefficienten von $\gamma_0$ für $\tau = \tau_i$ Null wären, was der Voraussetzung widerspricht. Da nun jene Form der Bezug auf $\sigma$ höchstens vom Grade $n - b - 1$ ist, während $|B_0|$ für $n - b$ Wurzelwerthe verschwindet, so muss mindestens für einen Wurzelwerth $\sigma_{j_0}$ auch $|A_0|$ verschwinden, d. h. es ist

$$\tau_i = \sigma_{j_0} \varrho_{j_0},$$

wo $\sigma_{j_0}$, $\varrho_{j_0}$ entsprechende Wurzeln der zu den vertauschbaren Formen $A$ und $B$ gehörigen characteristischen Functionen sind. Hat demnach $|A|$ nur verschwindende Wurzeln, so kann auch $|C|$ nur verschwindende Wurzeln haben, wie auch $B$ gewählt sein mag.

Aus bekannten Ueberlegungen aber geht endlich hervor, dass, wenn die Parameter in $B$ irgendwie specialisirt werden, die nachgewiesene Beziehung zwischen den Wurzeln von $|A|$, $|B|$, $|C|$ erhalten bleiben muss.

Diese Betrachtung gestattet indessen nicht unmittelbar einen Schluss auf die Vielfachheit, in welcher die Wurzeln von $|C|$ auftreten. Letztere ergiebt sich indessen leicht aus den Bemerkungen des § 2).

Es sei $B$ die allgemeinste mit $A$ vertauschbare Form.

Dann hat die characteristische Function von $B$, wie gezeigt, die Wurzelfactoren

$$(\varrho - r_0)^{e_0} (\varrho - r_1)^{e_1} \ldots (\varrho - r_k)^{e_k}$$

während die characteristische Function von $A$ aus den Factoren

$$(\varrho - \varrho_0)^{e_0} (\varrho - \varrho_1)^{e_1} \ldots (\varrho - \varrho_k)^{e_k}$$

besteht. Und die characteristische Function von $AB = C$ besitzt dann die Wurzelfactoren

$$(\tau - \tau_0)^{e_0} (\tau - \tau_1)^{e_1} \ldots (\tau - \tau_k)^{e_k},$$

wo allgemein

$$\tau_i = \varrho_i r_i$$

zu setzen ist. Aus diesem Satze kann man durch Specialisirung der Form $B$ leicht für jeden vorliegenden Fall die vervollständigte Ausdrucksweise herleiten, welche dem Theorem von Herrn Frobenius gegeben werden kann.

Der Beweis dieses letzteren Satzes beruht auf der Bemerkung, dass wenn $B$ mit $A$ vertauschbar ist, auch $AB$ mit $A$ vertauschbar ist. Die Determinante von $AB$ hat daher dieselbe Anordnung wie die in § 2 characterisirte, und man überzeugt sich leicht, dass auch die Wurzeln der characteristischen Function dabei in der angegebenen Weise gepaart werden.

# Verzeichniss der eingelaufenen Druckschriften

Januar bis Juni 1889.

---

Die verehrlichen Gesellschaften und Institute, mit welchen unsere Akademie in Tauschverkehr steht, werden gebeten, nachstehendes Verzeichniss zugleich als Empfangsbestätigung zu betrachten. — Die zunächst für die philos.-philol. Classe bestimmten Druckschriften sind in deren Sitzungsberichten 1889 Bd. I Heft III verzeichnet.

---

## Von folgenden Gesellschaften und Instituten:

*Royal Society of South Australia in Adelaide:*

Transactions and Proceedings. Vol. IV. V. VII. 1882—85. 8°.

*State Museum of Natural History in Albany. N. Y.:*

40. and 41. annual Report. 1887—88. 8°.
Bulletin. Nr. 2—6. 1887—1888. 8°.

*Société d'études scientifiques in Angers:*

Bulletin. Nouv. Série. Année XVI. 1886. 1887. 8°.

*R. Accademia Petrarca di scienze in Arezzo:*

Atti. Vol. VII. part. 1. 2. 1887. 8°.

*Johns Hopkins University in Baltimore:*

American Chemical Society. Vol. X. Nr. 4—6. 1888. 8°.
American Journal of Mathematics. Vol. X. Nr. 4. Vol. XI. Nr. 1. 2. 1888/89. 4°.

*Magnetical and Meteorological Observatory in Batavia:*

Observations. Vol. VIII. and X. 1888. Fol.
Rainfall. 9th year 1887. 1888. 8°.

*K. geologische Landesanstalt und Bergakademie in Berlin:*

Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Preussen. Bd. VI, 4 mit Atlas. Bd. VIII. 3. 1888. 8° und Fol.
Jahrbuch für das Jahr 1887. 1888. 8°.

*Centralbureau der internationalen Erdmessung in Berlin:*

Boersch, Geodätische Literatur. Berlin 1889. 4°.

*Deutsche chemische Gesellschaft in Berlin:*

Berichte. 21. Jahrg. Nr. 18 und 19. 22. Jahrg. Nr. 1—9. 1888—89. 8°.

*Deutsche geologische Gesellschaft in Berlin:*

Zeitschrift. Bd. XL. 3. 1888. 8°.

*Medizinische Gesellschaft in Berlin:*

Verhandlungen a. d. J. 1888. Bd. XIX. 1889. 8°.

*Physikalische Gesellschaft in Berlin:*

Verhandlungen im Jahr 1888. VII. Jahrg. 1889. 8°,

*Physiologische Gesellschaft in Berlin:*

Centralblatt für Physiologie. 1888 Nr. 19—26. 1889 Nr. 1—6. 8°.
Verhandlungen 1888—1889. Nr. 1—6. 8—10. 1889. 8°.

*K. Technische Hochschule in Berlin:*

Die Aufgaben der Hydrotechnik. Rede von Julius Schlichting. 1889. 4°.

*K. geodätisches Institut in Berlin:*

Astronomisch-geodätische Arbeiten I. Ordnung im Jahre 1886/87.
Das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz.
Polhöhen-Bestimmungen aus dem Jahre 1886.
Gewichtsbestimmungen für Seitenverhältnisse in schematischen Dreiecksnetzen, von P. Simon.
Lotabweichungen in der Umgebung von Berlin.
sämmtlich 1889. 4°.

*K. Preussisches meteorologisches Institut in Berlin:*

Instruktion für die Beobachter an den meteorol. Stationen II. III. und IV. Ordnung. 1888. 4°.

*Commission für die Beobachtung des Venus-Durchgangs in Berlin:*

Die Venus-Durchgänge von 1874 und 1882. Bd. II. 1889. 4°.

*K. Sternwarte in Berlin:*

Beobachtungs-Ergebnisse. Heft I—IV. 1881—88. 4°.

*Naturwissenschaftliche Wochenschrift in Berlin:*

Wochenschrift. Bd. 3. Nr. 14—26. Bd. 4. Nr. 1—14. 1889. 4°.

*Zeitschrift für Instrumentenkunde in Berlin:*

Zeitschrift. 9. Jahrg. 1889. Heft 1—6. 1889. gr. 8°.

*Schweizerische Naturforschende Gesellschaft in Bern:*

Verhandlungen in Solothurn 6.—8. August 1888. Solothurn 8°.

Compte rendu des travaux de la Société helvétique réunie a Soleure 1888. Genève 1888. 8°.
Mittheilungen aus dem Jahre 1888. Nr. 1195—1214. 1889. 8°.

*Schweizerische Geologische Commission in Bern:*

Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. Lief. XXIV. 4. 1888. 4°.

*Naturforschender Verein der preuss. Rheinlande in Bonn:*

Verhandlungen. 45. Jahrg. 2. Hälfte. 1888. 8°.

*Société des Sciences physiques et naturelles in Bordeaux:*

Mémoires. 3e Serie. tom. III. cahier 2. Paris 1887. 8°.
Observations pluviométriques 1886—87 par M. Rayet. Bordeaux 1887. 8°.

*Société de géographie commerciale in Bordeaux:*

Bulletin. 1888 Nr. 24. 1889 Nr. 1—6. 8—12. 8°.

*Boston Society of natural History in Boston:*

Proceedings. Vol. XXIII. part. III. IV. 1888. 8°.

*Verein für Naturwissenschaft in Braunschweig:*

5. Jahresbericht f. d. J. 1886—1887. 1887. 8°.

*Naturwissenschaftlicher Verein in Bremen:*

Abhandlungen. Bd. X. Heft 3. 1889. 8°.

*Naturforschender Verein in Brünn:*

Verhandlungen. Bd. XXVI. 1887. 1888. 8°.
VI. Bericht der meteorologischen Commission f. d. J. 1866. 1888. 8°.

*Académie Royale de médecine in Brüssel:*

Bulletin. 4. Ser. tom. II. Nr. 11. Tom. III. 1—5. 1888—89. 8°.
Mémoires couronnés in 8°. Tom. IX. Fasc. 1. 1889. 8°.

*Observatoire Royal in Brüssel:*

Annales. Nouvelle. Série. Annales astronomiques. Tom. V. Fasc. 3. Tom. VI. IIe Série. Annales météorologiques. Tom. II. 1885—87. 4°.
Annuaire 1885, 1886, 1887, 1888. 1884—87. 8°.
J. C. Houzeau, Bibliographie générale de l'Astronomie. Tom. I. part. 1. 1887. 8°.

*K. ungarische Akademie der Wissenschaften in Budapest:*

Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd. VI. Berlin und Budapest 1889. 8°.

*K. ungarische naturwissenschaftliche Gesellschaft in Budapest:*

A Magyar halászat könyve. (Das Buch von der ungarischen Fischerei) von Otto Herman. 2 Bände. 1887. 8°.

Népszerü természéttudmányi elöadások gyüteménye. (Sammlung populärer naturwissenschaftlicher Vorträge.) Jahrg. 9 und 10. 1886/87. 8°.
Természettu dományi könyv-kiadó-vállalat. (Sammlung naturwissenschaftlicher Werke.) Bd. 29—32. 1888. 8°.
Ludwig Simonkai, Enumeratio florae transsilvanicae vesculosae critica. 1886. 8°.
Eugenius Daday de Deés, Cristacea Cladocera faunae Hungaricae. 1888. 4°.

*K. ungarische geologische Anstalt in Budapest:*

Földtani közlöny. Bd. XVIII. Nr. 5—12. Bd. XIX. Nr. 1—6. 1888—89. 8°.
Umgebungen von Bánffy-Hunyad, von Anton Koch. Dasselbe in ungarischer Sprache. 1889. 8°.
Der Hollóházaer Rhyolith-Kaolin von Lud. Petrik. 1889. 8°.
Jahresbericht für 1887 mit 2 Karten. 1889. 8°.
Mittheilungen. Bd. VIII. Heft 7. 8. 1889. 8°.
Evkönyve. Bd. VIII. Heft 7. 8. 1889. 8°.

*Museo nacional in Buenos Aires:*

Anales. Entregà XV. 1888. 4°.

*Instituto y Observatorio de marina de San Fernando, Cadiz:*

Anales Seccion 2a. Observaciones meteorologicas año 1887. 1888. Fol.

*Meteorological Department of the government of India in Calcutta:*

Report on the Meteorology of India in 1886. By John Eliot. 1887. Fol.
Indian Meteorological Memoirs. Vol. IV. part. 4 und 6. 1887 und 1889. Fol.
Memoir on the Winds and Monsoons by W. L. Dallas. 1887. Fol.
Meteorological Observations. Aug.—December 1888. 1888. Fol.

*Indian Museum in Calcutta:*

A. Catalogue of the Moths of India by E. C. Cotes and C. Swinhoe. Part IV. V. VI. 1888—1889. 8°.
Records of the geological Survey of India. Vol. XXII. part 2. 1889. 8°.

*Geological Survey Office in Calcutta:*

Palaeontologia Indica. Ser. XIII. Nr. 1. Fasc. 7. 1887. Fol.
Records. Vol. XXI. part. 4. Vol. XXII. part. 1. 1888—89. 4°.

*Asiatic Society of Bengal in Calcutta:*

Descriptions of New-Indian Lepidopterous Insects. Part. III. Heterocera (continued) by Fred. Moore. 1888. 4°.

*Philosophical Society in Cambridge:*

Proceedings. Vol. VI. part 4. 5. 1888—89. 8°.
Transactions. Vol. XIV. part 3. 1889. 4°.

*American Philosophical Association in Cambridge, Mass.:*

Transactions. Vol. XVIII. 1887. Boston 1888. 8°.

*Museum of comparative zoölogy at Harvard College in Cambridge, Mass.:*

Annual Report for 1887—88. 1888. 8°.
Bulletin. Vol. XVI. Nr. 3. 4. Vol. XVII. Nr. 3. 1888—89. 8°.

*Accademia Gioenia in Catania:*

Bullettino mensile. Nuova Serie. Fasc. 2—5. Dec. 1888—Aprile 89. 8°.

*K. sächsisches meteorologisches Institut in Chemnitz:*

Vorläufige Mittheilung aus den Jahrbüchern. (1889). 4°.

*K. Universität in Christiania:*

Jahrbuch des norwegischen meteorologischen Instituts für 1885 und 1886. 1886—87. 4°.
Zonenbetrachtungen von C. Fearnley und H. Geelmuyden. 1888. 4°.
Bömmelöen og Karmöen, geologisk beskrevne af Hans Reusch. 1888. 4°.

*Naturforschende Gesellschaft in Danzig:*

Schriften. N. Folge. Bd. VII. Heft 2. 1889. 8°.

*École Polytechnique in Delft:*

Annales. Tom. IV. livr. 3. 4. Leiden 1888. 4°.

*Naturforscher-Gesellschaft der Universität Dorpat:*

Sitzungsberichte. Bd. VIII. Heft 3. 1889. 8°.
Archiv für die Naturkunde Liv-, Esth- und Kurlands. I. Serie. Bd. IX. Lief. 5. 1889. 8°.

*Union géographique du Nord de la France in Douai:*

Bulletin. Tom. IX. Mai — Oct. 1888. 8°.

*Royal College of Physicians in Edinburgh:*

Reports from the Laboratory of the Royal College of Physicians. Vol. I. 1889. 8°.

*Naturforschende Gesellschaft in Emden:*

72. und 73. Jahresbericht 1886/1888. 1889. 8°.

*Reale Accademia dei georgofili in Florenz:*

Atti. IV. Serie. Vol. X. Supplemento. XI. disp. 4. XII. disp. 1. 1888/89. 8°.

*Physikalischer Verein in Frankfurt a/M.:*

Jahresbericht für das Rechnungsjahr 1886—87. 1888. 8°.

*Naturwissenschaftlicher Verein in Frankfurt a/O.:*

Monatliche Mittheilungen. 6. Jahrg. 1888/89. Nr. 7—11. 8°.

*Société de physique et d'histoire naturelle in Genf:*

Mémoires. Tom. XXX. part. 1. 1888. 4°.

*Kruidkundig Genootschap Dodonaea in Gent:*

Botanisch Jaarboek. I. Jahrg. 1889. 8°.

*Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde in Giessen:*

26. Bericht. 1889. 8°.

*Geological Society in Glasgow:*

Transactions. Vol. VIII. part 2. 1888. 8°.

*Denison University in Granville, Ohio:*

The Bulletin. Vol. 4. part 1. 2. 1888. 8°.

*Naturforschende Gesellschaft für Neu-Vorpommern und Rügen in Greifswald:*

Mittheilungen. 20. Jahrg. 1888. Berlin 1889. 8°.

*Kaiserl. Leopoldinisch-Carolinische Akademie der Naturforscher in Halle:*

Heft XXIV. Nr. 23. 24. Heft XXV. Nr. 1—6. 1888—89. 4°.

*Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen in Halle:*

Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. 61. Heft 1—4. 1888. 8°.

*Deutsche Seewarte in Hamburg:*

Bericht über die Verhandlungen des internationalen meteorolog. Comités 1888. 1889. 4°.

*Société Hollandaise des sciences exactes in Harlem:*

Archives Néerlandaises. Tom. XXIII. Livr. 2. 1889. 8°.

*Universität Heidelberg:*

Ueber den Kampf des menschlichen Körpers mit den Bakterien. Rede von Julius Arnold. 1888. 4°.

*Naturhistorisch-medizinischer Verein in Heidelberg:*

Verhandlungen. N. F. Bd. IV. Heft 2. 1889. 8°.

*Société de géographie Finnlandaise in Helsingfors:*

Fennia I. 1889. 8°.

*Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft in Jena:*

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. XXIII. Heft 1—3. 1888—89. 8°.

*Section médicale de la Société des sciences expérimentales in Kharkow:*

Travaux. 1888. Fasc. I. 1889. 8°.

*Ministerial-Kommission zur Untersuchung der deutschen Meere in Kiel:*

Ergebnisse der Beobachtungs-Stationen. Jahrg. 1887. Heft X—XII. Berlin 1889 quer 4°.

*Naturwissenschaftlicher Verein für Schleswig-Holstein in Kiel:*

Schriften. Bd. VII, 2. 1889. 8°.

*Naturhistorisches Landesmuseum in Klagenfurt:*

Carinthia. 78. Jahrg. 1888. 8°.

*Aerztliche naturwissenschaftliche Gesellschaft in Klausenburg:*

Orvos-természettadomanyi Értesitö. (Nachrichtenblatt.) 2 Hefte. 1888. 8°.

*K. Akademie der Wissenschaften in Kopenhagen:*

Skrifter Naturvid. Afdel. Bd. IV. Nr. 8. 1888. 4°.

*Archiv der Mathematik und Physik in Leipzig:*

Archiv. II. Reihe. Theil VII. Heft 3. 4. 1889. 8°.

*Astronomische Gesellschaft in Leipzig:*

Vierteljahresschrift. 23. Jahrg. Heft 3. 4. 24. Jahrg. Heft 1. 2. 1888—89. 8°.

*K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig:*

Abhandlungen der math.-phys. Classe. Bd. XV. Nr. 1—6. 1889. 4°.
Berichte der math.-phys. Classe. 1888. Heft 1. 2. 1889. Heft 1. 1889. 8°.

*Journal für praktische Chemie in Leipzig:*

Journal. N. F. Bd. 38. Heft 10. Bd. 39. Heft 1—9. 1888—89. 8°.

*Ungarischer Karpathen-Verein in Löcse:*

Jahrbuch I. III—VIII. X—XVI. 1874/75. 1877. 1879/89. Iglö 8°.

*Royal Institution of Great Britain in London:*

Proceedings. Vol. XII. part 2. 1889. 8°.
List of the Members in 1887. 1888. 8°.

*Her Majesty's Stationery Office in London:*

The Voyage of H. M. S. Challenger. Zool. Vol. 28. 29. (Text 2 Voll. Plates 1 Vol.). Vol. 30. 1. 2. Vol. 31. 1888—89. 4°.

*Royal Society in London:*

Proceedings. Vol. 45. Nr. 273—279. 1888—89. 8°.

*Royal Astronomical Society in London:*

Monthly Notices. Vol. 49. Nr. 2—7. 1888—89. 8°.

*Chemical Society in London:*

Journal 1888. Indexes. 1889. Nr. 314—319. 1888—89. 8°.
Abstracts of the Proceedings. Session 1888—1889. Nr. 59—70. 8°.

*Geological Society in London:*

The quarterly Journal. Vol. 44. part I—IV. Nr. 173—176. 1888. 8°.

*Medical and chirurgical Society in London:*

Medico-chirurgical Transactions. Vol. LXXI. 1888. 8°.

*Royal Microscopical Society in London:*

Journal. 1888. part 6. 1889. part 1—3. 1888—89. 8°.

*Zoölogical Society in London:*

Proceedings. 1888. part IV. 1889. 8°.
Transactions. Vol. XII. part 8. 1889. 4°.

*Zeitschrift „Nature" in London:*

Nature. Vol. 39. Nr. 998—1006. 1008—1017. 1022—23. Vol. 40. Nr. 1018—21. 1024—26. gr. 8°.

*Société géologique de Belgique in Lüttich:*

Annales. Tom. XIII. 1. 2. XIV. 1. XV. 1—3. 1887—88. 8°.

*Government Astronomer in Madras:*

Madras Meridian Circle. Observations in the years 1865—67. 1888. 4°.

*R. Academia de ciencias exactas in Madrid:*

Anuario. 1889. 8°.

*Reale Osservatorio astronomico di Brera in Mailand:*

Osservazzioni meteorologiche eseguite nell' anno 1888. 1889. 4°.
Pubblicazioni. Nr. 34. 1889. 4°.

*Public Library of Victoria in Melbourne:*

Prodromus of the Zoology of Victoria by Fred. McCoy. Decade XVII. 1888. 8°.

Iconography of Australian Species of Acacia, by Baron Ferd. v. Mueller. Decade XII. XIII. 1888. 4°.

*Sociedad scientifica „Antonio Alzate" in Mexico:*

Memórias. Tom. II. Nr. 5—8. 1888—89. 8°.

*Sociedad de geografia in México:*

Boletin. Tom. I. Nr. 3. 4. 1888. 8°.

*Società dei Naturalisti in Modena:*

Atti. Memorie. Ser. III. Vol. VII. Anno XXII. Fasc. 2. 1888. 8°.

*Société Impériale des Naturalistes in Moskau:*

Bulletin. 1888. Nr. 4. 1889. 8°.

*Deutsche Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte in Berlin und München:*

Correspondenzblatt. 19. Jahrg. 1888. Nr. 11. 12. 20. Jahrg. 1889. Nr. 1. 2. 1888—89. 4°.

*Kaufmännischer Verein in München:*

15. Jahresbericht für 1888/89. 8°.

*Société des sciences in Nancy:*

Bulletin. Sér. II. Tom. IX. Fasc. 21. 20e année 1887. Paris 1888. 8°.

*Accademia delle scienze fisiche e matematiche in Neapel:*

Rendiconti. Serie II. Vol. 2. 1888. Fasc. 1—12. 1888. 4°.

*Zoologische Station in Neapel:*

Mittheilungen. Bd. VIII. Heft 3. 4. Bd. IX. Heft 1. Berlin 1888—89. 8°.

*Société des sciences naturelles in Neuchatel:*

Bulletin. Tom. XVI. 1888. 8°.

*Institute of Engineers in Newcastle-upon-Tyne:*

Transactions. Vol. 37. part 6. Vol. 38. part 1. 2. 1888—89. 8°.

*American Journal of Science in New-Haven:*

The American Journal. 3. Ser. Vol. XXXVI. Nr. 215—220. Nov. 1888 — Apr. 89. 8°.

*American geographical Society in New-York:*

Bulletin. Vol. XX. 1888. Nr. 4. und Supplement. Vol. XXI. 1889. Nr. 1. 1888—89. 8°.

*Neurussische naturforschende Gesellschaft in Odessa:*

Sapiski. Tom. XIII. 2. 1888. 8°.
Sapiski matematitscheskago obschtschestwa. Tom. VIII. 1888. 8°.

*Naturwissenschaftlicher Verein in Osnabrück:*

7. Jahresbericht f. d. J. 1885—88. 1889. 8°.

*Società Veneto-Trentina di scienze naturali in Padua:*

Atti. Fol. X. Fasc. 2. 1889. 8°.

*Circolo matematico in Palermo:*

Rendiconti. Tomo III. anno 1889. Fasc. 1. 2. 3. 8°.

*Académie de médecine in Paris:*

Bulletin. 1889. Nr. 1—25. 8°.

*Académie des sciences in Paris:*

Comptes rendus. Tom. 107. Nr. 27. Tom. 108. Nr. 1—25. 1888/89. 4°.
Collection des anciens alchimistes grecs par M. Berthelot. Livr. III. IV. 1888. 4°.

*Moniteur scientifique in Paris:*

Moniteur scientifique. Livr. 565—571. Janv.—Juillet 1889. gr. 8°.

*Revue internationale de l'électricité in Paris:*

Revue. Tom. VIII. Nr. 73—84. 1889. gr. 8°.

*Société de géographie in Paris:*

Compte rendu. 1888. Nr. 16. 17. 1889. Nr. 1—11. 8°.
Bulletin. 1888. Trimestre IV. 8°.

*Société mathématique de France in Paris:*

Bulletin. Tom. XVI. Nr. 5. 6. Tom. XVII. Nr. 1—3. 1888—89. 8°.

*Société zoologique de France in Paris:*

Mémoires. Vol. I. part. 23. 1888—89. 8°.
Bulletin. Tom. XIII. Nr. 7—10. Tom. XIV. Nr. 1. 2. 4. 5. 1888—89. 8°.

*Kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Petersburg:*

Neue Reduction der Bradley'schen Beobachtungen von 1754—1762 von Arthur Auwers. Bd. III. 1888. Fol.

*Physikalisch-chemische Gesellschaft an der Kais. Universität in Petersburg:*

Schurnal. Tom. XX. Nr. 9. Tom. XXI. Nr. 1—5. 1888—89. 8°.

*Physikalisches Central-Observatorium in Petersburg:*

Annalen. Jahrg. 1887. Theil II. 1888. 4°.

*Academy of natural sciences in Philadelphia:*

Proceedings. 1888. part III. 1888. 8°.

*American pharmaceutical Association in Philadelphia:*

Proceedings at the 36th annual Meeting, Sept. 1888. 8°.

*Journal of comparative Medicine and Surgery in Philadelphia:*

Journal. Vol. X. Nr. 1. 2. 1889. 8°.

*American Philosophical Society in Philadelphia:*

Proceedings. Vol. XXV. Nr. 128.
Supplementary Report of the Committee appointed to consider an international language.
Rules and Regulations of the Magellanic Premium.
Rules and Regulations of the Henry M. Phillips' Prize Essay Fund. sämmtlich 1888. 8°.

*Second Geological Survey of Pennsylvania in Philadelphia:*

Eastern Middle Anthracite Field. Atlas. part II. 1888. 8°.

*Società Toscana di scienze naturali in Pisa:*

Atti. Processi-verbali. Vol. VI. pag. 141—188. 211—254. 1888—89. 8°.

*Sternwarte in Pulkowa:*

Beobachtungen der Saturns-Trabanten. I. Abth. von Herm. Struve. Petersburg 1888. 4°.
Observations de Poulkova. Vol. XIV. Petersburg 1888. 4°.
Stern-Ephemeriden auf das Jahr 1889 von W. Doellen. 1888. 8°.

*Observatorio in Rio de Janeiro:*

Revisto do Observatorio. Anno IV. 1889. Nr. 1—4. 8°.

*Naturforscher-Verein in Riga:*

Correspondenzblatt. XXXI. 1888. 8°.

*Accademia Pontificia de' nuovi Lincei in Rom:*

Atti. Anno XXXIX. Sessione 1—7. 1888—89. 4°.

*R. Comitato geologico d'Italia in Rom:*

Bollettino. 1888. Nr. 9—12. 1889. Nr. 1—4. 1888—89. 8°.

*Academy of Science in St. Louis, U. S. A.:*

The Transactions. Vol. V. Nr. 1. 2. 1888. 8°.

*Naturwissenschaftliche Gesellschaft in St. Gallen:*

Bericht über die Thätigkeit w. d. J. 1886/87. 1888. 8°.

*R. Accademia dei Fisiocritici in Siena:*

Atti. Serie IV. Vol. I. Fasc. 1—3. 1889. 8°.

*Société des Sciences in Strassburg:*

Bulletin mensuel. Tom. XXII. 1888. Fasc. de Dec. Tom. XXIII. 1889. Janvier—Mai. Fasc. 1—5. 1888—89. 8°.

*Observatoire astronomique in Taschkent:*

Sapiski (Annalen). Vol. II. Moskau 1888. 4°.

*Kongeliche Norske Videnskabers Selskab in Throndhjem:*

Skrifter 1886 og 1887. 1888. 8°.

*Deutsche Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Tokyo:*

Mittheilungen. Suppl.-Heft zu Bd. V. und Heft 41. 1889. Fol.

*Imperial University in Tokyo, Japan:*

The Journal of the College of Science. Vol. II. part 4. 5. Tokyo 1888—89. 4°.

*Canadian Institute in Toronto:*

Annual Report. Session 1887—88. 1889. 8°.
Proceedings. Vol. XXIV. Nr. 151. 1889. 8°.

*Società adriatica di scienze naturali in Triest:*

Bollettino. Vol. XI. 1889. 8°.

*R. Accademia della scienza in Turin:*

Bollettino dell' Osservatorio della regia Università di Torino. Anno XXII. (1887). 1889. 4°.

*Universität in Upsala:*

Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique. Vol. XX. Année 1888. 1888—89. Fol.

*Public Library, Museums and National Gallery in Victoria:*

Mc Coy, Prodromus of the zoology of Victoria. Decade XVI. Melbourne 1888. 8°.

*Chief Signal Officer, U. S. Army in Washington:*

Annual Report of the Secretary of War for the year 1887. Vol. IV. part 2. 1887. 8°.

*U. S. Coast and Geodetic Survey Office in Washington:*

Bulletin. Nr. 5—8. 1888—89. 4°.

*United States Geological Survey Office in Washington:*

Bulletin. Nr. 40—47. 1887—88. 8°.
Mineral Resources of the United States for the year 1887, by David T. Day. 1888. 8°.

*Naturwissenschaftlicher Verein des Harzes in Wernigerode:*

Schriften. 3. Bd. 1888. 8°.

*Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien:*

Die europäische Türkei von Ami Boué. Deutsch herausgegeben. 2 Vol. 1889.
Denkschriften. Math.-naturw. Classe. Bd. 54. 1888. 4°.
Sitzungsberichte. Math.-naturw. Classe. I. Abth. 1888. Nr. 1—5. II. Abth. a. 1888. Nr. 1—7. II. Abth. b. 1888. Nr. 1—7. III. Abth. 1888. Nr. 1—6. 8°.

*Anthropologische Gesellschaft in Wien:*

Mittheilungen. Bd. XIX. Heft 1—2. 1889. 4°.

*K. K. Gesellschaft der Aerzte in Wien:*

Medizinische Jahrbücher. Jahrg. 1888. Heft 6—8. 1888—89. 8°.

*K. K. geographische Gesellschaft in Wien:*

Mittheilungen. Bd. XXXI. 1888. 8°.

*Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien:*

Verhandlungen. Jahrg. 1888. Bd. 38. Quart. III. IV. 1888. 8°.

*K. K. naturhistorisches Hofmuseum in Wien:*

Annalen. Bd. IV. Nr. 2. 1889. 4°.

*K. K. geologische Reichsanstalt in Wien:*

Verhandlungen. 1888. Nr. 15—18. 1889. Nr. 1—6. 1888—89. 4°.
Jahrbuch. 1888. Bd. 38. Heft 4. 1888—89. 4°.

*v. Kuffner'sche Sternwarte in Wien:*

Publicationen. 1. Bd. 1889. 4°.

*Nassauischer Verein für Naturkunde in Wiesbaden:*

Jahrbücher. Jahrg. 41. 1888. 8°.

*Physikalisch-medizinische Gesellschaft in Würzburg:*

Verhandlungen. N. F. Bd. XXII. 1889. 8°.
Sitzungsberichte. Jahrg. 1888. 1888. 8°.

*Naturforschende Gesellschaft in Zürich:*

Vierteljahrsschrift. Jahrg. 33. Heft 2. 1888. 8°.

*Schweizerische geodätische Commission in Zürich:*

Das Schweizerische Dreiecksnetz. Bd. IV. 1889. 4°.

---

**Von folgenden Herren:**

*Johann von Asbóth in Wien:*

Bosnien und die Herzegowina. 1888. 4°.

*A. Blytt in Christiania:*

The probable cause of the displacement of beach-lines. 1889. 8°.
On variations of climate in the course of time. 1886. 8°.

*James D. Dana in New-Haven:*

On the Volcanoes and Volcanoese — Phenomena of the Hawaiian Islands. 1887—89. 8°.

*Eduard R. Dickerson in Princeton, N.-Y.:*

Joseph Henry and the magnetic Telegraph. New-York 1885. 8°.

*F. C. Donders (†) in Utrecht:*

Onderzoekingen in het physiologisch Laboratorium. 3. Reeks. XI. 1889. 8°.

*R. Fresenius in Wiesbaden:*

Chemische Analyse der Soolquelle im Admiralsgarten-Bad in Berlin. Wiesbaden 1888. 8°.
Chemische Analyse der Kaiser-Friedrich-Quelle zu Offenbach a/M. Wiesbaden 1889. 8°.

*Johann Hülss in Mailand:*

Die Quadratur des Kreises und ihre Lösung. 1889. 8°.

*A. von Kölliker in Würzburg:*

Handbuch der Gewebelehre des Menschen. 6. Aufl. Bd. 1. Leipzig 1889. 8°.

*Hermann Kopp in Heidelberg:*

Ueber die Molecularvolume von Flüssigkeiten. Leipzig 1889. 8°.

*Elias Loomis in New-Haven:*

Contributions to Meteorology. Chapter III. 1889. 4°.

*S. Nikitin in Petersburg:*

Bibliothèque géologique de la Russie. IV. 1888. 1889. 8°.
Notes sur la géologie de l'Asie Centrale I. 1889. 8°.
Quelques excursions dans les Musées. Brux. 1889. 8°.

*Gustav Ad. V. Peschka in Brünn:*

Freie Perspective. Bd. I. II. Leipzig 1888/89. 8°.

*Alfred Preudhomme de Borre in Brüssel:*

Répertoire alphabétique des noms spécifiques admis ou proposés dans la sous-famille des Libellulines. 1889. 8°.

*Michele Stosich in Triest:*

Il genere Physaloptera Rudolphi. 1889. 8°.
Brani di elmintologia Tergestina. Serie VI. 1889. 8°.

*A. Westphal in Berlin:*

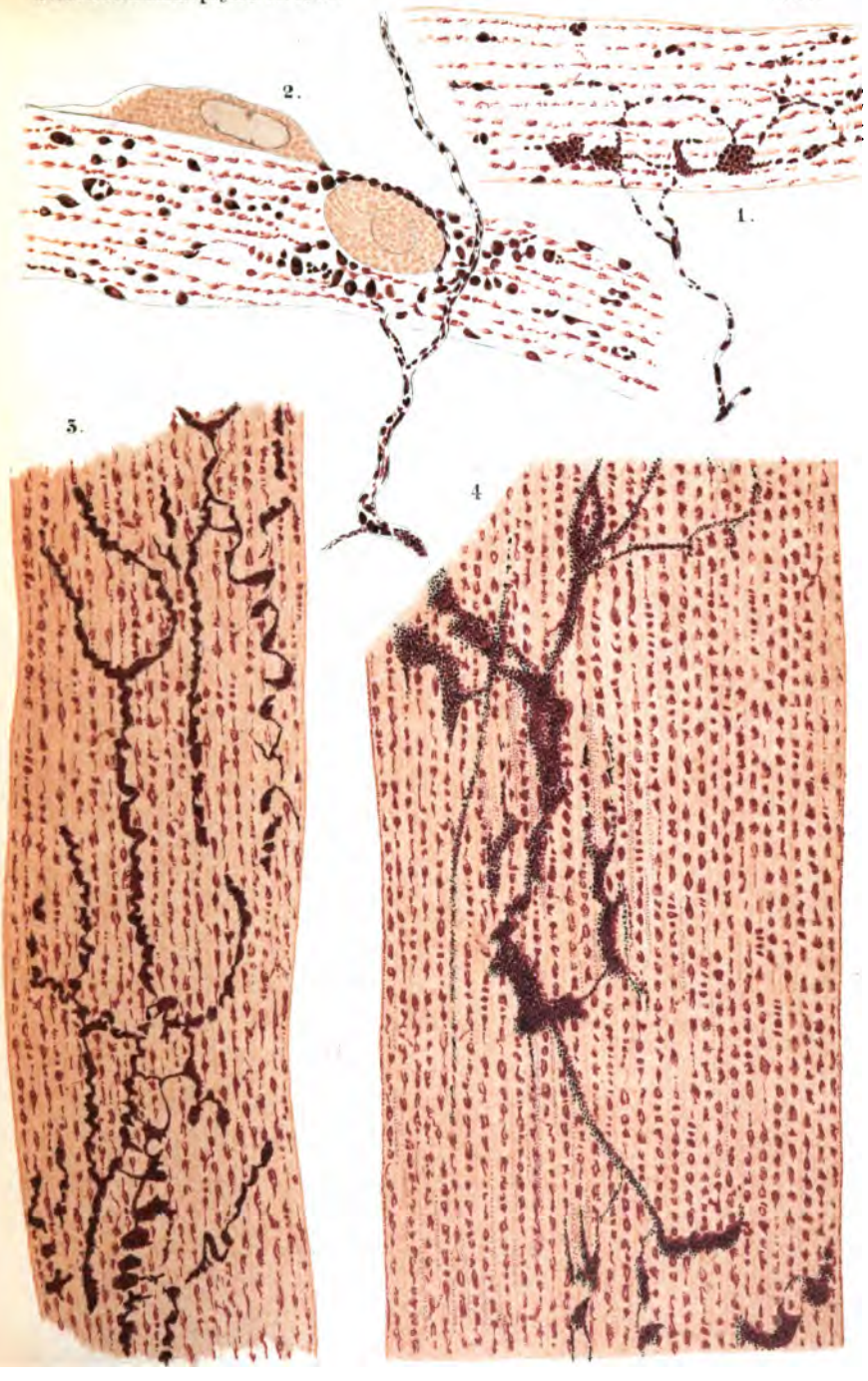
Basisapparate und Basismessungen. II. 1888. gr. 8°.

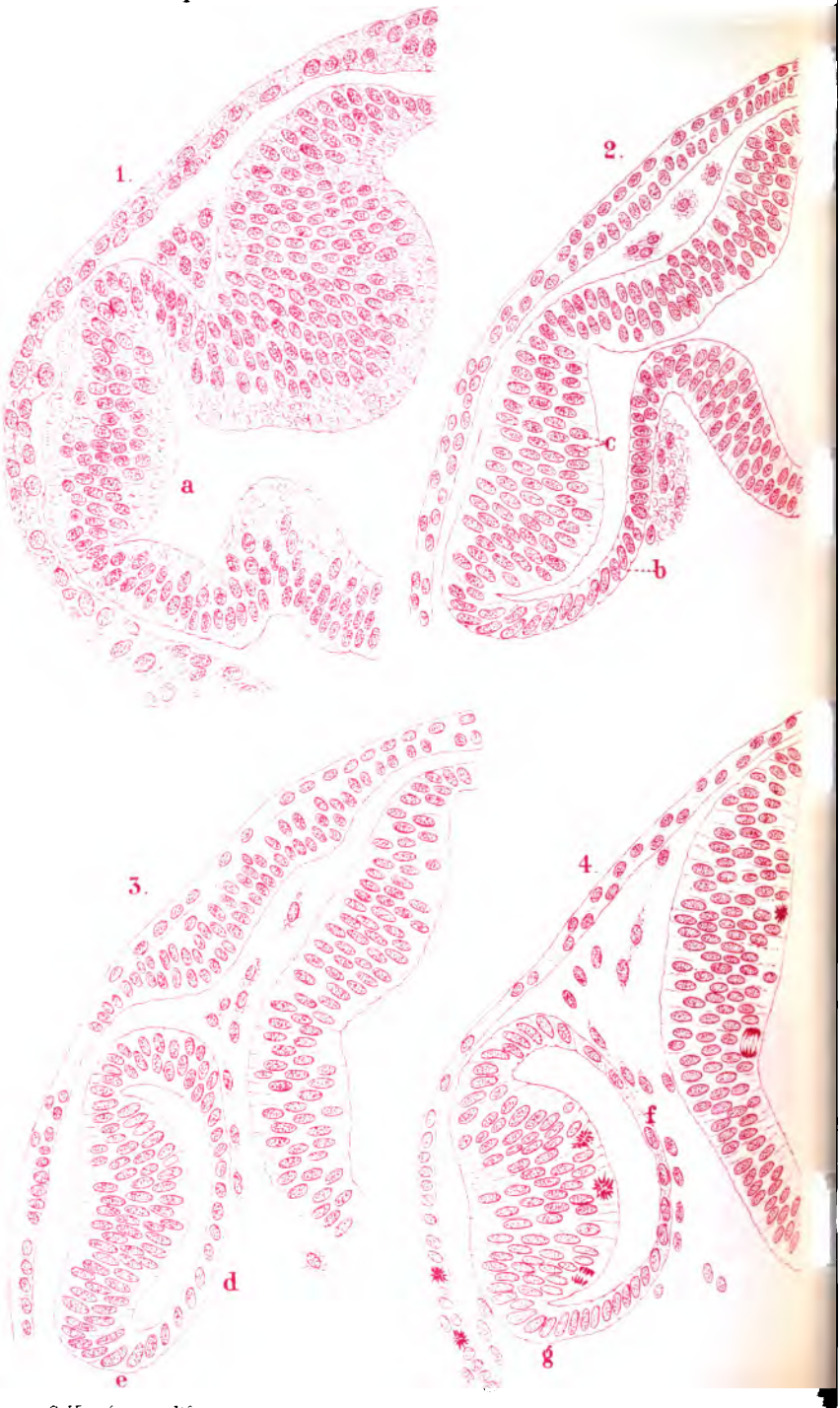
*Rudolf Wolf in Zürich:*

Astronomische Mittheilungen. LXXII. 1888. 8°.

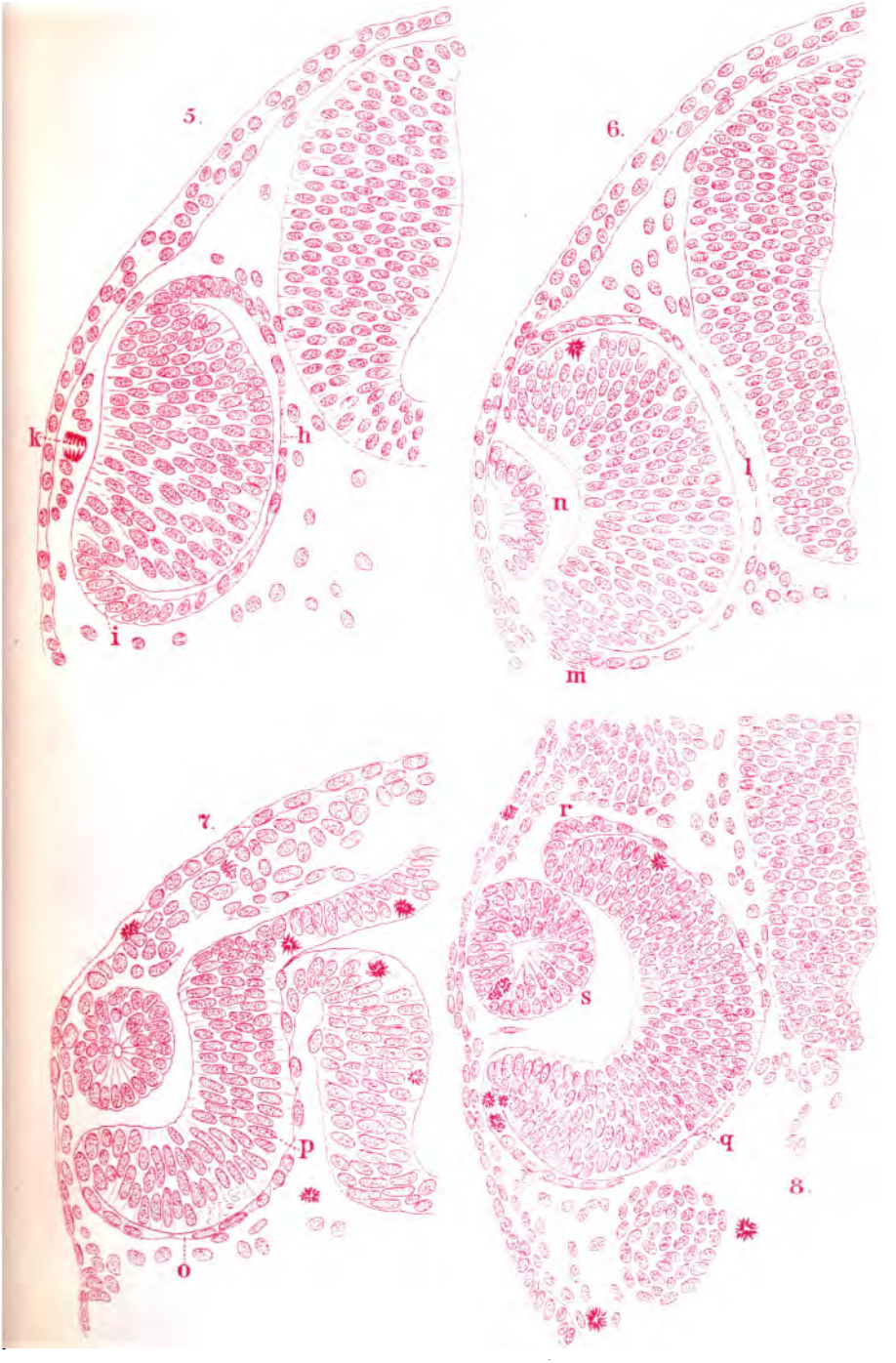
*Frau Baronin Wüllerstorf-Urbair, geb. Gräfin Rothkirch-Panthen in Wien:*

Vermischte Schriften des Freih. Bernh. von Wüllerstorf-Urbair. Herausgeg. von seiner Wittwe. Graz 1889. 8°.


2.
1.
3.
4




C. Krapf, gez. u. lith.




Carl Leyhum imp.

# Inhalt.

Die mit * bezeichneten Abhandlungen sind in den Sitzungsberichten nicht abgedruckt.

*Oeffentliche Sitzung der kgl. Akademie der Wissenschaften zur Feier des 130. Stiftungstages am 28. März 1889.*

Seite

C. v. Voit: Nekrologe . . . . . 109

*Sitzung vom 4. Mai 1889.*

J. v. Gerlach: Ueber die Einwirkung des Methylenblaus auf die Muskelnerven des lebenden Frosches (Mit Tafel I) . 125

N. Rüdinger: Ueber die Bildung der primären und sekundären Augenblase bei Triton alpestris (Mit Tafel II) . 137

Frz. Hessler: Generelle Uebersicht der Heilmittel in dem Áyurvéda des Suśrutas . . . . . 153

O. E. Meyer: Ueber Gebirgsmagnetismus . . . . . 167

*Sitzung vom 1. Juni 1889.*

A. Voss: Ueber die conjugirte Transformation einer bilinearen Form in sich selbst . . . . . 175

L. Radlkofer: a) Ueber Nothochilus, eine neue Scrophularineen-Gattung aus Brasilien . . . . . 213

b) Ueber Theophrasta und Clavija . . . . 221

*M. Nöther: Zur Theorie der Berührungscurven der ebenen Curve vierter Ordnung . . . . . 175

*R. Hertwig: Ueber die Conjugation der Infusorien . . . . 175

*Sitzung vom 6. Juli 1889.*

A. Voss: Ueber die mit einer bilinearen Form vertauschbaren bilinearen Formen . . . . . 283

*Erwin Voit: Ueber den geringsten Eiweissbedarf in der Nahrung . . . . . 283

Einsendungen von Druckschriften . . . . . 301

Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.

APR 24 1890

# Sitzungsberichte

der

## mathematisch-physikalischen Classe

der

## k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

1889. Heft III.

München.
Verlag der K. Akademie.
1890.

In Commission bei G. Franz.

HARVARD COLLEGE
APR 24 1890
LIBRARY

# Sitzungsberichte

der

## königl. bayer. Akademie der Wissenschaften.

### Mathematisch-physikalische Classe.

Sitzung vom 2. November 1889.

1. Herr EUGEN LOMMEL legte eine Mittheilung über „die Curven gleicher Lichtstärke in den Axenbildern doppelbrechender Krystalle“ vor.

2. Herr AUREL VOSS sprach: „über einen Satz aus der Theorie der Determinanten.“

3. Herr WILHELM VON GÜMBEL hielt einen Vortrag: „geologische Bemerkungen über die warmen Quellen von Gastein und ihre Umgebung.“

## Die Curven gleicher Lichtstärke in den Axenbildern doppelbrechender Krystalle.

Von E. Lommel.

(*Eingelaufen 2. November.*)

In einer älteren Abhandlung[1]) habe ich die Curven gleicher Lichtstärke (man kann sie „Isophoten“ nennen), welche in den Interferenzbildern doppelbrechender Krystall-

1) Lommel, Die Interferenzerscheinungen zweiaxiger, senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittener Krystallplatten im homogenen polarisirten Licht; Pogg. Ann. 120. 69—95. 1863.

platten im convergenten polarisirten Lichte auftreten, wie ich glaube zuerst,[1]) zur Sprache gebracht.

Die Lichtstärke $J^2$ in einem Punkte des Bildes ist ausgedrückt durch die Gleichung:

$$J^2 = A^2 \left(\cos^2(\varphi - \psi) - \sin 2(\alpha \quad \varphi) \sin 2(\alpha - \psi) \sin^2 \pi \vartheta\right),$$

wenn $A$ die Amplitude des einfallenden Lichtes, $\varphi$ und $\psi$ die Winkel der Schwingungsrichtungen des Polarisators und Analysators, $\alpha$ den Winkel der im betrachteten Punkte stattfindenden Schwingung mit einer festen Richtung des Gesichtsfeldes, und $\vartheta$ den daselbst stattfindenden Gangunterschied, in Wellenlängen ausgedrückt, bedeuten.

Die Gestalt der Erscheinung ist in jedem Falle bedingt durch zwei Systeme krummer Linien, die Curven gleichen Gangunterschiedes (Isochromaten) und die Curven gleicher Schwingungsrichtung (Isogyren), deren resp. Gleichungen sind:

$$\vartheta = \text{const.} \quad \text{und} \quad \alpha = \text{const.}$$

Im Falle einer senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittenen zweiaxigen Krystallplatte von kleinem Axenwinkel hat man:

$$\vartheta = \frac{dq}{\lambda} r_1 r_2,$$

wenn $d$ die Dicke der Platte, $\lambda$ die Wellenlänge, $q$ eine von den optischen Constanten des Krystalles abhängige Grösse, $r_1$ und $r_2$ die von den beiden Axenpunkten oder Polen nach dem betrachteten Bildpunkt gezogenen Strahlen bezeichnen.

Ist $\varrho$ ein für eine und dieselbe Curve constanter Parameter, welcher jedoch von Curve zu Curve sich ändert, so ist

$$r_1 r_2 = \varrho^2$$

---

1) Viel später erst werden diese Curven wieder erwähnt von W. D. Niven, On the rings and brushes of crystals, Quarterly Journal of Mathematics, 13. p. 174. 1874.

die Gleichung der Isochromaten, des bekannten Systems homopolarer Lemniscaten.

Die Isogyren sind eine Schaar gleichseitiger Hyperbeln ($\alpha = \text{const.}$), welche sämmtlich durch die Pole $A$ und $A^1$ hindurchgehen und die Lemniscaten rechtwinklig durchschneiden. Die beiden zu einander senkrechten Schwingungen, welche längs einer Hyperbel stattfinden, erfolgen parallel zu deren Asymptoten, welche durch den Mittelpunkt $O$ des Lemniscatensystems hindurchgehen. Jede Hyperbel bildet im Pole mit der Richtung $OA$ (von welcher aus die Winkel $\alpha$, $\varphi$, $\psi$ gezählt werden) einen Winkel $(2\alpha)$, der doppelt so gross ist als der Winkel $(\alpha)$ ihrer Schwingungsrichtung mit derselben Geraden $OA$.

Jeder Punkt des Gesichtsfeldes ist Schnittpunkt einer Lemniscate $\varrho$ mit einem Aste einer Hyperbel $\alpha$; $\varrho$ und $\alpha$ können daher als „lemniscatische Coordinaten[1]“ dieses Punktes angesehen werden. Lässt man die beiden Pole im Mittelpunkte $O$ zusammenfallen, so verwandeln sich die Lemniscaten in um $O$ concentrische Kreise, die Hyperbeln in ihre Asymptoten, d. h. in je zwei zu einander senkrechte durch $O$ gehende Gerade, und $\varrho$, $\alpha$ sind jetzt beziehungsweise Radius vector und Polarwinkel eines gewöhnlichen Polarcoordinatensystems.

Versteht man nun in dem Intensitätsausdruck

$$J^2 = A^2 \left( \cos^2(\varphi - \psi) - \sin 2(\alpha - \varphi) \sin 2(\alpha - \psi) \sin^2 \frac{\pi}{a^2} \varrho^2 \right)$$

(wo $a^2$ statt der stets positiven Constanten $\lambda/dq$ gesetzt ist) unter $\varrho$ und $\alpha$ lemniscatische Coordinaten, so nimmt die Untersuchung dieses Ausdrucks für zweiaxige Krystalle genau denselben Weg wie für einaxige Krystalle, wo $\varrho$ und $\alpha$ gewöhnliche Polarcoordinaten bedeuten.

1) Lommel, Ueber lemniscatische Coordinaten. Schlömilch's Zeitschr. f. Math. u. Phys. 12. 45—78. 1867.

Unter Anwendung lemniscatischer Coordinaten wurden in der Eingangs erwähnten Abhandlung hinsichtlich des Axenbildes zweiaxiger (und somit auch einaxiger) Krystalle unter anderen folgende Resultate gewonnen.

Die Gleichung der Curven gleicher Lichtstärke (Isophoten) ist:

$$-\sin 2(\alpha-\varphi)\sin 2(\alpha-\psi)\sin^2\frac{\pi}{a^2}\varrho^2 = k.$$

Zu ihnen gehören vor allem (für $k=o$) die Lemniscaten $\varrho^2 = na^2$ („Hauptlemniscaten") und die beiden Hyperbeln $\alpha=\varphi$ und $\alpha=\psi$ („Haupthyperbeln"), auf welchen die nämliche Lichtstärke $A^2\cos^2(\varphi-\psi)$ herrscht, die ohne die Krystallplatte das ganze Gesichtsfeld gleichmässig erfüllend wahrgenommen würde. In ihren Durchkreuzungspunkten, also in jedem Pole, bilden die beiden Haupthyperbeln einen Winkel $2(\varphi-\psi)$ mit einander, der doppelt so gross ist als der spitze Winkel $\varphi-\psi\left(o\leqq\varphi-\psi\leqq\frac{\pi}{2}\right)$ zwischen den Schwingungsrichtungen des Polarisators und des Analysators.

Durch die Hauptlemniscaten und die beiden zu ihnen rechtwinkligen Haupthyperbeln wird das ganze Bild in rechteckige krummlinig begrenzte Felder zerschnitten. Innerhalb der Felder, welche zwischen den beiden Haupthyperbeln $(\psi<\alpha<\varphi)$ liegen, ist die Lichtstärke grösser, in den übrigen kleiner als $A^2\cos^2(\varphi-\psi)$.

Denkt man sich in jedem Punkte der Bildebene die Lichtstärke als Ordinate senkrecht errichtet, so wird durch das so erhaltene Lichtgebirge die Vertheilung der Intensität anschaulich dargestellt. Die Hauptlemniscaten und die Haupthyperbeln bilden dann ein im Niveau $A^2\cos^2(\varphi-\psi)$ verlaufendes horizontales Strassennetz, wodurch das ganze Terrain in die erwähnten Felder zerlegt wird. Ueber jedem Felde innerhalb der helleren Scheitelräume erhebt sich ein Lichtberg über das Niveau der Strassen, in jedem Felde

der dunkleren Räume senkt sich ein muldenförmiges Thal unter dieses Niveau hinab.

Die Maxima und Minima der Lichtstärke (Berggipfel und Thaltiefen) liegen auf den „Maximum- und Minimum-Lemniscaten" $\varrho^2 = \frac{1}{2}(2n+1)a^2$, und zwar die Maxima ($J^2 = A^2$) da, wo sie von der „Maximum-Hyperbel" $\alpha = \frac{1}{2}(\varphi + \psi)$, die Minima ($J^2 = 0$) dort, wo sie von der „Minimum-Hyperbel" $\alpha = \frac{1}{2}(\varphi + \psi) - \frac{1}{4}\pi$ geschnitten werden. Maximum- und Minimum-Hyperbel halbiren in den Polen die Winkel zwischen den zwei Haupthyperbeln, und stehen daselbst auf einander senkrecht.

Die Linien gleicher Lichtstärke, für welche $k$ von Null verschieden ist, umgeben in jedem Felde als geschlossene Curven (Horizontalcurven des Gebirges) die Maximal- oder Minimalpunkte; jede derselben umschliesst nur ein Maximum oder Minimum, mit Ausnahme derjenigen, welche den Mittelpunkt $O$ in sich schliessen, woselbst das Lichtgebirge im allgemeinen eine sattelförmige Gestalt besitzt.[1])

In den helleren Scheitelräumen sind alle Curven gleicher Lichtstärke $J^2 = A^2\left(\cos^2(\varphi - \psi) + k\right)$ zwischen zwei Hyperbeln eingeschlossen, deren Schwingungsrichtungen (Asymptoten) von denjenigen der Maximumhyperbel, also auch von denjenigen der zwei Haupthyperbeln beiderseits um gleichviel abweichen, nämlich zwischen den Hyperbeln $\alpha = \psi + \alpha^1$, $\alpha = \varphi - \alpha^1$, wo $\alpha^1$ der Gleichung $\sin^2 2\alpha^1 = k$ genügt. Diese beiden Hyperbeln berühren die Isophoten in den Punkten, wo sie den Maximum- und Minimum-Lemniscaten begegnen.

Im dunkleren Gebiete werden ebenso alle Isophoten von der Lichtstärke $J^2 = A^2\left(\cos^2(\varphi - \psi) - k\right)$ von den beiden Hyperbeln $\alpha = \psi - \alpha^1$, $\alpha = \varphi + \alpha^1$ berührt.

---

1) Man vergleiche hiezu die in der erwähnten Abhandlung beigegebene genaue Zeichnung Pogg. Ann. 120. Taf. I. Fig. 5. 1863.

Jede Curve gleicher Lichtstärke ist zwischen zwei Lemniscaten $\varrho^2 = na^2 + \delta$ und $\varrho^2 = (n+1)a^2 - \delta$ (wo $\delta$ der Gleichung $\sin^2(\varphi - \psi)\sin^2\frac{\pi}{a^2}\delta = k$ genügt) eingeschlossen, welche hinsichtlich ihres Gangunterschiedes von den beiden Hauptlemniscaten $\left(\varrho^2 = na^2,\ \varrho^2 = (n+1)a^2\right)$, die das entsprechende Feld begrenzen, und demnach auch von der das Feld durchsetzenden Maximum- und Minimum-Lemniscate $\varrho^2 = \frac{1}{2}(2n+1)a^2$ um gleichviel abweichen. Die Berührungspunkte jener Lemniscaten mit der Isophote liegen auf der Maximum- (oder Minimum-) Hyperbel.

Jede zwischen diesen berührenden Lemniscaten liegende Lemniscate $\varrho_1^2 = n^2a^2 + \varepsilon\,(\varepsilon > \delta)$ schneidet die Isophote in zwei Punkten, die auf Hyperbeln liegen, deren Schwingungsrichtungen (Asymptoten) $\alpha = \psi + \beta$ und $\alpha = \varphi - \beta$ von denjenigen der Haupthyperbeln um gleichviel abweichen. Die beiden andern Schnittpunkte dieser Hyperbeln mit derselben Isophote liegen auf einer zweiten Lemniscate $\varrho_2^2 = (n+1)a^2 - \varepsilon$, deren Gangunterschied von demjenigen der Maximum- und Minimum-Lemniscate um ebensoviel abweicht wie bei jener ersten Lemniscate. Die Werte $\beta$ und $\varepsilon$ genügen der Gleichung

$$\sin 2\beta \sin 2(\varphi - \psi - \beta)\sin^2\frac{\pi}{a^2}\varepsilon = k.$$

Fur alle auf der Hyperbel $\alpha = \psi + \beta$ liegende Punktepaare aller $k$-Isophoten ist hienach die Differenz der Gangunterschiede $\varrho_2^2 - \varrho_1^2 = a^2 - 2\varepsilon$ die nämliche, und unabhängig von der Ordnungszahl $n$ der Isophote. Denselben Werth hat diese Differenz auch auf der Hyperbel $\alpha = \varphi - \beta$, welche jenseits von der Maximum-Hyperbel um gleichviel abweicht.

Da ferner $\varrho_2^2 + \varrho_1^2 = (2n+1)a^2$ unabhängig von $\varepsilon$, folglich auch unabhängig von $k$ ist, so ist diese Summe für alle in demselben $n^{\text{ten}}$ Felde liegenden Isophoten constant, und nimmt nach aussen hin von Feld zu Feld um $2a^2$ zu.

Ist $\varrho_m$ der Parameter einer Maximum- und Minimum-Lemniscate $\left(\varrho_m^2 = \frac{1}{2}(2n+1)\,a^2\right)$, so ist $\varrho_2^2 - \varrho_m^2 = \varrho_m^2 - \varrho_1^2 = \frac{1}{2}a^2 - \varepsilon = \frac{1}{2}(\varrho_2^2 - \varrho_1^2)$ ebenfalls unabhängig von der Ordnungszahl $n$.

Für Punktpaare derselben Hyperbel, welche auf den einander zugewendeten Theilen zweier aufeinanderfolgender Isophoten und sonach auf den Lemniscaten $\varrho'^2 = na^2 + \varepsilon$ und $\varrho^2 = na^2 - \varepsilon$, ergibt sich $\varrho'^2 - \varrho^2 = 2\varepsilon$ ebenfalls unabhängig von $n$. Bezeichnet $\varrho_0^2 = na^2$ die zwischenliegende Hauptlemniscate, so hat man noch $\varrho'^2 - \varrho_0^2 = \varrho_0^2 - \varrho^2 = \frac{1}{2}(\varrho'^2 - \varrho^2) = \varepsilon$ und $\frac{1}{2}(\varrho'^2 + \varrho^2) = \varrho_0^2 = na^2$. Auch diese Differenzen und Summen haben auf den beiden Hyperbeln, welche von der Maximum- (oder Minimum-) Hyperbel beiderseits um gleichviel abweichen, den nämlichen Werth.

Alle diese Sätze gelten sowohl für zweiaxige als auch für einaxige Krystalle, indem für letztere unter $\varrho$ und $\alpha$ statt lemniscatischer Coordinaten gewöhnliche Polarcoordinaten zu verstehen sind.

Man erkennt nun leicht, dass der Satz, welchen Herr Glazebrook[1]) zwanzig Jahre später nur für einaxige senk-

1) R. T. Glazebrook, On the isochromatic curves of polarized light seen in a uniaxal crystal cut at right angles to the optic axis. Proceed. Cambridge Philos. Society, 4, 299—304. 1883.

Sowohl Herr Glazebrook als Herr Niven bezeichnen die Curven gleicher Intensität mitunter als „isochromatic curves". Diese Bezeichnung ist nicht zutreffend. „Isochromatisch" kann man nur die Curven gleichen Gangunterschiedes nennen, welche bei Anwendung von weissem Licht in ihrer ganzen Erstreckung denselben Farbenton, nur mit verschiedener Lichtstärke und Sättigung, aufweisen, also in den vorliegenden Fällen die Lemniscaten oder Kreise. Eine Isophote dagegen, welche längs ihres Umfanges für eine bestimmte Wellenlänge überall die gleiche Lichtstärke besitzt, zeigt in ihren verschiedenen Punkten verschiedene Farben, nämlich in jedem Punkte denjenigen Farbenton, welcher der Isochromate (hier Lemniscate oder Kreislinie) angehört, die durch diesen Punkt hindurchgeht; sie ist also nicht „isochromatisch".

recht zur Axe geschnittene Krystallplatten bewiesen hat, nämlich:

„Alle Curven (Ovale) gleicher Intensität berühren zwei von vier geraden Linien in Punkten, welche durch die Gleichung

$$\varrho = a \sqrt{\frac{2n+1}{2}}$$

gegeben sind,"

sowie eine Anzahl der Sätze, welche hierauf Herr Spurge[1]) hinsichtlich dieser Curven ebenfalls nur für einaxige Krystalle und nur für $\varphi - \psi = o$ oder $= \frac{1}{2}\pi$ abgeleitet hat, in obigen Sätzen als besondere Fälle bereits enthalten sind.

Gelten die bisher erwähnten Sätze sowohl für zweiaxige als für einaxige Krystalle, indem im letzteren Falle nur an Stelle der Lemniscaten concentrische Kreise, an Stelle der Hyperbeln die Radien dieser Kreise treten, so ist der zweite Satz Glazebrook's: „Alle Ovale gleicher Intensität sind von gleichem Flächeninhalt", nur für die einaxigen Krystalle richtig; denn nur bei diesen wird das von zwei consecutiven Radien und einer Isophote begrenzte Flächenelement durch $\frac{1}{2}(\varrho_2^2 - \varrho_1^2)\,d\alpha$ ausgedrückt, und ist demnach für alle $k$-Isophoten, welches auch ihre Ordnungszahl sein mag, von gleicher Grösse.

Wir können diesem Satze noch hinzufügen, dass jedes von einer Isophote umgrenzte Flächenstück sowohl durch den Maximum- und Minimum-Kreis, als auch durch die Maximum- (oder Minimum-) Gerade halbirt wird.

Physikalisch von grösserem Interesse als diese geometrischen Sätze ist die Frage nach der Lichtmenge, welche durch eine zwischen zwei Polarisatoren befindliche Krystallplatte oder einen begrenzten Theil derselben hindurchgeht. In

1) C. Spurge, On the curves of constant intensity of homogeneous polarized light seen in a uniaxal crystal cut at right angles to the optic axis. Proceed. Cambridge Philos. Society, 5, 74—86. 1884.

einer früheren Notiz [1]) habe ich diese Frage hinsichtlich der mittleren Lichtmenge, welche durch die ganze Platte dringt, bereits behandelt, und unter anderen folgende Sätze bewiesen:

Bringt man zwischen zwei Polarisatoren, deren Polarisationsebenen parallel oder rechtwinklich gekreuzt sind, eine einaxige, senkrecht zur Axe geschnittene Krystallplatte, so ist die mittlere Erleuchtung des Gesichtsfeldes dieselbe, als wenn man bei Abwesenheit der Platte die eine Polarisationsebene um $30^0$ drehen würde.

Bilden die Polarisationsebenen einen Winkel von $45^0$ mit einander, so ist die mittlere Erleuchtung eben so gross, als wenn die Krystallplatte gar nicht vorhanden wäre.

Ist bei einer zweiaxigen senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittenen Krystallplatte die eine Polarisationsebene parallel oder senkrecht, die andere unter $45^0$ geneigt zur Ebene der optischen Axen, so findet im Gesichtsfeld dieselbe mittlere Erleuchtung statt, als wenn die Krystallplatte gar nicht vorhanden wäre.

Diesen früher bewiesenen auf die mittlere Erleuchtung des ganzen Gesichtsfeldes sich beziehenden Sätzen sei nun hier betreffs der Lichtmenge, welche durch ein von einer Isophote begrenztes Flächenstück hindurchgeht, nach Folgendes hinzugefügt.

Die auf das Flächenelement $\varrho d\varrho d\alpha$ im Axenbilde eines einaxigen Krystalls treffende Lichtmenge beträgt, wenn man $A = 1$ setzt:

$$\cos^2(\varphi - \psi) \cdot \varrho d\varrho d\alpha - \sin 2(\alpha - \varphi) \sin 2(\alpha - \psi) \sin^2 \frac{\pi}{a^2} \varrho^2 \cdot \varrho d\varrho d\alpha,$$

und ergibt durch Integration nach $\varrho$ für den zwischen den

2) Lommel, Ueber die Lichtmenge, welche im Polarisationsapparat durch eine zur optischen Axe oder zur ersten Mittellinie senkrecht geschnittene Krystallplatte hindurchgeht. Schlöm. Zeitschrift 12, 514—520. 1867.

Radien $\alpha$ und $\alpha + d\alpha$ und den isochromatischen Kreisen $\varrho_1$ und $\varrho_2$ enthaltenen elementaren Flächenstreifen die Lichtmenge:

$$\tfrac{1}{2}\cos^2(\varphi - \psi)\cdot(\varrho_2^2 - \varrho_1^2)\,d\alpha - \left[\tfrac{1}{4}(\varrho_2^2 - \varrho_1^2) - \frac{a^2}{8\pi}\right.$$
$$\left.(\sin\frac{2\pi}{a^2}\varrho_2^2 - \sin\frac{2\pi}{a^2}\varrho_1^2)\right]\sin 2(\alpha - \varphi)\sin 2(\alpha - \psi)\cdot d\alpha.$$

Ist der Flächenstreifen von einer Isophote begrenzt, d. h. ist $\varrho_2^2 = (n+1)a^2 - \varepsilon$, $\varrho_1^2 = na^2 + \varepsilon$, so ist die Lichtstärke

$$\tfrac{1}{2}(a^2 - 2\varepsilon)\cos^2(\varphi - \psi)\,d\alpha - \left(\tfrac{1}{4}(a^2 - 2\varepsilon) + \frac{a^2}{4\pi}\sin\frac{2\pi}{a^2}\varepsilon\right)$$
$$\sin 2(\alpha - \varphi)\sin 2(\alpha - \psi)\cdot d\alpha$$

unabhängig von der Ordnungszahl $n$, und somit für alle $k$-Isophoten die nämliche. Da, was für die einzelnen Flächenstreifen gilt, auch für die ganzen Flächen gelten muss, so gelangen wir zu dem Satz:

Alle von Curven gleicher Lichtstärke begrenzten Flächenstücke lassen gleiche Lichtmengen durch.

Ebenso lässt sich zeigen, dass auch alle Flächenstücke, welche von zwei aufeinander folgenden Isophoten und den zwei sie berührenden Geraden begrenzt werden, gleiche Lichtmengen durchlassen.

Denken wir uns die Intensitätsvertheilung wieder durch das oben erwähnte Lichtgebirge versinnlicht, so werden von diesem durch jede in einer Höhe, die kleiner ist als 1, gelegte Horizontalebene Gipfel abgeschnitten, die von Curven gleicher Lichtstärke umrandet sind, und die Lichtmenge, welche durch eine solche geschlossene Curve geht, wird dargestellt durch den Cubikinhalt des abgeschnittenen Gipfels, vermehrt um den Cubikinhalt des unter ihm bis zur Nullebene hinabreichenden geraden Cylinders. Da aber diese Cylinder für alle $k$-Isophoten wegen des gleichen Flächen-

inhalts der letzteren an Volumen gleich sind, so sind auch alle abgeschnittenen Gipfel an Rauminhalt gleich. Auch erkennt man leicht, dass jeder Gipfel durch den Cylindermantel, der sich über dem zugehörigen Maximum- und Minimumkreis $\varrho^2 = \frac{1}{2}(2n+1)a^2$ erhebt, sowie durch die Verticalebene, welche durch die Maximum-Gerade $\alpha = \frac{1}{2}(\varphi + \psi)$ gelegt ist, halbirt, und sonach durch diese beiden Flächen in vier Theile von gleichem Cubikinhalt zerlegt wird. Ebenso wird auch die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Isophoten und den sie berührenden Geraden sich erbebende Gebirgsmasse sowohl durch den Cylinder über dem zwischenliegenden Hauptkreis als auch durch die eben genannte Ebene in gleiche Theile getheilt.

Wenn die Polarisationsebenen einen Winkel von $45^0$ mit einander bilden ($\varphi - \psi = \frac{1}{4}\pi$), so bleibt die Gleichung der Isophoten, welche jetzt wie folgt lautet:

$$-\sin 2(\alpha - \varphi)\cos 2(\alpha - \varphi)\sin^2\frac{\pi}{a^2}\varrho^2 = k,$$

ungeändert, wenn man gleichzeitig $\alpha + \frac{1}{4}\pi$ statt $\alpha$ und $-k$ statt $k$ setzt. Daraus geht hervor, dass die in den hellen Scheitelräumen über das Niveau $\frac{1}{2}$ aufsteigenden Berggipfel nicht nur unter sich an Rauminhalt gleich, sondern auch mit den in den dunkeln Scheitelräumen zwischen denselben Hauptkreisen sich einsenkenden Thalmulden congruent sind, so dass diese durch jene genau ausgefüllt werden können. Die mittlere Intensität m ganzen Gesichtsfeld muss daher gleich derjenigen auf den Hauptkreisen und Hauptgeraden, nämlich $= \frac{1}{2}$ sein, welche auch bei Abwesenheit der Krystallplatte im Gesichtsfelde herrschen würde. Die gegenwärtige Betrachtung führt sonach zu demselben Satz, der früher schon auf anderem Wege gefunden war.

Für die zweiaxigen Krystalle gelten die auf den Flächeninhalt der Isophoten und den Cubikinhalt der Lichtberge

bezüglichen Sätze im allgemeinen nicht, oder vielmehr sie gelten genähert erst in so grosser Entfernung von der Bildmitte, dass die Lemniscaten daselbst als mit um diese Mitte beschriebenen Kreisen zusammenfallend angesehen werden können. Nur in dem Falle, dass $\varphi = 45^0$, $\psi = o$ ist, lässt sich ohne Schwierigkeit wie vorhin zeigen, dass an jedes Feld in einem der helleren Scheitelräume ein zwischen denselben beiden Hauptlemniscaten gelegenes ganz gleiches Feld in einem der dunkleren Scheitelräume angrenzt, und dass der über jenem sich erhebende Lichtberg congruent ist mit dem unter letzteres sich hinabsenkenden Thal. Obgleich also hier die Berge oder die Thäler über Isophoten verschiedener Ordnungszahl unter sich nicht gleich sind, so compensiren sich doch paarweise je ein Berg mit einem Nachbarthal von derselben Ordnungszahl, und es ergibt sich wie früher der Satz, dass in diesem Falle die mittlere Erleuchtung des Gesichtsfeldes die nämliche ist, als wenn die Krystallplatte gar nicht vorhanden wäre.

# Ueber einen Satz aus der Theorie der Determinanten.

Von A. Voss.

(*Eingelaufen 2. November.*)

Im 86. Bande des Borchardt'schen Journals hat Herr Stickelberger den folgenden Satz ausgesprochen:

„Ist die Determinante $w$ der Schaar bilinearer Formen $C = \Sigma c_{ik}\, x_i\, y_k = r\,A - B$ nicht identisch Null, und bestimmt man in den Determinanten

$$W_{k-1} = \begin{vmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} & u_1^1 & \cdots & u_1^{k-1} & u_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} & u_n^1 & \cdots & u_n^{k-1} & u_n \\ v_1^1 & \cdots & v_n^1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ v_1^{k-1} & \cdots & v_n^{k-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ v_1 & \cdots & v_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$w_k = \begin{vmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} & u_1^1 & \cdots & u_1^k \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} & u_n^1 & \cdots & u_n^k \\ v_1^1 & \cdots & v_n^1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ v_1^k & \cdots & v_n^k & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix},$$

die Constanten $u_\alpha^1$, $v_\alpha^1$ ($\alpha = 1, 2 \ldots n$) so, dass $w$ durch keine höhere Potenz des Linearfactors $r - r_0$ der Determinante $w$ theilbar ist, als alle Coeffizienten der bilinearen Form $W$, alsdann die Constanten $u_\alpha^2$, $v_\alpha^2$ so, dass $w_2$ durch keine höhere Potenz von $r - r_0$ theilbar ist, als alle Coefficienten von $W_1$ u. s. w.; so ist $w_k$ durch keine höhere Potenz von $r - r_0$ theilbar, als sämmtliche $k^{\text{ten}}$ Unterdeterminanten von $w$."

Herr Stickelberger hat diesen, zunächst für die Theorie der bilinearen Formen wichtigen Satz durch eine eigenthümliche Betrachtung bewiesen, welche auf der Weierstrass'schen Reduction der Schaar auf ihre Normalform beruht, und sich daher namentlich nicht auf den Fall anwenden lässt, wo die $c_{ik}$ nicht mehr lineare Functionen eines Parameters $r$, sondern überhaupt rationale ganze Functionen eines solchen, resp. analytische Functionen sind, die in der Nähe von $r_0$ sämmtlich den Character einer ganzen rationalen Function haben.

Ich beabsichtige im folgenden zu zeigen, wie der Beweis dieses Satzes auf eine identische Determinantenrelation gegründet werden kann,[1]) und damit sowohl eine Schwierigkeit zu beseitigen, die Herr Stickelberger besonders nachdrücklich hervorgehoben hat (a. a. O. S. 22) als auch das Theorem selbst von der genannten Einschränkung zu befreien, und in einen allgemeinen Satz der Determinantentheorie zu verwandeln.

Diese Relation leitet man leicht aus einem bekannten Satze der Determinantentheorie ab. Bezeichnet man die mit

---

1) Einen auf ganz anderen Grundlagen beruhenden Beweis der genannten Sätze deutet Herr Frobenius, Journal v. Borchardt Bd. 88, S. 116, kurz an, doch ist es vielleicht nicht überflüssig, dieselben, abgesehen von der im Texte gegebenen Verallgemeinerung, unabhängig von der Theorie der Jacobi'schen Normalformen herzuleiten.

$k$-Grössenreihen $u_\alpha^s$, $v_\alpha^s$; $s = 1, 2 \ldots k$; $\alpha = 1, 2 \ldots n$ geränderte Determinante der Elemente $c_{ik}$, welche irgend welche rationale ganze Functionen eines Parameters $r$ oder auch solche Functionen sind, die in der Nähe irgend einer Nullstelle $r_0$ von $w$ oder auch der Unterdeterminanten von $w$ nach Potenzen von $r - r_0$ mit ganzen positiven Exponenten entwickelbar sind, durch

$$\begin{pmatrix} u^1 u^2 \ldots u^{k-2} u^{k-1} u^k \\ v^1 v^2 \ldots v^{k-2} v^{k-1} v^k \end{pmatrix}$$

oder auch durch:

$$\begin{pmatrix} u^{k-r} \ldots u^{k-2} u^{k-1} u^k \\ v^{k-r} \ldots v^{k-2} v^{k-1} v^k \end{pmatrix}$$

$$r = k - 1,\ k - 2,\ \ldots\ 0,$$

sodass im letzteren Falle nur die Symbole der letzten $r + 1$-Reihen angedeutet werden, so ist

$$1) \qquad \begin{pmatrix} u^{k-2} \\ v^{k-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-1} u^k \\ v^{k-1} v^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^{k-2} u^k \\ v^{k-1} v^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^k \\ v^{k-2} v^k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k-1} \\ v^{k-2} v^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^k \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix}.$$

Setzt man in dieser bekannten Identität zuerst

$$u_i^{k-1} = \alpha_i;\ \ i = 1, 2 \ldots n,$$

wo die $\alpha_i$ beliebige Grössen bedeuten, so ist

$$2) \qquad \begin{pmatrix} u^{k-2} \\ v^{k-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} \alpha u^k \\ v^{k-2} v^{k-1} v^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^{k-2} \alpha \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^k \\ v^{k-2} v^k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2} \alpha \\ v^{k-2} v^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^k \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix};$$

vertauscht man nun $u_i^k$ mit $u_i^{k-1}$, so wird aus 2)

$$3) \qquad \begin{pmatrix} u^{k-2} \\ v^{k-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} \alpha u^{k-1} \\ v^{k-2} v^{k-1} v^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^{k-2} \alpha \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k-1} \\ v^{k-2} v^k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2} \alpha \\ v^{k-2} v^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k-1} \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix}.$$

Multiplicirt man die Identitäten 2) und 3) respective mit

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k-1} \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k} \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix}$$

und subtrahirt dieselben dann, so wird

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} \\ v^{k-2} \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha & u^{k} \\ v^{k-2} v^{k-1} & v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k-1} \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha u^{k-1} \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k} \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix} \right]$$

$$= \begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k} \\ v^{k-2} & v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k-1} \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k-1} \\ v^{k-2} & v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k} \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix} \right],$$

oder, wenn man den Ausdruck rechts nach 1) ersetzt und den beiderseits auftretenden Factor fortlässt:

I.
$$\begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha u^{k} \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k-1} \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha u^{k-1} \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k} \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k-1} u^{k} \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix}.$$

welche Identität auch dann bestehen bleibt, wenn der in 1, 2, 3, linkerhand auftretende Factor identisch verschwinden sollte.

Um aus I noch eine weitere Identität abzuleiten, setze man in dieser Relation der Reihe nach

$$u_i^k = \beta_i; \quad u_i^{k-1} = \beta_i,$$

so folgt

$$\begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha\beta \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k-1} \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha u^{k-1} \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2}\beta \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{k-1}\beta \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha\beta \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} u^{h} \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha u^{k} \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2}\beta \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix}$$
$$= - \begin{pmatrix} u^{k-2}\beta u^{k} \\ v^{k-2} v^{k-1} v^{k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2}\alpha \\ v^{k-2} v^{k-1} \end{pmatrix};$$

also, wenn man die erste Gleichung mit

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha u^k \\ v^{k-2} & v^{k-1} \; v^k \end{pmatrix},$$

die zweite mit

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha u^{k-1} \\ v^{k-2} & v^{k-1} \; v^k \end{pmatrix}$$

multiplicirt und subtrahirt, und mit Hülfe von I reducirt

II. $$\begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha\beta \\ v^{k-2} & v^{k-1} \; v^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k-1} \; u^k \\ v^{k-2} & v^{k-1} \; v^k \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} u^{k-2} & \beta u^k \\ v^{k-2} & v^{k-1} \; v^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha u^{k-1} \\ v^{k-2} & v^{k-1} \; v^k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^{k-2} & \beta u^{k-1} \\ v^{k-2} & v^{k-1} \; v^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha u^k \\ v^{k-2} & v^{k-1} \; v^k \end{pmatrix}.$$

Von dieser Identität wird indess im folgenden kein Gebrauch gemacht werden.

Der Exponent, mit welchem ein Wurzelfactor $r - r_0 = \xi$ der Determinante der $c_{ik}$ in einer $k$-fach geränderten Determinante

$$\begin{pmatrix} u^k \\ v^k \end{pmatrix}$$

enthalten ist, heisse der Character derselben in Bezug auf den Modul $\xi$.[1]) Werden die Grössen $u$, $v$ sämmtlich als völlig willkürlich vorausgesetzt, so ist der Character zugleich der Exponent des grössten gemeinsamen Wurzelfactors $\xi$ der sämmtlichen $k^{\text{ten}}$ Unterdeterminanten, welcher durch $l_k$ bezeichnet werden mag. Ersetzt man einige oder alle der Grössen $u$, $v$ durch bestimmt gewählte Grössen, so kann sich der Charakter erhöhen oder ungeändert bleiben. Ist das letztere der Fall, so heisse die Determinante der ur-

1) Sind die Elemente $c_{ik}$ ganze Zahlen, mit welchem Falle sich auch namentlich Herr Frobenius a. a. O. Bd. 86 und 88, sowie Herr St. H. J. Smith, Phil. Trans. Vol. 151; Proc. of the London Math. Society, Vol. IV, beschäftigt haben, so hat man unter $\xi$ eine Primzahl zu verstehen, wenn die folgenden Betrachtungen gültig bleiben sollen.

sprünglichen congruent, und es mag dies durch das Zeichen $\equiv$ ausgedrückt werden.

Es seien nun $u_i^{k-1}$ und $u_i^k$ willkürliche Variabele, und nach Potenzen von $\xi$ entwickelt

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k-1} & u^k \\ v^{k-2} & v^{k-1} & v^k \end{pmatrix} = A\xi^{\lambda_k} + \ldots,$$

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha & u^k \\ v^{k-2} & v^{k-1} & v^k \end{pmatrix} = c_k \xi^{\lambda_k + \eta''} + \ldots,$$

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha & u^{k-1} \\ v^{k-2} & v^{k-1} & v^k \end{pmatrix} = c_{k-1} \xi^{\lambda_k + \eta''} + \ldots,$$

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & u^{k-1} \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix} = a_{k-1} \xi^{\lambda_{k-1}} + \ldots,$$

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & u^k \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix} = a_k \xi^{\lambda_{k-1}} + \ldots,$$

$$\begin{pmatrix} u^{k-2} & \alpha \\ v^{k-2} & v^{k-1} \end{pmatrix} = a \xi^{\lambda_{k-1} + \eta'} + \ldots,$$

wo die von $\xi$ freien Coefficienten

$$A,\ a,\ c_k,\ c_{k-1},\ a_k,\ a_{k-1},$$

nicht verschwinden und die Exponenten $\eta'$, $\eta''$ gleich oder grösser als Null sind. Setzt man diese Entwickelungen in I ein, so wird

$$a A \xi^{\lambda_k + \lambda_{k-1} + \eta'} + \ldots = (c_k a_{k-1} - c_{k-1} a_k) \xi^{\lambda_k + \lambda_{k-1} + \eta''} + \ldots,$$

und aus dieser Identität folgt, dass

$$\eta'' \leqq \eta'$$

sein muss. In dem besonderen Falle, wo $\eta' = o$, ist daher auch $\eta'' = o$, und zugleich

$$c_k a_{k-1} - c_{k-1} a_k$$

von Null verschieden.

Dies liefert den Satz:

1) Aendert die Ersetzung der willkürlichen Grössen $u^{k-1}$ durch irgend welche bestimmte Grössen $\alpha$ den Character $\lambda_{k-1}$ nicht, so wird auch keiner der Charactere $\lambda_h$, $h > k$, geändert, falls die $u^k$, $u^{k+1}$, .. als vollkommen willkürlich angesehen werden.

Hieraus folgt sogleich:

2) Bringt die jeweilige Ersetzung der willkürlichen Grössen $u^{k-1}$, respective der Grössen $v^{k-1}$, durch irgend welche Grössen $\alpha$, $\beta$ keine Aenderung des Characters hervor, so findet eine Aenderung auch bei gleichzeitiger Ersetzung der $u$, $v$ durch die $\alpha$, $\beta$ in keiner der höher geänderten Determinanten statt, falls die $u^k$, $v^k$; $u^{k+1}$, $v^{k+1}$, . . als vollkommen willkürlich angesehen werden.

Es seien nämlich die Grössen $\alpha$, $\beta$ so gewählt, dass

$$4) \qquad \begin{pmatrix} \alpha \\ v^{k-1} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^{k-1} \\ v^{k-1} \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} u^{k-1} \\ \beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^{k-1} \\ v^{k-1} \end{pmatrix},$$

wobei in der ersten Congruenz die $u^{k-1}$, in der zweiten die $v^{k-1}$ vollkommen willkürlich gedacht sind. Dann ist nach dem oben bewiesenen Satze

$$\begin{pmatrix} \alpha\, u^k \\ v^{k-1}\, v^k \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^{k-1}\, u^k \\ v^{k-1}\, v^k \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} u^{k-1}\, u^k \\ \beta \quad v^k \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^{k-1}\, u^k \\ v^{k-1}\, v^k \end{pmatrix};$$

und die erste Congruenz gilt für jedes auch specielle System der $v_k$. Setzt man daher in derselben

$$v^k = \beta; \quad v^{k-1} = v^k,$$

so wird

$$\begin{pmatrix} \alpha\, u^k \\ \beta\, v^k \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^{k-1}\, u^k \\ \beta \quad v^k \end{pmatrix},$$

welcher Ausdruck nach der zweiten Congruenz eben mit

$$\begin{pmatrix} u^{k-1}\, u^k \\ v^{k-1}\, v^k \end{pmatrix}$$

congruent wird, wie gezeigt werden sollte. Insbesondere folgt aus der Voraussetzung

$$5) \qquad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^{k-1} \\ v^{k-1} \end{pmatrix},$$

auch

$$\begin{pmatrix} \alpha & u^k \\ \beta & v^k \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^{k-1} & u^k \\ v^{k-1} & v^k \end{pmatrix},$$

denn aus 5) ergeben sich die beiden Voraussetzungen 4), während umgekehrt von 4) nicht auf 5) geschlossen werden kann. Aus 4) folgt mithin

$$\begin{pmatrix} \alpha & u^k & u^{k+1} & . . \\ \beta & v^k & v^{k+1} & . . \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^{k-1} & u^k & u^{k+1} & . . \\ v^{k-1} & v^k & v^{k+1} & . . \end{pmatrix},$$

welches eben der Satz 2) ist.

Aus diesem letzteren Satze ergiebt sich nun sofort ein Beweis des Stickelberger'schen Satzes. Es seien zunächst (unter $u$, $v$ jetzt willkürliche Grössen verstanden) die Grössen $\alpha$, $\beta$ so gewählt, dass

$$6) \qquad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 \\ v^1 \end{pmatrix}^{1})$$

wird. Dann ist nach Satz 2)

$$7) \qquad \begin{pmatrix} \alpha & u^2 & u^3 & . . \\ \beta & v^2 & v^3 & . . \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 & . . \\ v^1 & v^2 & v^3 & . . \end{pmatrix}.$$

Nun seien $\alpha_1$, $\beta_1$ wieder so gewählt, dass

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 \\ \beta & \beta_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & u^2 \\ \beta & v^2 \end{pmatrix}$$

wird. Dann ist nicht allein nach 7)

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 \\ \beta & \beta_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 \\ v^1 & v^2 \end{pmatrix},$$

---

1) Hierbei hat man unter $\begin{pmatrix} u^1 \\ v^1 \end{pmatrix}$ die einfach mit $u^1$, $v^1$ geränderte Determinante $C$ der $c_{ik}$ zu verstehen, falls dieselbe nicht identisch verschwindet. Im entgegengesetzten Falle muss man $C$ erst mit so vielen Reihen rändern, dass nunmehr $\begin{pmatrix} u^1 \\ v^1 \end{pmatrix}$ von Null verschieden ist.

sondern auch nach Satz 2)

$$8) \qquad \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & u^3 \\ \beta & \beta_1 & v^3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & u^2 & u^3 \\ \beta & v^2 & v^3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 \end{pmatrix},$$

und überhaupt

$$9) \quad \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & u^3 & u^4 \ldots \\ \beta & \beta_1 & v^3 & v^4 \ldots \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & u^2 & u^3 & u^4 \ldots \\ \beta & v^2 & v^3 & v^4 \ldots \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 & u^4 \ldots \\ v^1 & v^2 & v^3 & v^4 \ldots \end{pmatrix}.$$

Wählt man wieder die $\alpha_2$, $\beta_2$ so, dass

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta & \beta_1 & \beta_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & u^3 \\ \beta & \beta_1 & v^3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 \end{pmatrix}$$

wird, so folgt ganz ebenso nach Satz 2) und 9)

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & \alpha_2 & u^4 \\ \beta & \beta_1 & \beta_2 & v^4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & u^3 & u^4 \\ \beta & \beta_1 & v^3 & v^4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 & u^4 \\ v^1 & v^2 & v^3 & v^4 \end{pmatrix} \text{ u. s. w.}$$

In dieser Weise kann man immer weiter fortfahren und ersieht so unmittelbar (oder auch durch Anwendung des Schlusses von $n-1$ auf $n$), dass bei Anwendung der im Eingange gegebenen Vorschrift jede mit bestimmten Grössenreihen $k$-fach geränderte Determinante den Character $l_k$ hat.

Bei diesem Verfahren hat man jedesmal die Grössen $\alpha$, $\beta$ so zu bestimmen, dass eine gewisse bilineare Form, welche nicht identisch verschwindet, von Null verschieden bleibt. Es hat keine Schwierigkeit, andere Vorschriften ähnlichen Characters zu bilden. Eine solche erhält man z. B., wenn man den Satz 2), der soeben nur in einer specielleren Form zur Verwendung kam, in seiner allgemeinsten Gestalt benutzt. Man wähle zuerst die $\alpha$, $\beta$, so dass

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ v^1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 \\ \beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 \\ v^1 \end{pmatrix}$$

ist. Dann wird nach Satz 2)

$$\begin{pmatrix} \alpha & u_2 & u_3 \ldots \\ \beta & v_2 & v_3 \ldots \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 \ldots \\ v^1 & v^2 & v^3 \ldots \end{pmatrix}.$$

Wählt man wieder die $\alpha_1$, $\beta_1$ so, dass

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 \\ \beta & v^2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & u^2 \\ \beta & \beta_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & u^2 \\ \beta & v^2 \end{pmatrix}, \text{ also } \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 \\ v^1 & v^2 \end{pmatrix}$$

wird, so folgt

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & u^3 & u^4 \ldots \\ \beta & \beta_1 & v^3 & v^4 \ldots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & u^2 & u^3 & u^4 \ldots \\ \beta & v^2 & v^3 & v^4 \ldots \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 & u^4 \ldots \\ v^1 & v^2 & v^3 & v^4 \ldots \end{pmatrix}.$$

Wählt man demnach

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ v \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u \\ \beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 \\ \beta & v \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha & u \\ \beta & \beta_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta & \beta_1 & v \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & u \\ \beta & \beta_1 & \beta_2 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & u \\ \beta & \beta_1 & v \end{pmatrix} \text{ etc.},$$

so wird jede der Determinanten

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & u \\ \beta & \beta_1 & v \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha & \alpha_1 & \alpha_2 & u \\ \beta & \beta_1 & \beta_2 & v \end{pmatrix}, \ldots$$

der Reihe nach congruent mit

$$\begin{pmatrix} u^1 \\ v^1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u^1 & u^2 \\ v^1 & v^2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 \\ v^1 & v^2 & v^3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u^1 & u^2 & u^3 & u^4 \\ v^1 & v^2 & v^3 & v^4 \end{pmatrix}. \ldots\ldots$$

Herr Stickelberger hat darauf aufmerksam gemacht, dass bei seinem Verfahren die Elemente der Ränder nicht allgemein aus symmetrischen Grössen gebildet werden können, wenn der Character ungeändert bleiben soll. Dagegen lässt sich immer bei dem letzteren Verfahren bewirken, dass jedes System der $\alpha$ dem entsprechenden der $\beta$ gleich wird. Denn, wenn die bilineare Form

$$\Sigma a_{ik} u_i v_k = a_{uv}$$

nicht identisch Null ist, kann man immer erreichen, dass $a_{ua}$ und $a_{av}$ beide gleichfalls von Null verschieden sind.

Von den mehrfachen Folgerungen, die mit Hülfe der erwähnten Sätze gezogen werden können, seien nur noch

die nachstehenden angeführt. Specialisirt man die Grössen $\alpha$, $\beta$ so, dass alle in einer Reihe auftretenden bis auf eine einzige gleich Null gewählt werden, so folgt

1) Ist $D_k$ eine $k^{\text{te}}$ Unterdeterminante von $C$, welche vom Charakter $l_k$ ist, so giebt es auch unter den $k_1^{\text{ten}}$ Unterdeterminanten von $D_k$ solche, die vom Character $l_{k+k_1}$ sind.[1])

2) Ist $w_k$ eine Unterdeterminante vom Charakter $w_k$, $w_{k+2}$ eine ihrer zweiten Unterdeterminanten vom Character $l_{k+2}$, so ergiebt sich nach der Identität, welche das Product $w_k$, $w_{k+2}$ durch die Differenz der Producte erster Unterdeterminanten von $w_k$ darstellt,

$$l_k + l_{k+2} \geqq 2\, l_{k+1}$$

oder

$$l_k - l_{k+1} \geqq l_{k+1} - l_{k+2}\,^2)$$

3) Bilden die Elemente $c_{ik} = -c_{ki}$ eine schiefe Determinante, so ist der Exponent des $2k^{\text{ten}}$ „Elementartheilers“ gleich dem des $2k+1^{\text{ten}}$.[3])

---

1) Vgl. Frobenius a. a. O. S. 116.

2) Sind die $c_{ik}$ Functionen eines Parameters $r$, so ist

$$l_0 > l_1 \geqq l_2 > \ldots$$

Versteht man dagegen unter den $c_{ik}$ ganze Zahlen und unter $\xi$ einen Primzahlmodul, für welchen Fall die Betrachtungen des Textes ebenfalls gültig bleiben, so kann natürlich auch $l_k \gtrless l_{k+1}$ werden.

3) Vgl. Frobenius, Theorie der linearen Formen mit ganzen Coefficienten, Journal von Borchardt Bd. 86, S. 167.

# Geologische Bemerkungen

über die

# warmen Quellen von Gastein und ihre Umgebung.

Von W. v. Gümbel.

(*Eingelaufen 2. November.*)

Zu den auffallendsten Erscheinungen im Gebiete der an geologischen Räthseln so reichen Alpen gehört wohl auch das Auftreten von warmen Quellen mit hohen Temperaturgraden und verhältnissmässig geringem Gehalte an Mineralstoffen, wie wir dies bei den Thermen von Gastein[1]) antreffen. Während die Quellen von Leuk in Wallis mit 51° C, von Baden bei Wien mit 34,5° C, noch mehr jene von Bormio mit 41° C durch ihren Reichthum an gelösten Salzen sich auszeichnen und ihre hochgradige Temperatur daher möglicher Weise von in der Tiefe vor sich gehenden chemischen Processen hergeleitet werden könnte, lässt sich eine gleiche Annahme bei den an Salzgehalt armen Thermen von Gastein mit 47,8° C und einem Trockenrückstande von nur 340 mgr. in einem Liter Wasser, wodurch sie sich neben die heissen Quellen von Pfäfers (37,5° C und 299 mgr.

1) v. Hönigsberg, Wildbad Gastein. — v. Härdtl, Gasteiner Chronik. — Bunzel, Bad Gastein, 5. Aufl. 1888. — Reissacker, Der Kurort Gastein; Die Thermalquellen von Gastein in den Mittheilungen der Gesellschaft für Salzburger Landeskunde, V. Bd., S. 1—59; Der ueue Quellenstollen in Gastein im Jahrbuch der geologischen Reichsanstalt in Wien, VII. Bd. — Posepny, Archiv für pract. Geologie, I. Bd., S. 120. — E. Fugger, Ueber Quellentemperatur im XV. Jahresbuch der Oberrealschule in Salzburg 1882.

Trockenrückstand) und von Plombières (45° C und 345 mgr. Trockenrückstand) stellen, nicht machen. Es ist uns daher bei den Gasteiner Quellen die Frage gestellt, von welchen eigenthümlichen Verhältnissen ihre hohe Temperatur sich ableiten lasse.

Gastein liegt bekanntlich im Gebiete der Centralalpen am nördlichen Rande der höchsten Erhebung der Tauernkette in einem von der Salzachthalung nahezu rechtwinkelig sich abzweigenden, zur Richtung des Hauptgebirgskamms und dem Streichen der diesen zusammensetzenden krystallinischen Schiefer quer eingeschnittenen Hochthale, welches sich in mehrfachen Absätzen staffelförmig bis zu den von Gletschern bedeckten Höhen emporzieht. In demselben sammeln sich die Gewässer zu der Gasteiner Ache. An ihrer Mündung in die Längsthalstrecke der Salzach bei Lend (630 m) bilden mächtige Bänke von Kalk und Rauhwacke eine quervorliegende hohe Felsbarre, über welche die Ache in prächtigem Wasserfall niederstürzt. Hinter derselben hat der Bach sich in einer tiefen, meist klammartig engen Schlucht bis Brandstatt unterhalb Unterberg bei Dorf Gastein (800 m) nach und nach in den Schieferschichten sein Bett eingegraben. Vom Ausgange dieser Schlucht bei Brandstatt aufwärts erweitert sich das Thal und es ist nicht zweifelhaft, dass früher, ehe die Ache die vorliegenden Gesteinsschichten tief ausgefurcht hatte, in dieser Thalstrecke die Gewässer seeartig angestaut waren. Daher stammen die vielfachen Versumpfungen, welchen wir in der jetzigen, von beigeführtem Gesteinsschutt gebildeten Thalverebnung begegnen. Dieselbe reicht südwärts bis Dorf Kötschach und Badbrück unterhalb Wildbad Gastein bei ungefähr 870 m. Hier legt sich eine zweite mächtige und hohe Felsrippe aus festen Gneissschichten quer zum Thale an und bildet die grossartigen Gesteinswände, über welche in mehrfachen Absätzen die Ache in dem wildschäumenden Gasteiner Wasserfall

herabstürzt. Dieser Felsriegel ist zugleich die Geburtsstätte der Gasteiner Thermen, welche auf etwa halber Höhe (960 m) theils aus Gesteinsklüften, theils aus dem den Felsboden überdeckenden Gehängeschutt zu Tage treten. Mit dieser grossartigen Felsrippe, welche, wie wir sehen werden, durch eine sattelförmige Schichtenaufbiegung des Gneisses gebildet wird, ändert sich die bisherige N—S. Thalrichtung in eine nach SW. verlaufende und wir stossen hier oberhalb der Felsbarre zwischen Patschken (1205 m) und Böckstein (1090 m) wieder auf eine verebnete Thalerweiterung, welche noch deutlicher, als die untere, Anzeigen eines ehemaligen Sees erkennen lässt. Die Wasserfallfelsen von Gastein bildeten den Damm dieser Wasseranstauung, deren Abfluss wahrscheinlich in mehreren Zweigen über jene Felsen ihren Weg nahm. Es beweisen dies unzweideutig die zahlreichen und beträchtlich tiefen Strudellöcher, welche wir von der Westseite Gasteins vom sogenannten Steinbruch an über Villa Angerer bis zur Schreckbrücke hin an hohen, jetzt vom Wasserlauf nicht mehr berührten Stellen antreffen. Schon v. Beust hat auf diese sogenannten Riesentöpfe (Berg- und Hütten-Zeitschrift 1867, S. 4) aufmerksam gemacht. Ein kleiner Rest dieses oberhalb Gastein gelegenen Sees hat sich in dem Weiher bei Patschken erhalten.

Oberhalb Böckstein wird durch querstreichende Gneissfelsen wieder eine obere erweiterte Thalstufe, das Nassfeldthal, abgedämmt, und es folgen dann noch mehrfache Querriegel am Kessel- und Schleierfall, bis das Thal mit der Ebene des eigentlichen Nassfeldes (1650 m) abschliesst. Von hier ziehen sich zwar zahlreiche, aber nur kleinere Rinnsale über den felsigen Untergrund zu den höchsten Kammhöhen empor.

Seitenthäler sind auf der unteren Thalstrecke kaum nennenswerthe entwickelt. Erst da wo die Gneissschichten zu herrschen beginnen, stossen wir auf beträchtliche Seitenthäler und zwar zuerst auf das linksseitige, der Anger,

innerhalb der Grenzzone gegen das jüngere krystallinische Schiefergebirge eingetieft und in paralleler Richtung mit dem oberen Hauptthale verlaufend. Fast rechtwinkelig darauf gestellt folgt rechtsseitig das im Gneiss eingeschnittene Kötschachthal und bei Böckstein sich abzweigend das nahezu in gleicher Richtung mit letzterem verlaufende Anlauf-Thal.

Es ist sehr auffällig, dass von dem Längsthale der Salzach zwischen St. Johann und Kriml eine grosse Anzahl von Seitenthäler, wie das Gasteiner, sich fast senkrecht abzweigt, und eine nahezu parallele N—S. Richtung einschlägt. Diesem Parallelismus liegt zweifelsohne ein geologisches Moment im Gebirgsbau zu Grund. Ich glaube es in der regelmässig wiederkehrenden und besonders stark ausgeprägten, von N. nach S. streichenden Zerklüftung der Gesteinschichten erblicken zu können und trage kein Bedenken, die allmälige Entwicklung dieser Thäler einer fortschreitenden Erweiterung und Vertiefung dieser Spalten zuzuschreiben. Wir werden später auf die Bedeutung dieser Zerklüftung auch in anderer Beziehung zurückkommen.

Was den geologischen Aufbau des von der Gasteiner Ache durchbrochenen Gebirgs anbelangt, so kann ich mich kurz fassen, weil uns hierüber eingehendere Schilderungen von V. Lipold, Peters und Stur im V. Bande des Jahrbuchs der k. k. öster. Reichsanstalt (S. 229, 369, 766, 308 und 818) und aus neuerer Zeit solche von G. Stache[1]) und Vacek[2]) vorliegen. Darnach besteht das Gebirge südlich der Salzach bei Lend, abgesehen von einem schmalen Streifen zunächst am Flussrande, aus parallel verlaufenden Zonen von Kalkphyllit, dann höher im Thale von Quarzphyllit mit Chloritschieferzwischenlagen, von Glimmerschiefer

1) Palaeozoische Gebilde der Ostalpen im Jahrbuch der geologischen Reichsanstalt in Wien 1874, S. 158.

2) Verhandl. der geologischen Reichsanstalt 1882, S. 310 und Jahrbuch derselben 1884, S. 609.

und endlich von Gneiss, der bis zu der Centralkette emporreicht. Der letztere besitzt nach Stur im grossen Ganzen eine fächerförmige Schichtenstellung und bildet, indem seine äussersten Schichten am Nordrande sich nördlich verflächen, das Fundament der vorgelagerten thonigen Schieferhüllen. Ich beschränke mich auf die Mittheilung der Eindrücke, welche der nur flüchtige Besuch dieser grossartigen Gebirgsgegend auf mich gemacht hat, ohne auch nur entfernt Erschöpfendes bieten zu wollen.

Was zunächst die Zone der Gneiss-artigen Gesteine anbelangt, die man wohl mit Recht dem Centralgneiss zuzuweisen hat, so fällt dem Beobachter vor Allem im Vergleiche zu anderen Gneissgebieten die grosse Gleich- und Einförmigkeit der petrographischen Beschaffenheit dieses Gneisses, seine lichte, meist etwas ins Grünliche spielende Färbung und das fast gänzliche Fehlen aller sonst gewöhlich mit dem Gneiss vergesellschafteter Begleitgesteine wie Granit, Syenit, überhaupt Hornblende führende Gesteine, Granulite u. s. w. auf. Nur vereinzelte Zwischenlagerungen von Quarzitschiefer und körnigem Kalk, sowie ein Zug von Hornblendeschiefer machen sich bemerkbar. Der Gneiss ist weit vorwaltend ein schuppigkörniges, flasriges, deutlich geschichtetes Gestein, welches vorherrschend aus Quarz und Orthoklas und in mehr untergeordneter Menge aus zweierlei Glimmer zusammengesetzt ist.

Der Quarz ist darin meist feinkörnig vertheilt, zuweilen zu linsenförmigen Schnüren oder rundlichen Knoten vereinigt oder drusenförmig ausgeschieden. Die einzelnen Quarzkörnchen zeigen reichliche Aggregatfarben, sind reichlich mit Bläschen erfüllt und von parallelverlaufenden feinen Nädelchen durchzogen.

Der Orthoklas ist durchwegs weiss gefärbt, milchig trübe und häufig in unbestimmt begrenzten grösseren Partien butzenförmig ausgeschieden, wodurch augengneissartige Abänderungen entstehen. Diese Butzen zeigen die Zwillings-

verwachsung, nach der Art der Karlsbader Krystalle. Sie umschliessen häufig eingewachsene Quarzkörnchen und Glimmerschuppen. In Drusenräumen finden sich helle oder halb durchsichtige Adularkrystalle neben Quarz und Chloritausscheidungen. Plagioklasbeimengungen erkennt man höchst selten an parallel gestreiften Spaltflächen.[1]) Um die nähere Zusammensetzung des Orthoklases dieser Gneisse kennen zu lernen, wurden drei Vorkommnisse einer chemischen Analyse unterworfen, nämlich

I. ein Orthoklas aus dem Augengneiss im Eingang des Kötschachthales;

II. ein Orthoklas als Gemengtheil des das Nebengestein vom Rathhausbergen Goldgang bildenden Gneisses;

III. ein Adular aus einer Krystalldruse in Gneiss an der Erzherzog Johannpromenade:

| | I. | II. | III. |
|---|---|---|---|
| Kieselsäure | 67,80 | 66,78 | 65,20 |
| Titansäure | Spur. | Spur. | Spur. |
| Thonerde | 24,54 | 22,53 | 20,90 |
| Eisenoxyd | 0,90 | 0,75 | — |
| Manganoxydul | Spur. | Spur. | — |
| Kalkerde | 0,06 | 0,08 | 0,03 |
| Bittererde | 0,01 | 0,05 | — |
| Kali | 6,37 | 9,25 | 12,10 |
| Natron | 0,50 | 1,03 | 2,68 |
| Wasser | 0,02 | — | — |
| | 100,20 | 100,47 | 100,91 |

Der von der normalen Zusammensetzung ziemlich abweichende Gehalt an Kieselerde und an Kali in den Feld-

1) Vergleiche v. Foullon, Ueber die petrograph. Beschaffenheit krystall. Schiefergesteine etc. im Jahrbuch der geolog. Reichsanstalt 1884, S. 635.

spathe des Gneisses I und II scheint bereits durch die trübe Beschaffenheit der Krystallmasse angedeutet zu sein.

Der vorherrschende Glimmer ist dunkelbrauner, recht oft auch lauchgrün gefärbter Magnesiaglimmer. Sehr häufig erweist sich derselbe durch Zersetzung in eine fettig anzufühlende, grünliche chloritische Substanz verändert, wodurch namentlich der grünliche Farbenton vieler Gneissschichten bedingt ist. Selten tritt er für sich allein in dunklen gefärbten Lagen auf; meist gesellt sich ihm weisser oder strohgelber Kaliglimmer bei, der wohl auch in quarzreichen Varietäten und in körnigem Kalke die Alleinherrschaft gewinnt. Erstere, oft auffallend weisse Gesteine sind es, welche man hier Weisssteine zu nennen pflegt. Sie haben aber mit Granulit nichts zu thun; es fehlen ihnen Granat- oder Turmalinbeimengungen. Zuweilen stellen sich die Glimmerbeimengungen so reichlich ein, dass dadurch die übrigen Gemengtheile in den Hintergrund gedrängt werden. Solche Gesteine sind es, welche man gewöhnlich als Glimmerschiefer bezeichnet. Sie finden sich namentlich in grösserer Mächtigkeit gegen den äusseren Rand der Gneisszone, z. B. am Südrande des Angerthales und bei Dorf Remsach. Sie zeigen aber auf dem Querbruche deutlich linsenförmige Anschwellungen, die aus Quarz und Orthoklas bestehen. Es sind nur glimmerreiche Flasergneisse. Noch seltener kommt es vor, dass die Zusammenhäufung der Glimmerblättchen so dicht ist, dass das Gestein fast nur aus Schüppchen dieses Minerals besteht. Solche Zwischenlagen im Gneiss, wie wir sie z. B. am Kesselfall, oberhalb Böckstein antreffen, leisten der Verwitterung geringeren Widerstand, als die ächten Gneisse, und geben zur Bildung von Rinnen in letzteren Veranlassung. Dass ein grosser Theil der weichen grünen Beimengung im grünlichen Gestein durch Zersetzung des braunen Glimmers entstanden ist, erweist sich dadurch, dass es zuweilen noch gelingt, ein unzersetztes Glimmerblättchen in Mitte der grünen

Substanz zu entdecken. Letztere wird leicht durch Salzsäure zersetzt und liefert eine an Eisenoxydul reiche Lösung. Zu einer Analyse konnte die erforderliche Menge nicht gesammelt werden. Dagegen kommt in den drusenförmigen Ausscheidungen von Quarz und Adular eine körnig-schuppige Anhäufung eines aller Wahrscheinlichkeit nach gleichen, weichen, grünen Minerals vor, das einer Analyse unterworfen wurde. Dasselbe schmilzt v. d. L. ziemlich leicht zu einer schwarzen magnetischen Perle, zersetzt sich in heisser Salzsäure mit Hinterlassung weisser Schüppchen von Kieselsäure in Form der verwendeten Mineralstückchen. Die Härte ist die des Chlorits. Die Analyse des Minerals aus einer Druse in der Nähe des Knappenhauses am Rathhausberg (I) und aus der vorn erwähnten Druse mit Adularkrystallen von der Erzherzog Johann Promenade (II) ergab:

| | I. | II. |
|---|---|---|
| Kieselsäure | 26,85 | 26,01 |
| Thonerde | 14,00 | 13,00 |
| Eisenoxyd (mit Oxydul) | 45,90 | 40,90 |
| Manganoxydul | 0,15 | 0,25 |
| Kalkerde | 2,00 | Spur. |
| Bittererde | 3,00 | 6,94 |
| Wasser | 9,20 | 12,20 |
| | 99,10 | 100,00 |

Das Mineral steht demnach dem sogenannten Aphrosiderit der Chloritgruppe am nächsten.

Ganz ähnlich, wie die Ausscheidung an der Erzherzog Johannpromenade bei Gastein, verhält sich auch der Chlorit der Einlagerungen vom Laderdinger Berg bei Hof-Gastein, welcher, wie gewöhnlich, gut ausgebildete Magnetitkrystalle und Titaneisenerz beherbergt.

Einer sehr gleichmässig körnigen und dadurch granitähnlichen Varietät des Gneisses begegnet man im Anlauf-

Thale bei der unteren Radeckalpe. Sie zeichnet sich zugleich dadurch aus, dass die Glimmerschüppchen butzenweise angehäuft sind, wodurch sie dem Gestein ein getigertes Aussehen verleihen und die sonst undeutliche Schichtung kenntlich machen. Im Gegensatz zu den glimmerreichen dünngeschichteten, leicht verwitternden Gneisslagen, welche, den Uebergang zu Glimmerschiefer bildend, vielfach in den höhern Gebirgstheilen beobachtet werden, stehen quarzreiche, harte, weisse Schichten mit spärlichen Beimengungen von ölgrünem Glimmer. Wir begegnen solchen Gesteinen am Knappenwege des Rathhausberges, wo sie durch ihre lichte Farbe die Aufmerksamkeit auf sich ziehen. Aehnliche Schichten streichen auch an der Strasse zwischen Wenger und Waha in Bad Gastein zu Tag aus. Ihre blendend weisse Färbung wird hier durch die Zersetzung des reichlich eingeschlossenen Schwefelkieses rasch ins Rostfarbige verwandelt.

An accessorischen Beimengungen ist der Centralgneiss des Gasteiner Gebirgs recht arm. Selbt die sonst so gewöhnlichen Mineralien der Gneissgebirge wie Fibrolith, Turmalin, Magneteisen, Hornblende und Granat fehlen gänzlich, oder sind doch Seltenheiten. Zirkonkryställchen dagegen finden sich fast stets, oft auch Apatit, der in prachtvollen Krystallen an der Knappenwand vorkommt, beigemengt, und Beryll, Titaneisen, Titanit, Rutit, Anatas und Epidot werden hier und da angetroffen. Zu den sehr häufigen Einsprengungen gehört der Schwefelkies. Derselbe wird vielfach von den Gemengtheilen des Gneisses oder von Quarzmasse so dicht umschlossen, dass man ihn als eine endogene Bildung im Gestein auffassen muss. Damit vergesellschaftet scheint nun auch Gold in dünnen Blättchen häufig aufzutreten. Nach vorliegenden Proben ist mir diese Art des Vorkommens von Gold — abgesehen von jenem, auf den berühmten Gängen dieses Gebirgs — nicht zweifelhaft. Anderen Theils bildet

der Schwefelkies in vielen Fällen ziemlich dicke Streifchen und Lagen in Begleitung von Quarz und oft auch von verschiedenen Carbonaten und von Chlorit, sodass man an ein Ader- oder Gang-artiges Auftreten denken muss. Am grossartigsten und häufigsten sind Ausscheidungen von gewöhnlichem, derbem Quarze auf zahllosen Gängen und Adern, welche den Gneiss durchschwärmen. In den meisten Fällen erkennt man deutlich, dass die Quarzmasse nur eine Ausfüllung von Spalten, die das Gestein in bestimmter Richtung durchziehen, ausmachen. Besonders auffallend sind solche Quarzgänge, von welchen seitlich kleinere auslaufen und wie ein Netzwerk den Gneiss durchschwärmen. Ein Beispiel dieser Art bietet die Wand des Wasserfalls unter der Schreckbrücke in Gastein, wo auch mehrere einem Circumflex ähnlich gebogene Quarzausscheidungen sichtbar sind. Diese sind als Ausfüllungen grossartiger, durch Druck erzeugter Risse in Gastein anzusehen, wie solche entstehen, wenn starre Gesteinsmassen durch Ueberdruck zersprengt werden. Es wird sich später bei der Erwähnung der Gold führenden Gänge Gelegenheit finden, auf diese Verhältnisse zurückzukommen.

Was nun die Schichtenstellung dieses mächtigen Gneissgebirgs anbelangt, so ist bereits früher erwähnt worden, dass Stur dieselbe als eine fächerförmige gedeutet hat. Ich möchte sie als die eines aufgebrochenen, mächtigen Gewölbes bezeichnen, bei welchem die seitlichen Schichten vielfach zusammengefaltet, geknickt und verschoben erscheinen. Dadurch ist das Bild eines Gewölbes oder auch das eines Fächers mehr oder weniger verwischt und wir begegnen vielfach Mulden- und Sattelbiegungen, in welchen die Gneissschichten zusammengefaltet sind. Nur nach Aussen hin gegen die jüngeren Schiefer legen sich die Gneissschichten regelmässig unter letztere einfallend an.

Solche kuppenförmige Aufbiegungen bilden meist an der

Oberfläche hoch aufragende Felsrücken und tragen wesentlich zur pittoresken Ausgestaltung der Oberfläche bei. Es ist bereits angedeutet worden, dass auch die mächtige Felsbarre, welche bei Bad Gastein quer über das Thal zieht und den grossartigen Wasserfall veranlasst, einer solchen Schichtenaufbiegung ihren Ursprung verdankt. Man beobachtete oberhalb der Schreckbrücke ein SW. Einfallen der Gneissschichten. Gegen den unteren Wasserfall zu biegen sich die Schichten um, sie liegen der Wandelbahn gegenüber nahezu horizontal und nehmen dann rasch an der Strasse nach Hof-Gastein eine Einfallrichtung nach NW. an. Ich beobachtete in einem deutlich geschichteten, grünlichen Augengneiss an der Erzherzog Johannprommenade ein Einfallen in St. 12 mit 25° nach N. Uebrigens muss bemerkt werden, dass die sichere Bestimmung des Streichens und Fallens der Gneissschichten, bei der körnigen Ausbildung des Gesteins schon an sich schwierig, noch wesentlich durch die zahllosen Zerklüftungen des Gesteins erschwert wird, durch welche oft eine Bank- oder Schicht- täuschendähnliche Absonderung bewirkt und ein Erkennen der wahren Streichrichtung selbst aus geringer Entfernung unthunlichst gemacht wird.

Diese scheinbar endlose und wirre Zerklüftung des Gesteins nun ist es, mit welcher wir uns zunächst eingehender zu beschäftigen haben. Schon ein flüchtiger Blick lehrt uns, dass, so zahlreich sie auch auftritt, in ihrer Hauptrichtung doch eine gewisse Regelmässigkeit sich bemerkbar macht. Eine Reihe der bedeutendsten Klüfte, welche durch klaffende, glatte Wände, theilweise auch durch Quarzausfüllungen kenntlich sind, hält eine deutlich parallele Richtung ein. Sie werden von anderen unter sich gleichlaufenden Klüften gekreuzt oder schief durchschnitten. Auf diese Weise entstehen zahlreiche, grosse, parallelopipedische, von diesen Klüften begrenzte Felsstücke, aus welchen die Berge wie eine Riesenmauer aufgebaut erscheinen. Die Hauptklüfte

zeigen einen nahezu rein N—S. Verlauf. Mit diesem stimmt, wie wir gesehen haben, die allgemeine Thalrichtung überein. Andere Kreuzklüfte streichen ostwestlich. Daneben bemerkt man zahlreiche Spalten, welche von SW. nach NO. und von SO. nach NW. sich erstrecken. Dass wir hier Erscheinungen vor uns haben, welche bei der Aufbiegung und Zusammenfaltung der Gneissschichten entstanden sind, scheint nicht zweifelhaft. Es sind Risse in dem starren Gesteinsmaterial, welchen bei der Einwirkung der in einer bestimmten Richtung sich äussernden Druckkräfte ein dieser entsprechender Verlauf vorgezeichnet war. Es ist von sich selbst verständlich, dass mit dieser Bewegung und Zerstückelung der mächtigen Gebirgsmassen auch zahlreiche Verschiebungen, Verwerfungen und Verrutschungen verbunden waren und endlos viele Hohlräume entstanden sind, in welche später Ansiedelungen und Neubildungen von Mineralien stattfinden konnten. Dadurch erklären sich die zahlreichen Quarz-Gänge, -Adern und -Linsen mit verschiedenen Mineralausfüllungen, von welchen wir die Gneissschichten durchzogen sehen. Ebenso sicher ist anzunehmen, dass viele der Hauptzerklüftungen bis tief ins Innerste der Gebirgsmassen hinabreichen.

Wir könnten uns für die vorliegende Frage, bei der es sich um eine Erklärung des Ursprungs der Gasteiner Thermen handelt, mit diesen kurzen Andeutungen über die Zusammensetzung und Ausbildung des Gneissgebirgs begnügen, weil die warmen Quellen von Gastein unzweifelhaft diesem Gneissstock angehören. Doch sei gestattet, zur Ergänzung des Gesammtbildes auch noch einen flüchtigen Blick auf das vorliegende Schiefergebirge zu werfen, welches, wie anzunehmen ist, ursprünglich über den Gneissschichten ausgespannt war und auf denselben aufruhte.

Es ist für mich nicht zweifelhaft, dass in der örtlichen Aufeinanderfolge von centralen Gneissschichten und randlichen

phyllitartigen Gebilden auch eine zeitliche Aufeinanderfolge der Entstehung dieser geschichteten Gesteinszonen vorliegt und dass die beiderseitige Anlagerung einer Schieferhülle an dem Gneissstock als ein Zeichen des symmetrischen Aufbaus dieses Gebirgstheils gedeutet werden darf. Jetzt sehen wir nach der Auffaltung der älteren Gneissschichten die anfänglich über denselben ausgebreiteten jüngeren Schiefer beiderseits randlich verschoben und nur mehr spärliche Fetzen und zwischen die einzelnen Gneissschollen eingeklemmte Schieferzüge, die vor der nachträglichen Abnagung geschützt waren, auf den centralen Höhen des Gebirgs erhalten.

Wie die Lagerung, so weist auch die Gesteinsausbildung auf eine zeitliche Succession der Entstehung der verschiedenen Schieferzonen. Auf den weit vorwaltend körnigen Gneiss des Hauptstocks folgt nach aussenhin an den Rändern des Ankerthals und auf den Höhen nördlich vom Kötschachthal eine durch ganz allmälige Uebergänge mit dem centralen Gneiss innigst verknüpfte Gesteinszone von vorherrschend dünngeschichteten, glimmerreichen Schiefer, welche als Glimmerschiefer bezeichnet werden können. In der That machen diese Gesteine, wenn man sie bloss auf den Schichtflächen betrachtet, den Eindruck von Glimmerschiefer. Ich habe diese Schiefer auf der SO. Seite des Ankerthals an der sogenannten Haberreith und am Streitberg, ebenso auf der gegenüberliegenden Thalseite zwischen Kötschachthal und Remsach näher untersucht und gefunden, dass, wenn man sie auf der Bruchseite betrachtet, zwischen den glimmerreichen Lagen oft knollenförmige Anhäufungen von Quarz sich besonders bemerkbar machen, welchen meist in geringen Mengen Feldspath beigemengt ist. Selbst das unmittelbar Liegende des mächtigen Lagers von körnigem Kalk am Eingang ins Ankerthal bei Schneeberg besteht aus solchen knollig flasrigen Lagen, wie man sie auch in den tiefsten Schichten am Wasserfall bei Remsach antrifft. Auffallend

ist dabei die Erscheinung, dass auf dem Querbruche einzelne Blättchen von braunem Glimmer in den Quarzlinsen senkrecht zu den Schichtflächen gestellt sind. Besonders bemerkenswerth sind die reichlichen Salzauswitterungen, welche aus Zwischenlagen dieses körnigen Kalkes am Ausgange des Angerthals auswittern. Sie bestehen der Hauptsache nach aus:

| | |
|---|---|
| Bittersalz . . . | 97,98 |
| Natriumsulphat . | 1,70 |
| Chlornatrium . . | 0,32 |
| | 100,00 |

Die Fortsetzung dieses Kalklagers findet man genau in der Streichrichtung auf der östlichen Thalseite zwischen Gadaunern und Heissingut. Es beweist dies, dass eine wesentliche Verrückung der Schichten zwischen beiden Thalseiten nicht stattgefunden hat.

Die Schichten, welche sich nun weiter nordwärts über diesen in St. 12 mit 20° nach N. einfallenden Kalk sowohl am Hofberg, wie gegenüber an den Gehängen bei Hof-Gastein anlegen, sind im Allgemeinen keine typischen Glimmerschiefer, d. h. schiefrige Gemenge von Quarz und Glimmer, vielmehr zeigen sie weit vorwaltend den Charakter der glimmerglänzenden Phyllite. Nur in einzelnen quarzigen Zwischenlagen ist die Ausbildung des typischen Glimmers deutlich, so dass sich einzelne Schuppen gut spalten lassen und sich als elastisch biegsam erweisen. Durchwegs ist sonst die glimmerige Substanz dicht und innigst verwachsen, die einzelnen glimmerglänzenden Schüppchen, welche sich abheben lassen, besitzen nicht die Spaltbarkeit des Glimmers, sind nicht elastisch biegsam und verhalten sich ähnlich wie der Sericit. Am häufigsten sind diese Schüppchen schiefergrau durch reichlich beigemengte, pulverisch flockige, schwarze Körnchen, Blättchen von Graphit oder

graphitartiger kohliger Substanz gefärbt. Auch gehören abfärbende graphitische Einlagerungen zu den nicht seltenen Erscheinungen. Brauner Glimmer fehlt, die chloritischen Zwischenlagen etwa ausgenommen, gänzlich, und die schichtweise vorkommenden, rein weissen, glimmerigen, seidenglänzenden Schüppchen fühlen sich fettig an, sind nur durchscheinend und besitzen, wie es scheint, nur desshalb eine helle weisse Farbe, weil sie keine schwarzen pulverigen Körnchen enthalten. In allen diesen Schiefern finden sich eingewachsen sehr zahlreiche bräunliche, durchsichtige, parallelgestreifte, lange Nädelchen, welche im p. L. ungemein lebhafte Farbenreaktion zeigen. Sie dürften wohl als Turmalin anzusprechen sein. Kleinere, kurze Nädelchen sind zwar den bekannten Thonschiefernädelchen ähnlich, aber hell durchsichtig, wahrscheinlich Zirkon angehörig. Chloritblättchen, Epidot, Magneteisen und Schwefelkies sind häufige Beimengungen. Eigenartig sind gewisse, nicht seltene Schieferlagen, in welcher zahlreiche bis 5 mm grosse Rhomboëder von Braun- und Eisenspath porphyrartig eingesprengt vorkommen. Der Quarz welcher streifenweise zwischen die Schieferflasern sich anlegt, findet sich sehr häufig auch in grösseren Linsen oder Butzen und öfter auf Gang- oder Ader-artige Trümmern, die Schichten durchsetzend, ausgeschieden. Manche dieser Quarzlinsen bilden Drusen, in welchen neben Quarz verschiedene Carbonate, Orthoklas, Chlorit, grosse Blätter von Kibdelophan, Glimmer und Schwefelkies sich angesiedelt haben.

Behandelt man solche glimmerglänzende, schiefergraue Gesteine aus der Gegend von Hof-Gastein und der Nordseite des Ankerthals mit kochender Salzsäuere, so wird ein beträchtlicher Theil derselben zersetzt und man erhält eine stark eisenoxydulhaltige Lösung, während die rückständigen Schuppen wasserhell geworden sind, die Krystallnädelchen und die schwarzen, kohligen, pulverigen Einschlüsse aber

unverändert sich erhalten haben. Glüht man diese Schüppchen, so verschwinden auch die schwarzen Körnchen, was wohl als Zeichen angesehen werden darf, dass sie aus einer kohligen Substanz bestehen, welche bei dem Glühen verbrennt. Der zersetzte, eisenoxydulreiche Gemengtheil weist auf eine chloritartige Beimengung hin, wie solche auch in den Phylliten anderer Urgebirge nachgewiesen worden ist. Eine Bestätigung erhält diese Annahme dadurch, dass die nicht mit Salzsäure behandelte Schiefermasse bei lang anhaltendem Glühen eine bräunliche Färbung annimmt, wie sie der geglühte Chlorit zeigt. Gleichzeitig verschwinden hierbei auch die schwarzen, kohligen Einmengungen, wenigstens grossen Theils. Mit Flusssäure behandelt, zersetzt sich der Schiefer unter Hinterlassung der grösseren Nadeln, welche für Turmalin anzusehen sind, der kleinen, durchsichtigen, gelblichen Nädelchen, welche Zirkon zu fein scheinen, und von Körnchen oder unregelmässig zusammengehäuften Flocken der schwarzen kohligen Substanz, welche weiter beim Erhitzen unter Aufleuchten verbrennt. Bei dieser Behandlung wurden auch ungemein kleine schwarze Nädelchen sichtbar, welche wohl den gewöhlichen Thonschiefernädelchen entsprechen.

Es scheint mithin dieser Schiefer, abgesehen von diesen Beimengungen, wesentlich aus einem weissen glimmerartigen oder sericitischen, einem chloritischen Mineral und Quarz zusammengesetzt zu sein.

Eine analoge Beschaffenheit zeigen auch die holzfaserig brechenden Schiefer der Kalkphyllitregion. Die matter, weniger glimmerartig glänzenden Thonschiefer, welche unmittelbar mit den silurischen Kalken einbrechen, verhalten sich dagegen in andrer Weise. Sie geben, wenn sie nicht mit Eisenspath verwachsen sind, mit Salzsäure behandelt, keine eisenoxydulhaltige Theillösung, färben sich beim Glühen nicht braun und hinterlassen nach der Einwirkung von Flusssäure nur kleinste Thonschiefernädelchen, keine lang-

gestreckte Turmalinstängelchen, dagegen sehr zahlreiche Flocken und Körnchen, welche sich verbrennen lassen. Vielleicht kann man auf diese Weise die jungen und alten phyllitähnlichen Schiefer unterscheiden.

Bemerkenswerth ist eine Lage am Wasserfall von Hof-Gastein, welche eine hellgrüne, dem Chromglimmer ähnlich gefärbte Masse enthält und sich wirklich als eine gleichsam dichte Chromglimmermasse erwiesen hat. In schönen glimmerartigen Blättchen mit Quarz verwachsen fand ich dieses Mineral auch im Ackerlgraben bei Mühlbach am Mitterberg.

Neben diesen vorherrschend schiefergrauen Glimmerphylliten, auf deren Schichtflächen eine feine Parallelfaltelung in der ausgeprägtesten Weise sich bemerkbar macht, betheiligen sich auch zahlreiche Zwischenlagen von typischem Chloritschiefer mit Einsprengungen von Magneteisenkryställchen in Begleitung von Serpentin, dem sich am Rastetzen, Hundskopf und an der Laderdinger Alpe Talkschiefer beigesellt, seltener quarzige, durch Epidotbeimengungen ausgezeichnete Schichten (Epidotschiefer) und einzelne Streifen von krystallinischem Kalk an der Zusammensetzung dieser breiten Gesteinszone, welche thalabwärts bis gegen Harbach-Lugau und Dorf Gastein reicht. Nordwärts nehmen diese Schiefer ganz allmälig eine mehr thonige Beschaffenheit an ohne den Charakter der Phylitte zu verlieren und verbinden sich häufig mit Bänken von grossen Theils graulichgefärbtem körnigem Kalkstein. Neben der Parallelfaltelung auf den Schichtflächen fällt hier ein holzfaseriges Gefüge besonders ins Auge. Deutlich kenntliche Grauwackenbänke und Lydite habe ich hier nicht beobachten können, dagegen bedecken häufig Ausblühungen von Bittersalz wie Schneeflocken die Felswände, ähnlich wie im Engadin, mit welchem überhaupt diese Kalkphyllitzone viele Aehnlichkeit besitzt, wogegen ich in ihnen nicht die ge-

ringste Analogie mit den Bildungen der Radstädter Tauern zu entdecken vermochte. In dieser Ausbildung reichen die Schiefer bis zum Salzachthale bei Lend, wo noch einmal ein Streifen der älteren Chloritschiefer und von Serpentin beherbergenden Quarzphylliten sich aus dem Untergrund herauszuheben scheint. Im grossen Ganzen werden alle diese Schiefer von einem O.—W. Streichen und nördlichen Einfallen beherrscht, während wellenförmige Auf- und Abbiegungen nur ganz untergeordnete Bedeutung erlangen. Auch jenseits, d. h. nördlich von dem Salzachthale setzt die phyllitische Ausbildung der Schiefer bis in die Gegend von Dienten fort, wo im sogenannten Bergloch an der oberen Nagelschmiede bekanntlich die durch Versteinerungen sicher nachgewiesenen Silurschichten in Form von dolomitischen, an Spatheisenstein reichen, von Quarz durchzogenen Lagen zum Vorschein kommen. Die Thonschiefer nehmen hier zwar ein mehr erdiges Aussehen an, es stellen sich klastische sandige Grauwacken, Lydit- und Alaunschiefer ähnliche Einlagerungen ein und die Masse der zahlreich auftretenden Bänke von grauen, zuweilen röthlichen Kalksteinen wird dicht, wie bei gewöhnlichen Sedimentärkalken. Gleichwohl behalten auch hier zahlreiche Schieferschichten noch den glimmerigen Glanz der Phyllite bei. Petrographisch lässt sich daher in diesen Grenzregionen so wenig wie im Salzach-Hauptthale bei St. Johann bis Bischofshofen und im Mühlbachthale eine scharfe Grenze gegen die älteren Schiefer ziehen.

Nach dieser allgemeinen Orientierung in den geologischen Verhältnissen des Gasteiner Thals kehren wir zur näheren Betrachtung der Thermen von Gastein zurück.

## Die warmen Quellen von Gastein.

Man kennt, auf engem Raume zusammengedrängt, in Bad Gastein gegen 18 Austrittspunkte warmen Quellwassers. Darunter sind acht, welche sich durch ihre Ergiebigkeit auszeichnen, nämlich:

Hauptquelle mit einer Ergiebigkeit von 2178 Min.-Liter u. 47,8° C Temp.

Fürstenquelle „ „ „ „ 284 Min.-Liter und 46,6° C Temp.

Doktorquelle „ „ „ „ 116 Min.-Liter und 45,0° C Temp.

Franz Jos.-Qu. „ „ „ „ 110 Min.-Liter und 39,0° C Temp.

Wasserfallqu. „ „ „ „ 94 Min.-Liter und 35,6° C Temp.

Grabenbäckerqu. „ „ „ 79 Min.-Liter. und 37,2° C Temp.

Chirurgenqu. „ „ „ „ 6 Minuten-Liter und 46,3° C Temp.

Fledermausqu. „ „ „ „ 2 Minuten-Liter und 35,0° C Temp.

Der Grad der Temperatur dieser Quellen entspricht mit einzelnen Ausnahmen ihrer Ergiebigkeit an Wasser und übersteigt die mittlere Jahrestemperatur ihres Ausflussortes mindestens um 30° C. Fünf derselben, nämlich die Doktor-, Franz Joseph-, Wasserfall-, Grabenbäcker- und Fledermausquelle, entspringen aus Klüften der anstehenden Gneissfelsen,[1])

1) Da gegenwärtig hierüber an den einzelnen Quellen keine controllirenden Beobachtungen mehr anzustellen sind, unterlasse ich hier, die diesbezüglichen älteren Angaben nochmals anzuführen. Man sehe desshalb nach Reissacker: „Die neuen Quellenstollen in Gastein, Jahrbuch d. k. k. geol. Reichsanstalt in Wien 1856“ und „Die geogn. Sammlung von Böckstein“ in „Mitth. der Gesellsch. für Salzburger Landeskunde 1862.“

während die übrigen sich durch den das Gehänge des Badbergs in mächtigen Lagen überdeckenden Gehängeschutt Bahn gebrochen haben und jetzt darin meist durch Stollenbaue künstlich gefasst worden sind. Es scheint nicht zweifelhaft, dass die sämmtlichen Quellen einer einzigen gemeinschaftlichen Hauptwasserader entstammen, welche auf einer Hauptgesteinskluft aus der Tiefe empordringt und gegen die Oberfläche hin sich theils auf durchziehende Nebenklüfte verzweigt, theils sich in den die Hauptspalte überdeckenden Geröllmassen in mehrere Arme trennt. Zieht man die Lage der einzelnen Quellpunkte in Betracht und berücksicht die an den nächstgelegenen Gneissfelsen deutlich wahrnehmbare Richtung der durchsetzenden Klüfte und Quarzgänge, sowie die Längenerstreckung der Aufbruchsspalte des früher geschilderten Schichtengewölbes am Wasserfalle, so erscheint es als sehr wahrscheinlich, dass die das Quellwasser nach Oben leitende Kluft unmittelbar in den Felsen von Gastein sich vorfindet und in einer nahezu N.—S. Richtung durch das Gestein hindurchzieht. Querstreichende Nebenklüfte dürften der Wasserfall- und Grabenbäcker-Quelle einen Theil des Thermalwassers zuleiten, während die Hauptader sich auf die übrigen, in einem von S. nach N. hinziehenden Striche liegenden Quellen vertheilt. Dem entsprechend streichen die grossartigen Klüfte unterhalb der Schreckbrücke und an der Wandelbahn St. 12, etwas höher an der Strasse nach Patschken St. 1 und am Steinbruche zwischen St. 12 und 1.

Ziehen wir nun zunächst die Temperatur der Gasteiner Thermen in nähere Erwägung, so tritt die Höhe derselben erst ins rechte Licht, wenn wir die mittlere Jahrestemperatur der Stadt und der benachbarten Süsswasserquellen in Vergleich bringen.

Die Angaben über die mittlere Jahrestemperatur der Luft in Gastein schwanken zwischen 5,25° C und 5,5° C,

wogegen die Hauptquelle mit 47,8° C eine um mehr als 42° C höhere Temperatur besitzt.

Aehnliche Verhältnisse ergeben sich auch aus dem Vergleiche mit der Temperatur der Süsswasserquellen der Nachbarschaft, welche der mittleren Jahrestemperatur des Ausflussortes der Quellen zu entsprechen pflegt. Ich habe Ende Juli die Temperatur mehrerer solcher Quellen gemessen und folgende Zahlen erhalten:

1. Starke Quelle unterhalb der Strasse nach Hof-Gastein unterhalb des englischen Cafés bei 820 m mit 6,4° C.

2. Quelle für die Trinkwasserleitung in Gastein bei 1025 m mit 6,00° C.

3. Quelle an der Strasse ins Kötschachthal bei der Restauration zur schwarzen Lisel bei 1140 m mit 5,5° C.

4. Quelle am Weiher bei Patschken bei 1040 m mit 5,6° C.

5. Starke Quelle im Kötschach-Thale zwischen Restauration zum grünen Baum und der Himmelwand bei 1125 m mit 5,00 C.

6. Kurhausquelle in Böckstein bei 1127 m mit 3,75° C (nach Fugger).

7. Starke Quelle am Anfang des Anlauf-Thales bei 1145 m mit 5,3° C.

8. Quelle in demselben Thale bei dem Gedenkstein, aus Steinschutt hervorbrechend, bei 1160 m mit 6,25° C.

9. Quelle oberhalb einer Holzerhütte daselbst bei 1245 m mit 3,75° C.

10. Quelle im Nassfeldthale unterhalb des Kesselwasserfalls bei 1260 m mit 5,32 C.

11. Quelle daselbst oberhalb des Kesselwasserfalls bei 1375 m mit 4,75° C.

12. Quelle am Knappensteig zum Rathhausberg bei 1425 m mit 3,1° C.

13. Quelle unterhalb des Berghauses daselbst bei 1825 m mit 3,7° C.

14. Fürstenbrunnen am Untersberg bei 590 m mit 5,0°—6,9° C.

Die Temperatur der Süsswasserquellen erreicht entsprechend ihrer Höhenlage einen mit der mittleren Jahrestemperatur ihres Ursprungsortes ungefähr übereinstimmenden Wärmegrad. Wenn letzterer etwas höher ist, so rührt dies von dem Umstande her, dass das Quellwasser, ehe es zu Tage tritt, meist eine Strecke durch oberflächlich gelagerten Gehängeschutt fliesst und von der zeitweiligen Lufttemperatur beeinflusst wird. Dazu kommt, dass die Winterkälte mit ihren niederen Temperaturgraden wegen der schützenden Schneedecke weniger energisch auf den Untergrund und die Region der hier zirkulirenden Quellwässer einwirken kann, als auf die atmosphärische Luft. Von Thermen kann in allen diesen Fällen keine Rede sein. Nur im Lichtensteinklamm sind einige Quellen mit 12,5°—18,7° C Temperatur und am Grubereck im Rauriser Thale zwei mit 17,5° C in der Nachbarschaft bekannt, welche als Thermen gelten müssen. In grösserer Entfernung kennt man Thermen in den Alpen noch bei Villach (Warmbad mit 28,75° C) bei Hinterdux mit 22,5° C, die Quellen des Wildbads am Brenner mit 21,25° C, bei Grins unfern Landseck mit 20° C u. s. w.

Da die ersteren einen ähnlichen Gehalt wie die Gasteiner Thermen besitzen, so lässt sich ihre Wärme wohl auf dieselbe Ursache wie bei letzteren zurückführen. Ueber die Rauriser-Quelle ist nichts Näheres bekannt. Die hohe Temperatur, welche die Gasteiner Badquellen besitzen, ist daher eine Eigenthümlichkeit einer auf einen ganz kleinen Raum beschränkten Gruppe von Quellen.

Wie durch ihre hohe Temperatur, so zeichnen sich die Gasteiner Mineralwasser auch durch eine ganz ungewöhnliche Ergiebigkeit vor den gewöhnlichen Quellen aus.

Es wird die von den Thermen gelieferte Wassermenge auf 3000 Minutenliter angegeben, während die ergiebigsten Süsswasserquellen der Umgegend kaum 100 Minutenliter Wasser liefert. Es sind auch in dieser Beziehung ganz besondere Faktoren, welche bei den Gasteiner Thermen in Thätigkeit treten. Eine für Urgebirgsgegenden sehr aussergewöhnliche Menge von Quellwasser ist es, welches hier gesammelt und mit wunderbaren Eigenschaften begabt aus geheimnissvollen unterirdischen Werkstätten ans Tageslicht hervortritt.

Wir kommen nun zu dem Gehalt der Gasteiner Thermen an Mineralstoffen, welcher, wie schon hervorgehoben wurde, in einem höchst auffallenden Gegensatze zu ihrer hochgradigen Temperatur steht. Ganz besonders aussergewöhnlich ist der sehr geringe Gehalt an Kohlensäure.

Die Analyse des Thermalwassers [1]) (Hauptquellen?) ergab im Liter:

| | |
|---|---|
| Schwefelsaures Natrium | 0,2085 |
| „ Kalium | 0,0135 |
| Chlornatrium | 0,0428 |
| Chlorlithium | 0,0027 |
| Kohlensaurer Kalk | 0,0195 |
| „ Bittererde | 0,0017 |
| Kohlensaures Eisenoxydul | 0,0005 |
| „ Manganoxydul | Spuren |
| Phosphorsaure Thonerde | 0,0007 |
| Kieselsäure | 0,0496 |
| Fluorcalcium | Spuren |
| Verlust | 0,0004 |
| Gesammtsumme der Trockenrückstände | 0,3399 |
| Kohlensäure der Bikarbonate | 0,0096 |
| Freie Kohlensäure | 0,0309 |

Dieser Gehalt ist im Vergleiche zu dem anderer Mineralwässer ein sehr geringer und lässt sich zunächst mit jenem

1) Bunzel, Bad Gastein 1888.

von Pfäfers, dessen Therme nur 0,299 Trockenrückstände und 0,0971 Gesammtkohlensäure im Liter enthält, in Parallele stellen.

Es wäre von hohem wissenschaftlichen Interesse, auch von einzelnen der verschiedenen Quellen von Gastein Analysen zu erhalten, um daraus erkennen zu können, ob der Gehalt im Verhältniss zu den verschiedenen Temperaturen der Einzelquellen steht, wie wahrscheinlich ist und ob die niederen Wärmegrade durch eine Vermischung mit süssem Tagewasser veranlasst werden. Man scheint aber solche Einzelanalysen desshalb unterlassen zu haben, um nicht durch den etwaigen Nachweis eines geringeren Gehaltes an Mineralstoffen in den weniger warmen Quellen für die Badeanstalten, welche letztere benützen, gegenüber den Bädern mit Wasser von höherem Gehalte, welche desshalb vielleicht von den Badegästen bevorzugt würden, eine erstere schädigende Concurrenz hervorzurufen.

So gering auch der Gehalt an Mineralstoffen anderen Thermen gegenüber in den Gasteiner warmen Quellen erscheint, so ist derselbe doch im Vergleiche zu der Zusammensetzung des Wassers selbst den zunächst benachbarten Süsswasserquellen ein sehr beträchtlicher.

Ich habe, um hierfür Anhaltspunkte zu gewinnen, die Haupttrinkwasserquelle Gasteins einer Analyse (Ad. Schwager) unterwerfen lassen, deren Ergebnisse nachstehend mitgetheilt werden. Auch von der Süsswasserquelle, welche die Curanstalt in Böckstein benützt, besitzen wir eine Analyse (II) von Dr. B. Spängler.[1])

I. Trinkwasserquelle von Gastein bei 1025 m mit 6,0° C.

II. Kurhausquelle von Böckstein bei 1127 m mit 3,75° C.

---

1) Fugger, Ueber Quellentemperaturen im XV. Jahresbericht d. Oberrealschule in Salzburg. S. 65.

In einem Liter Wasser sind in Gramm enthalten:

| | I. | II. |
|---|---|---|
| Kalkerde | 0,0176 | 0,01538 |
| Bittererde | 0,0031 | 0,00024 |
| Thonerde und Eisenoxyd | Spuren | 0,00002 |
| Kali | 0,0049 | 0,00507 |
| Natron | 0,0031 | 0,00342 |
| Kieselsäure | 0,0115 | 0,00138 |
| Schwefelsäure | 0,0091 | 0,01399 |
| Chlor | 0,0026 | 0,00002 |
| Kohlensäure | 0,0133 | 0,02209 |
| Organisches | Spuren | 0,00400 |
| | 0,0652 | 0,06561 |

Diese Zahlen beweisen, dass die süssen Quellwässer dieses Urgebirgs eine äusserst geringe Menge von Mineralbestandtheilen und zwar gegen die Gasteiner Thermen fünfmal weniger enthalten, so dass letztere auch in dieser Richtung sich wesentlich vom gewöhnlichen Quellwasser der Umgegend unterscheiden. Dagegen scheinen die in Lösung aufgenommenen Salze nahezu übereinzustimmen. Sie können als Auslaugungsprodukte der Gneissschichten gelten, welche bei den Süsswasser-Quellen durch geringere, bei den Thermen durch stärkere Einwirkung auf die zersetzbaren Gesteinsbestandtheile erzeugt worden sind.

Man hat mehrfach das Vorkommen der Thermen von Gastein mit dem Auftreten der Goldlagerstätte im benachbarten Rathhausberg in Verbindung und in einen gewissen genetischen Zusammenhang gebracht, einestheils wohl, weil beide benachbarten Erscheinungen aussergewöhnlicher Art sind und anderntheils, weil die Erzlagerstätte am Rathhausberg, in ihrem Streichen nach NO. fortgesetzt gedacht, ungefähr auf die Gegend von Gastein treffen würde.

Richtig ist, dass man in der Umgebung von Gastein

auf zahlreiche Quarzgänge mit Erzspuren stösst, welche eine gewisse Aehnlichkeit mit dem Erzvorkommen am Rathhausberge besitzen. Auch soll in der nächsten Nähe von Gastein in früherer Zeit Bergbau — wenn auch vielleicht nur versuchsweise — auf Erzgängen betrieben worden sein. Auf Nester von Quarz in Vergesellschaftung mit Orthoklas, Chlorit, Karbonaten und Kiesen stösst man hier im Gneiss an sehr zahlreiche Stellen; Schichten des letzteren umschliessen häufig zerstreute oder in Streifchen angehäufte Schwefelkiestheilchen und, wie mir nicht zweifelhaft scheint, auch Fünkchen von Gold.

Es lag daher nahe, auch das Vorkommen des Goldes mit den dasselbe begleitenden Erzen am Rathhausberge, welches sich bekanntlich an zahlreichen Orten der hohen Tauern in gleicher Weise wiederholt, in das Bereich dieser Untersuchung zu ziehen.

## Das Vorkommen von Gold und Erzen auf dem Rathhausberge.[1])

Der Rathhausberg besteht aus denselben Gneissgebilden, wie solche in der nächsten Umgebung von Gastein auftreten und wie wir sie in den Thälern von Kötschach, der Anlauf und des Nassfeldes kennen gelernt haben. In diesem Gneiss findet sich nun auf einem ausgedehnten Erzzuge gediegen Gold in mit unbewaffnetem Auge erkennbaren

1) Russegger, U. d. W. Abhang der Alpen in Salzburg und Tyrol, Jahrbuch für Mineralogie 1835, S. 505; ferner in Baumgartner's Zeitschrift für Physik I. Bd., S. 97 nnd 349; II. Bd., S. 61 und 261. — Reissacher, Ueber goldf. Gangstreichen d. Gasteiner- etc.-Thals in v. Haidingers naturwiss. Abhandl. II. Bd.; Einiges über die geognost. Verhältnisse des Gasteiner Thals in Mittheil. der Gesellschaft für Salzburger Landeskunde II. Bd., S. 95. — A. R. Schmidt, Nachrichten über die alten verlassenen Gasteiner Bergbaue in der Oesterr. Zeitschr. für Berg- und Hüttenwesen 1870 S. 147 und 154. — Posepny im Archiv f. pract. Geologie I. Bd., S. 88.

Blättchen und Körnchen (Freigold) und mit verschiedenen Schwefelmetallen — Schwefel-, Kupfer- und Arsenkies, Bleiglanz, Blende, Antimonglanz, Melanglanz (Stephanit), Antimonsilberblende (Pyrargyrit) — unsichtbar verbunden (Quickgold), welches einen bis in die vorrömische Zeit hinaufreichenden, wohl jetzt über zweitausend Jahre lang andauernden und auch gegenwärtig noch in Betrieb stehenden, altehrwürdigen Bergbau in den Tauren begründet.

Das meist silberhaltige Gold und die oben genannten Schwefelmetalle treten mit gewöhnlichem, derbem, theils milchweissem, undurchsichtigem, theils wasserhellem Quarz als Hauptgangart und in eigenthümlicher Vergesellschaft mit Karbonaten, namentlich Kalkspath, Braunspath, Ankerit, Eisenspath, sehr selten auch mit Flussspath, innerhalb einer ziemlich breiten Zone eines grünlichen Gneisses auf, dessen Schichten im Allgemeinen nach St. 1 streichen und nach St. 7 mit 40—50° NW. einfallen. Der braune Glimmer des Gesteins ist hier meistentheils in eine dunkelgrüne, chloritische Substanz umgewandelt. Die Gneisszone, innerhalb welcher der Bergbau speziell am Rathhausberge umgeht, beträgt 400—500 m in der Breite, erstreckt sich auf eine Länge von 1700 bis 1800 m und ist bis zu einer Tiefe von über 500 m aufgeschlossen. Man zählt mehr als 60 Tagstollen, durch welche die Lagerstätte vom höchsten, dem Vogelgesang-, bis zum gegenwärtig tiefsten Hieronymus-Stollen (1900 m über dem Meere, 787 m über Böckstein) angefahren wurde. Dazwischen ist das ganze Gebirge durch zahllose Mittel- und Abbaustrecken förmlich durchwühlt, weil das Erzvorkommen kein stetiges, sondern ein absätziges ist und oft grosse Pfeiler als unbauwürdig stehen geblieben sind. Daher wechselten auch vielfach Perioden grosser Ergiebigkeit des Bergwerksbetriebes mit Zeiten beträchtlicher Zubussen. In grösster Blüthe stand der Bergbau von 1460 bis etwa 1560 zur Zeit der reichen Gewerken Weitmoser,

Strasser, Zott u. s. w. Während dieser Glanzperiode sollen die Abgaben an die erzbischöflische Kammer allein jährlich (?) 80 000 Goldgulden betragen haben.

Die Natur der Erzlagerstätte hat man sehr verschieden aufgefasst. Man hielt dieselbe bald für ein Lager, bald für einen Lagergang, meistentheils aber für einen ächten Gang. Nach dem Besuch derselben ist es mir nicht zweifelhaft, dass das Vorkommen ein gangförmiges, allerdings von eigenthümlicher Beschaffenheit ist. Der Gang erweist sich nämlich nicht als eine geschlossene fortlaufende Lagerstätte mit symmetrisch angeordneter Ausfüllungsmasse und mit regelmässiger beiderseitiger Abgrenzung gegen das Nebengestein durch Saalband und Besteg. Es giebt zwar Strecken, auf welchen eine deutliche, glatte Ablösungsfläche mit einem graulich weissen Lettenbesteg am Hangenden des Gangs neben einer Ausfüllung des Gangs mit Quarz sich wahrnehmen lässt, gegen das Liegende aber ist auch in solchen Fällen die Gangabsonderung keine scharfe. Solche Strecken gelten jedoch erfahrungsgemäss nicht als die erzreichsten; sie sind vielmehr oft erzarm und selbst unbauwürdig. Meistentheils ist die Gangausfüllung unregelmässig, absätzig, bald erweitert, bald verengt und innig mit dem Nebengestein verwachsen, indem zahlreiche Klüftchen oft mit deutlichen Rutschflächen hier durchsetzen und die Gangmasse auf diesen Klüftchen zwischen den durch dieselbe zerstückelten Gneissschollen sich angesiedelt hat. Das Ganze bildet dann ein Netzwerk von Gangtrümmern im Gneiss, bei dem immer noch eine dem Hauptstreichen des Gangs entsprechende streifenweise Anordnung der mehrfach sich nebeneinander wiederholenden Erzausscheidungen und der Gangmasse sich zu erkennen giebt. Erweiterungen dieser Art erweisen sich oft als erzreich und edel, namentlich wenn in dem Gestein zugleich chloritische Beimengungen reichlicher vorhanden sind. Durch eine derartige Anordnung der Gangausfüllung ist wohl die

Ansicht entstanden, dass der Gneiss selbst hier gangförmig auftrete, was keineswegs der Fall ist. In Bezug auf die Anordnung der Gangmasse ist im Allgemeinen zu bemerken, dass der Quarz mehr im Hangenden und in der Mitte sich hält, die Karbonate dagegen gegen das Liegende hin angesiedelt sind. Doch ist diese Scheidung keine strenge und die verschiedenen Ausfüllungsmassen sind oft scheinbar unregelmässig miteinander verwachsen. Durchsetzende Klüfte nennt man hier Schrämme, welche vielfach von thonigem Zerreibsel erfüllt sind. Grössere Klüfte mit deutlichen Ablösungsflächen werden Blätter genannt. Die letzteren betrachtet man als Merkzeichen, durch welche die Gangrichtung angedeutet ist. Man spricht geradezu von erzführenden Blättern wie von Gängen, während die Schrämme für taub gelten.

In diesem Sinne zählt man am Rathhausberge ein Hauptblatt (Haupterzgang), dann ein liegendes und ein hangendes Blatt, welche nahe gleiches Streichen in St. 3 und Einfallen unter 55° in St. 9 nach SO. besitzen, aber schwierig von einander und zwar nur durch den Erzadel, der vorzugsweise dem Hauptblatt folgt, zu unterscheiden sind. Es ist deshalb bei den Grubenbauen oft nicht sicher, ob man auf dem Hauptblatt oder einem Nebenblatte arbeitet. Dazu kommt, dass auch Gangverschiebungen vorkommen, welche mit Gangverwerfungen nicht verwechselt werden dürfen, indem erstere schon vor den Gangausfüllungen vorhandene Gebirgsverrückungen darstellen, deren offene Spalten dann nachträglich mit Gangmasse ausgefüllt wurden, während Verwerfungen den bereits gebildeten Gang aus seiner Richtung und Lage gebracht haben. Solche Verschiebungen in Verbindung mit der Veraderung der Gangmasse ins Liegende machen es bei dem Bergbau oft sehr schwierig, den richtigen erzführenden Gang zu verfolgen, wie es gegenwärtig am Rathhausberg der Fall zu sein scheint. Der tiefste jetzt in

Betrieb stehende Stollen ist hier der Hieronymusstollen, der, wie die zwei nächsthöheren, auf der sogenannten Fäule angesetzt wurde, um den Haupterzgang in beiläufig 1250 m Länge schiefwinkelig anzufahren. Diese Fäule wird als eine Art einer tauben, mit aufgelösten Reibungsprodukten ausgefüllten, daher leichter zu bearbeitenden Gangkluft angesehen. Nach meiner Befahrung des Hieronymusstollens, in welchem ich das Gestein der Fäule anstehend zu beobachten Gelegenheit hatte, halte ich diese Fäule nur für eine glimmerreiche, desshalb weichere und leichter der Zersetzung zugängliche Zwischenschicht im Gneiss, welche dem sogenannten Neuner des Rauriser Erzzugs entspricht, nicht für eine Spalte. Man traf mit diesem Stollen den Gang nicht an der Stelle, an welcher derselbe nach seinen Verflächen in oberen Teufen erwartet werden durfte und fuhr erst nach verschiedenen Querschlagsversuchen das jetzt streichend verfolgte Blatt mit relativ geringem Adel an; daher es zweifelhaft ist, ob das jetzt verfolgte Blatt wirklich der Hauptgang sei. Der stete Wechsel von erzreichen Partien oder einer nesterweisen Vertheilung des Erzadels ist eine der eigenthümlichsten und den Bergbau am meisten erschwerenden Erscheinungen bei dem Erzvorkommen der Tauern. Daher rührt es auch, dass, indem man reiche Mittel sofort abbaute, sobald man sie angefahren hatte, ohne vorher vorsorglich erst durch Vorrichtungsbaue neue, reichere Erzpartien ermittelt zu haben, während des ganzen Bergbaubetriebs Zeiten reicher Erträgnisse mit solchen der Ertragslosigkeit wechseln und der Bergbuu sogar öfters ganz aufgelassen wurde. Der wegen des absätzigen Vorkommens der Erze und der ungewöhnlich hohen Lage an sich schwierige und kostspielige Bergbau kann nur rationell betrieben werden, wenn der Abbau und das Vorrichten guter und reicher Erzmittel in ein richtiges Verhältniss zu einander gesetzt werden, was allerdings die Vorlage grösseren Betriebs-Kapitals erfordert, wie

es der nur des Gewinns wegen interessirte Private vorzuschiessen selten Lust trägt. Die Ausbeutung der in der Tiefe unbenützt lagernden Schätze ist in erster Linie eine Sache des allgemeinen öffentlichen Interesses der Industrie und des Handels zur Förderung des Erwerbs in arbeitsarmen Gegenden; sie ist vorzüglich eine Aufgabs des Staats, der höhere Ziele als den rein pekuniären Gewinn im Auge haben muss. Was nun die Zukunft dieses Bergbaus anbelangt, so ist allerdings richtig, dass im grossen Ganzen ein allmäliger Rückgang des Ertrags mit dem weiteren Vordringen gegen die Tiefe hin sich herauszustellen scheint. Nach der ganzen Natur des Erzvorkommens liegt dies aber nicht sowohl an der raschen Abnahme der Erzmittel nach der Tiefe, als an den weniger energischen und ausgedehnten Untersuchungs- und Vorrichtungsbauen und z. Th. auch daran, dass man den Gangzug von der sogenannten Fäule abgeschnitten annimmt, wozu kein Grund vorliegt. Absolute Sicherheit freilich hat man nicht, dass die Gänge edel in der Tiefe niedersetzen; aber nach dem ganzen Verhalten derselben in den oberen Teufen ist dies nicht unwahrscheinlich. Verkehrt aber wäre es, etwa von halber Bergeshöhe, wie dies früher einmal versucht worden ist, querschlägig den Gangzug aufschliessen zu wollen, weil auf dieser Höhe weder für den Erztransport, noch für Zubringung von Holz und für die Betriebsmannschaft ein zureichender Vortheil zu erzielen wäre. Räthlicher scheint mir, den Angriff in der noch näher zu ermittelnden Streichlinie des Gangzuges vom waldreichen Anlauterthale aus, wo ohnehin an den Gehängen ein alter angeblich bedeutender Bergbau „Kniebeis" früher stattfand, zu bewerkstelligen. Gelänge es nicht, durch streichendes Auffahren den Gangzug anzutreffen, so könnte man schliesslich denselben querschlägig aufsuchen. Hier liegt eine ebenso berechtigte, wie hoffnungsvolle Aufgabe des Staates vor, für welche die erforderlichen Geldmittel,

weil auf viele Jahre vertheilt, im Vergleiche zu dem allgemeinen Interesse, welches durch den Aufschwung des Bergbaues für die Gegend erzeugt würde, als eine verschwindend kleine Summe bezeichnet werden dürfen.

Was nun die Beziehungen der Erzlagerstätte am Rathhausberg zu den Thermen von Gastein anbelangt, so konnte ich auch nicht den entferntesten Zusammenhang angedeutet finden. Schon die Verlängerung der Streichrichtung der Gangzüge trifft unter Berücksichtigung des SO. Einfallens nicht entfernt mit den Quellpunkten der Thermen von Gastein zusammen. Wichtiger aber ist, dass weder auf den Erzgängen selbst die hier auftretenden Gewässer eine höhere Temperatur verrathen, als ihnen nach der Höhenlage zukommt, noch die in der Nähe aus den Gneissschichten emporsprudelnden Quellen höhere Wärmegrade besitzen. Eine Quelle in der Nähe des Knappenhauses hat bei 1825 m Höhe eine Temperatur von 3,40° C, eine etwas tieferliegende am Knappensteig bei 1425 m 4,0° C.

Aehnliche Verhältnisse wiederholen sich im ganzen Centralstock der hohen Tauern, wie die alten Goldbergbaue in den dem Rathhaus zunächst benachbarten Bergorten des Siglitz-, Pochhard- und Erzwieser-Gangzugs, dann die berühmten Gruben in der Rauris, namentlich die Goldbergzeche und kärtenerischerseits die Goldzeche, sowie viele andere erkennen lassen. Auch über die hohen Tauern hinaus erstrecken sich analoge Erzvorkommnisse. So stossen wir in den Radstädter Tauern auf Erzlagerstätten mit einer ähnlichen Mineralvergesellschaft wie im Gasteiner und Rauriser Gebirge, aber, sowie bekannt ist, ohne Begleitung von Golderzen. Diese Analogie und der Umstand, dass die sogenannten Radstädter Tauernbildungen bis in das Gasteiner Thal herüberreichend angeben werden und dass andererseits die Dientener Silurschichten bis Radstadt und Mandling reichen sollen, gaben mir Veranlassung, auch den Radstädter Tauern einen, wenn auch

flüchtigen Besuch abzustatten. Wenn ich es wage, im Nachstehendem einige Mittheilungen hierüber zu machen, so sollen dieselben nur ganz im Allgemeinen die Eindrücke schildern, welche dieses geologisch so hoch interessante Gebirge auf mich gemacht hat.

### Die Radstädter Tauern.[1])

Das Fundament des den hohen Tauern sich ostwärts anschliessenden Gebirgsstocks besteht aus ähnlichen Urgebirgsgesteinen, wie in den westlicher liegenden Centralalpen. Es sind der Hauptsache nach zweiglimmerige, quarzreiche Gneisse von heller, oft grünlicher Färbung, welche bei mir den Eindruck gemacht haben, als seien sie identisch mit jenen der hohen Tauern, nur zeigen sich Hornblende führende Schiefer mit Epidoteinschlüssen häufiger, als in dem Gasteiner Gebiete. Chlorit-, Karbonat- und Schwefelkies-Ausscheidungen und Quarzlinsen fehlen auch hier nicht. V. Foullon bezeichnet einen Theil dieser sehr deutlich geschichteten Gesteine als Albitgneisse. Sie gehen allmälich in glimmerreiche, dünngeschichtete Lagen über, welche man Glimmerschiefer nennen kann, obwohl sie so wenig, wie im Gasteiner Thale, den Charakter des typischen Glimmerschiefers an sich tragen.

In den mit Hornblendegestein wechselnden Gneisschichten im Seekaar (1895 m) am Fusse der Seekaarspitze setzt eine Erzlagerstätte (Seekaarschurf) auf, welche, bis in die neueste Zeit bebaut, gegenwärtig in Fristen gehalten wird. Die Erzführung lässt eine merkwürdige Uebereinstimmung mit jener der Golderzgänge in den hohen Tauern

1) Vergleiche Stur im Jahrb. d. geol. Reichsanstalt Bd. V, 1854, S. 833; dann in Geologie der Steiermark. — Vacek, im Jahrbuch der geol. Reichsanstalt 1884, S. 609 mit der daselbst angegebenen Literatur und v. Foullon daselbst S. 635.

erkennen, nur dass Kupferkies und Karbonate weit über die mit einbrechenden, silberhaltigen Fahlerze vorherrschen und angeblich ein bemerkenswerther Goldgehalt fehlt. Die auf der Berghalde in beträchtlichen Massen aufgehäuften Erzstufen bestehen aus Quarz als der vorherrschenden Gangart und damit reichlich und innig verwachsen zeigen sich Karbonate, Kalk-Brau-Eisenspath und Ankerit. Das Haupterz ist, wie oben bemerkt wurde, Kupferkies. Damit verbunden tritt auch in nicht unbeträchtlicher Menge silberhaltiges Fahlerz (mit 0,41 % Silber und 8 % Kupfer), seltener Schwefelkies auf. Das Nebengestein des N.—S. streichenden und mit 50° einfallenden, bis 1 m mächtigen, aber absätzigen Ganges ist ein phyllitartiger Schiefer, welcher im Gneiss eingelagert zu sein scheint. Ein weithin mit dem Auge verfolgbarer brauner Streifen zwischen diesen Gneissschichten verräth das Ausgehende und das durch alte seit 1682 aufgelassene, seit 1866 wieder aufgenommene Baue aufgeschlossene Fortstreichende dieses Erzzugs. Weder die Temperatur des aus dem Stollen fliessenden Wassers, noch die einer benachbarten starken Quelle (1,75° C bei 1750 m) lässt auch hier einen Einfluss der Erzlagerstätte auf eine höhere Wärme der in der Tiefe circulirenden Gewässer wahrnehmen.

Gleich N. vom Obertauern-Hause stehen neben der Strasse glimmerschieferartig glänzende Thonschiefer an. Sie scheinen jedoch einer verstürzten Scholle anzugehören, wie denn überaupt in diesem Gebirge durch Ausnagungen, Unterwaschungen und Niederbrüche die grossartigsten Veränderungen in der ursprünglichen Lagerung der Gesteine bewirkt worden sind. Sowohl an dem Tauernsattel, wie gegen die Stöcklalp hin liegen gewaltige Kalkklötze, welche offenbar als von den Höhen herabgestürzte Bergtrümmer in zusammenhangsloser Lagerung anzusehen sind. Auf derartige verstürzte und herabgebrochene Bergtrümmer in grossartigem Maasstabe stossen wir an vielen Stellen dieses Hochgebirges.

An dem Rande der Tauernkette lagern sich nordwärts phyllitische Schiefer an, welche über Radstadt hinaus bis zum Rossbrand reichen und die isolirte Kuppe des aus chloritischen Quarzitschiefer mit ganz spärlichen Beimengungen von Plagioklas zusammengesetzten Stadtbergs umschliessen.

Was aber diesem Gebirgsstocke einen ganz aussergewöhn-Charakter verleiht, das sind die kalkigen und dolomitischen Felsmassen, welche sich auf dem Urgebirgsfundament aufgesetzt erweisen und in vielfach verschlungenen Zügen über das ganze Gebirge verbreiten. Sie machen die unter der Bezeichnung Radstädter Tauerngebilde bekannt und berühmt gewordenen Schichtgesteine aus, über deren Zugehör zur Trias jetzt wohl kein Zweifel mehr besteht. Nach dem Vorgange Stur's[1]) unterscheidet Vacek bei seiner neuesten gründlichen Untersuchung in diesen Gebilden eine Diploporenkalk- und Pyritschiefergruppe, von welchen angegeben wird, dass sie sowohl unter sich, als zu den unterbreiteten älteren Gesteinschichten ungleichförmig gelagert seien. Diese Kalk- und Schiefergebilde der Radstädter Tauern haben in ihrem Gesammtverhalten mich auf das Lebhafteste an jene Kalkvorkommnisse erinnert, welche im Engadin, Oberhalbstein und Davoser Gebirge, am Tödi und südlich von Innsbruck einem älteren krystallinischen Grundgebirge aufgesetzt sind. In manchen Beziehungen ist diese Analogie wirklich eine erstaunlich grosse; selbst die petrographische Beschaffenheit mancher Gesteine, namentlich die der tiefsten Lagen und der orangegelb angelaufenen Dolomite dieser Gebiete sind zum Verwechseln ähnlich und fordern zu einem näheren Vergleiche auf.

Ich habe diese dem krystallinischen Grundstocke ungleich-

1) Stur, Jahrb. der geol. Reichsanst. 1853, S. 833; Peters, daselbst S. 808; Vacek, daselbst 1884, S. 633 u. ff. und Stur, Geologie der Steiermark.

förmig aufgelagerten jüngeren Schichtgesteine der Radstädter Tauren an ziemlich vielen Stellen freilich nur in der Umgebung von Obertauern einer näheren Untersuchung unterzogen und bin hierbei zu folgenden Annahmen geführt worden, die, weil sie sich nicht auf die Erfahrungen innerhalb dieses ganzen Verbreitungsgebietes stützen, zwar einen geringeren Grad von Sicherheit gewähren, aber doch wohl einer näheren Prüfung empfohlen werden dürften.

An mehreren Stellen, namentlich am Ostrande einer Abzweigung der grossen Kaare in der Nähe des Wildsee's, fand ich sehr deutlich unmittelbar über die quarzigen, durch den gelben Ueberzug mit der Landkarten-Flechte weithin kenntlichen Schichten des gneissartigen Grundgebirgs ausgebreitet eine bröckliche Trümmerlage aus wenig abgerollten Urgebirgsfragmenten mit kalkig mergeligem Bindemittel nach oben mit Uebergängen in einen weissen und röthlichen, kieselreichen, dünnschichtig-flasrigen Kalkschiefer, dessen Schichtflächen von einem eigenthümlichen, Sericit-ähnlichen, schuppigen Mineral überkleidet sind. Eine Bank von Rauhwacke trennt diese Schichten von den nunmehr in grosser Mächtigkeit gleichförmig aufgelagerten, schwarzen, dolomitischen Kalken, deren tiefere Lage zahlreiche Hornsteinknollen umschliesst und zugleich von weissen Quarzadern durchzogen ist. Diese Schichten machen auf mich ganz den Eindruck der Guttensteiner Kalke und Dolomite. Namentlich besitzen die tieferen, plattigen Lagen den Charakter der unmittelbar über den Werfener Schichten z. B. am Südfusse der übergossenen Alp entwickelten Muschelkalkbänke. Die gleiche Schichtenaufeinanderfolge konnte ich an zahlreichen Orten wiederholt beobachten. Sogar an der Tauernstrasse ist sie deutlich an ersten Ansteigen derselben S. vom Dorfe Untertauern in der Nähe eines Kapellchens und des Wegssteins 84, wie auch tief unten im Bachgerinne der Taurach zu beobachten. Es stehen hier ganz dieselben weissen und

röthlichen, flasrigen Kalkschiefer mit quarzigen Beimengungen nnd sericitähnlichem Anflug auf den Schichtflächen, wie auf den Berghöhen an und es folgen auch hier dieselben Lagen von Rauhwacke, dann über diesen gleichförmig der schwarze, plattige, kieselige Kalk und Dolomit, wie in den Wildseekaaren. Ich halte diese mehrfach in gleicher Weise beobachtete Aufeinanderfolge von bestimmt charakterisirten Schichten für keine zufällige örtliche Erscheinung und stehe nicht an, da ich eine petrographisch ähnliche kalkige Ausbildung der obersten Lagen der Werfener Schiefer auch in den Schweizer-Alpen kennen gelernt habe, die tiefen flasrigen Kalkschiefer mit der Rauhwacke für eine Facies der obersten Werfener Schichten anzusehen.

In dem Profil an der Tauernstrasse legt sich über dem schwarzen, plattigen, dolomitischen Kalk ein mächtiges System schwarzer Kalke und Dolomite, ähnlich dem Ortler-Kalk an, welche nach oben in eigenthümlich fleckige, breccienartig aus hellfarbigen, oft streifigen nach allen Richtungen zerstreut liegenden Trümmern und einer schwarzen Zwischenmasse zusammengesetzte Lagen übergehen. In gleicher Weise baut sich auch in den höchsten Gebirgstheilen diese Schichtenfolge weiter auf. Weisslich ausgewitterte dolomitische Stücke, welche aus dieser Region stammen, enthalten an der Tauernstrasse in der Nähe oberhalb des erwähnten Kapellchens ungemein zahlreiche Versteinerungen, welche leider nur in ganz zertrümmertem Zustande herauszugewinnen sind, da das Gestein bei dem Zerschlagen bis ins Kleinste in der Richtung der dasselbe durchziehenden Klüfte zerbröckelt. Doch glaube ich unter diesen Trümmern eine *Dimerella* erkannt zu haben. Eine dünne Zwischenlage von tiefschwarzem, dünngeschichtetem, thonigem Schiefer, in dem ich vergebens nach organischen Einschlüssen gesucht habe, unterbricht die Reihe der dunklen, von zahlreichen weissen Quarzadern durchzogenen Kalke und Dolomite, welche darüber in weisslich

gestreiften und gefleckten und noch höher in ziemlich weissen Lagen fortsetzen. Unmittelbar über der thonigen Zwischenlage fand ich an der sogenannten Hohlwand Adern von violblauem Flussspath, dessen Vorkommen lebhaft an jenes im Muschelkalke von Reichenhall erinnert. Dagegen gelang es mir nicht, Gyroporellen in diesem Gestein, welches ich auch in den höheren Gebirgslagen und in ausgewitterten Stücken fleissig absuchte, zu entdecken.

Den ganzen Schichtenkomplex der schwarzen Kalke und Dolomite glaube ich auch hier mit einigem Rechte als Repräsentant des alpinen Muschelkalkes ansehen zu dürfen.

Dieser ziemlich mächtigen Kalk- und Dolomit-Schichtenreihe ist nun die gleichfalls ziemlich mächtige Stufe des schwarzen, meist dünngeschichteten Mergelschiefers aufgesetzt, welcher als sehr charakteristisch wohlausgebildete, oft ziemlich grosse Schwefelkieswürfel in Menge umschliesst und desshalb von Vacek zutreffend Pyritschiefer benannt wurde. Im Gegensatze zu der Annahme Vacek's, welcher diesen Pyritschiefer als ungleichförmig dem Diploporenkalke aufgelagert angiebt, bin ich zur Annahme geführt worden, dass beide Bildungen im Grossen und Ganzen gleichförmig aufeinander folgen, wie die Glieder zweier zueinander gehöriger Schichtenabtheilungen. Ich lernte zwar auf den Gehängen und an Thalstellen auch Punkte kennen, an welchen eine Diskordanz der Lagerung sich bemerkbar machte. Mir scheint es jedoch, dass in allen diesen Fällen eine derartige abnorme Lagerung durch eine Verrutschung des an sich weicheren, zur Abgleitung geneigten schieferigen Gesteins sich erklären lasse. Dabei ist nicht ausgeschlossen, dass da oder dort auch sich der Schiefer auf einem Untergrunde des schwarzen Kalks abgelagert hat, der vorher bereits durch Erosion abgetragen und stellenweise in verschiedene Formen ausgefurcht worden war.

Diese Stufe der Pyritschiefer besteht nicht gleichförmig

bloss aus thonig-schiefrigen Lagen, sondern es sind denselben auch sehr zahlreiche Bänke eines schwarzen, theils dichten, harten, theils körnigen, spröden Kalks eingebettet. Der Schiefer ist frisch schwarzgrau, mattschimmernd, dünn- meist ebenspaltend und nimmt in Folge von oberflächlicher Verwitterung einen bräunlichgrauen Farbenton an. Daneben kommen aber auch Phyllit-ähnliche, glimmerig glänzende, auf den Schichtflächen feinparallel gefaltete Abänderungen und grünliche Zwischenschichten vor, welche an das grüne Gestein der Wengener Schichten in Südtirol erinnern.

Die glimmerig glänzenden Schichten, welche wechsellagernd zwischen dem schwarzen Schiefer mit matten Schichtflächen liegen, scheinen sich auf kalkhaltige Lagen zu beschränken. Sie brausen lebhaft mit Säuren und verhalten sich in Dünnschliffen sehr ähnlich wie Phyllite, zeigen sich reichlich mit schwarzen, kohligen Theilchen angefüllt und enthalten grössere, i. p. L. lebhaft farbig reagirende und kleinste schwarze Nädelchen, während bei dem thonigen, mit Säuren nicht brausenden Schiefer solche Nädelchen nicht deutlich zu bemerken sind. Die Einlagerung der mit Kalk in Verbindung auftretenden, Phyllit-ähnlichen Schiefer in Mitten der anderen Schichten deutet auf den genetischen Zusammenhang zwischen Kalkgehalt und Phyllit-ähnlicher Ausbildung. Man kann natürlich nicht annehmen, dass das Niederschlagsmaterial, aus welchem diese Schichten hervorgegangen sind, ursprünglich schon diese Beschaffenheit besessen habe. Letztere ist vielmehr erst die Folge gewisser Umbildungsprocesse nach der erfolgten Ablagerung, aber nicht etwa erst nach der Verfestigung des Gesteins. Solche Vorgänge sind es, die ich als diagenetische bezeichnet habe. Es ist von Wichtigkeit, in diesem Falle festzustellen, dass solche krystallinische Ausbildungsweisen keine eigentliche metamorphische genannt werden können, welche an dem bereits fertigen Gesteinmaterial etwa durch Druckkräfte und dergleichen bewirkt worden

wären. Häufig beobachtet man an solchen mit Kalk verwachsenen Stücken, welche an den Oberflächen liegen, dass der Kalk ausgewittert ist und die Thonlamellen bienenwabenförmig, wie bei dem sogenannten Kramenzelgestein, vorstehen.

In sehr zahlreichen Zwischenlagen wird dieser Schiefer von schwarzen Kalken begleitet, und diese sind es, welche an vielen Orten so von Versteinerungen strotzen, dass man sie geradezu als Lumachelle bezeichnen kann. Leider gelingt es selten, auch nur einigermaasen vollständige Exemplare von organischenn Ueberreste herauszuschlagen. Weitaus am häufigsten sind Formen von *Gervillia* oder *Mytilus*-ähnlichen Muscheln, welche ich der Schalenverzierung wegen lieber der letzteren Gattung zuzählen möchte. Ausserdem deuten Bruchstücke auf das Vorkommen von *Myacites*, *Avicula* und *Gasteropoden*. Die besten Exemplare fand ich gleich oberhalb Obertauern am Steig zum Wildsee. Häufig stossen wir in den mit zerbrochenen Gesteinschollen erfüllten Kaaren auch auf noch andere, durch die Auswitterung der Jahrtausenden blossgelegten Versteinerungen, namentlich *Crinoideen*-Stacheln in vielerlei Formen, dann *Pentacrinus*, *Rhapdophyllia*-ähnlichen Korallenzweigen. Herr Stur und Vacek führen wohl aus gleichen Lagen *Avicula Gea* d'Orb., *Gervillia Goldfussi* Stromb., *Myacites* cf. *brevis et longus* v. Schaur., *Cardita* aff. *crenata*, *Chemnitzia* spec., *Neritopsis* spec. u. A., wonach diese Schichten einem Gliede an der Basis der nordalpinen oberen Trias zu vergleichen wäre.

Ich war sehr erstaunt, als ich wenige Tage nach dem Besuche der Radstädter Tauern von Mitterberg aus die am Südfusse der übergossenen Alp unter dem weissen Kalk und über dem schwarzen Dolomit eingeschalteten Schiefer, namentlich oberhalb der Mittelfeld-Alpe näher in Augenschein nahm, über die grosse Aehnlichkeit beider Bildungen der Radstädter Tauern und der Salzburger Kalkalpen. Sogar der Einschluss von Schwefelkies wiederholt sich am Mitterberg, wie das

Auftreten von Bänken schwarzen Kalks voll von Versteinerungen.

Diese Schichten werden allgemein in die Stufe der Raibler Schichten versetzt. Meiner Auffassung und Beobachtung nach aber entsprechen sie eher der tieferen Schieferregion, den sogenannten unteren *Cardita-* oder *Partnach-*Schichten. Dieser Stufe glaube ich auch den Pyritschiefer der Radstädter Tauern zuweisen zu sollen.

Sowohl auf der Passhöhe, als unterhalb des Obertauernhauses ist die Schichtenaufeinanderfolge in vielen Aufschlüssen blossgelegt, aber mehrfach durch Verrutschungen und Ueberkippungen im Vergleich zu der ursprünglichen Lage in die umgekehrte verwandelt. Man begegnet hier wiederholt einer Auflagerung von schwarzen Kalken und Dolomiten, häufiger noch von sehr eigenthümlichen, in dünnen Streifen wechselnd hell und dunkel gefärbten Kalken (Bänderkalk) oder Dolomiten, welche durch eine hellgelbe Verwitterungsrinde auffällig gekennzeichnet sind, über dem Pyritschiefer. Es muss zweifelhaft bleiben, ob man es in diesem Falle mit überstürzter Schichtenstellung oder regelmässiger Ueberlagerung zu thun hat.

Stur und Vacek schliessen die Schichtenreihe der Radstädter Tauerngebilde mit dem Pyritschiefer ab. Ich glaube mich in den vielfach verzweigten Kaaren am Wildsee, in welchen auf weiten Strecken der die Unterlage des Pyritschiefers ausmachende Kalk in grossartigen Kaarenfeldern mit wilden, spitzen Zacken entblösst ist, überzeugt zu haben, dass hier eine weitere Reihe von Kalk- und Dolomitbildungeu eine Stellung über dem Pyritschiefer einnimmt.

Dass hier auf die Pyritschiefer noch eine ziemlich mächtige Schichtenreihe von gebänderten und rostig gelben Kalken folgt, ist augenscheinlich. Sie enthalten gleichfalls noch sehr zahlreiche *Crinoideen*-Stiele und Schwefelkieskrystalle. Man könnte sie daher wohl noch mit den Pyrit-

schiefern in eine Abtheilung zusammenfassen. Natürlicher aber scheint es mir, mit denselben eine höhere Stufe beginnen zu lassen, welche man nach dem allgemeinen Aussehen der Gesteine und nach den mit denselben auftretenden rothen Kalken wohl mit den Hallstätter Schichten vergleichen könnte. Es baut sich dann noch weiter eine mächtige Schichtenfolge von grauen Kalken und Dolomiten mit einer Einlagerung schwarzen Schiefers darüber auf. Ob dieselbe dem Hauptdolomit entspricht, wie es wahrscheinlich ist oder aber eine durch eine Schichtenbiegung bewirkte Wiederholung der tiefsten schwarzen Kalk- und Dolomitbildung darstellt, konnte ich nicht sicher ermitteln, da sich an den steilen Wänden keine Stelle, welche für direkte weitere Untersuchung zugänglich gewesen wäre, auffinden liess.

Eine besondere Beachtung verdienen die in dieser oberen Gesteinreihe auftretenden, an sich weissen, an den Verwitterungsflächen sich orangegelb färbenden Gesteine, welche lebhaft an den Röthikalk der Tödigruppe und an gewisse Lagen im Dunkangebirge des Davoser Gebirgs erinnern. Sie bestehen aus:

| | |
|---|---|
| kohlensaurer Kalkerde . . . . . | 59,24 |
| „ Bittererde . . . . . | 18,63 |
| kohlensaurem Eisenoxydul . . . . . | 3,30 |
| „ Manganoxydul . . . . . | 0,33 |
| Kieselerde . . . . . | 0,42 |
| Thonerde . . . . . | Spur. |
| in verdünnter Salzsäure unzersetztem Thon | 18,08 |
| | 100,00 |

Die Schichtenflächen dieser weissen oder gelben Kalke sind häufig mit seideglänzenden, weissen, glimmerähnlichen Schüppchen bedeckt und neben Quarzadern, welche das Gestein durchziehen, bemerkt man auch lauchgrüne chloritische Ausscheidungen.

Im Gegensatze zu diesen Kalkgesteinen des Hauptgebirgs-

stocks der Radstädter Tauern fand ich die in den Vorbergen am Südrande des Ennsthales und über dasselbe nordöstlich fortsetzend im Mandlinger Passe auftretenden Kalke und Dolomite von gleicher petrographischer Beschaffenheit, wie die Gesteine des nördlich vorliegenden Hauptkalkgebirgs der Dachsteingruppe. Am Zaumberge auf dem Sattel zwischen Radstadt und Forstau sind es Dachsteinkalk-artige, unregelmässig aufgehäufte Felsklötze mit Spuren von Versteinerungen wie in den Kalkalpen, und weiterhin ragen endlos zertrümmerte, dolomitische Kalke, wie sie im Hauptdolomit sich finden, in hohen, wildzerbröckelten Felsen über dem phyllitischen Schiefer auf. Dieser Kalkzug macht den Eindruck, als entstamme er einem gewaltigen, vom Hauptkalkstock herabgestürzten Gebirgstheile.

An dieses Kalkriff lehnt sich am Südrande des Ennsthales eine höchst merkwürdige tertiäre Quarzbreccie, welche von kalkig sandigen Schichten und einem dunkelgrauen, Pechkohle umschliessenden Thon begleitet wird, an. Diese Gebilde stehen ganz in der Nähe von Radstadt, im sogenannten Steinbruche bei der Ziegelhütte in der Löbenau mächtig an und setzen westwärts am Thalrande gegen Altenmark fort, um dann weiter im Streichenden in die bekannte Pechkohlen-führende Tertiärablagerung von Steinbach und Wagrein überzugehen.

Diese auf weite Strecken hin bloss aus meist scharfkantigen, weissen, selten röthlichen Quarztrümmern mit quarzig sandigen Bindemittel bestehende, mächtige Breccienbildung, unmittelbar an und auf Kalk oder phyllitischem Thonschiefer aufgesetzt, ist eine aus der jetzigen Oberflächengestaltung nicht zu erklärende Erscheinung, welche noch dadurch bemerkenswerther wird, dass ich in den kalkig kieseligen Begleitschichten in grosser Menge angehäufte, kleine *Nummuliten* aus der Gruppe der *N. Lucasana* entdeckte. An den Verwitterungsflächen giebt sich die *Nummuliten*-Struktur in

ausgezeichneter Weise zu erkennen, dagegen sind die einzelnen Gehäuse so fest mit dem umhüllenden Gestein verwachsen, dass es nicht gelingt, Exemplare mit gut erhaltener Oberfläche herauszuschlagen, um sie sicher auf bestimmte *Nummuliten*-Species beziehen zu können. Neben diesen kleinen *Nummuliten* kommen, wie sich aus angefertigten Dünnschliffen ergiebt, auch einzelne Exemplare grösserer Arten, dann zahlreiche *Orbitoides* (ähnlich *O. papyracea*) und ziemlich häufig grosse *Alveolinen* (ähnlich *A. Bosci*) vor.

Diese Nummulitenschichten dürften der Ablagerung von Oberburg in der Steiermark im Alter gleichzustellen sein.

Wir verlassen nun das engere Gebiet der Radstädter Tauern, um noch einen Blick auf das Zwischenland zwischen dem Gasteiner Gebirge und den nördlich angeschlossenen Kalkstöcken des steinernen Meers und der übergossenen Alp zu werfen, in welchem gleichfalls eine mit den Erzgängen der Tauern merkwürdig ähnliche Mineralvergesellschaftung in der Erzlagerstätte von Mitterberg bekannt ist.

### Das Kupfererzvorkommen von Mitterberg.[1])

Wenn man sich von Dienten, bis wohin wir die Reihe der übereinanderlagernden Schieferschichten nordwärts von Gastein bereits verfolgt haben, nach Osten wendet, so gelangt man im Streichenden der berühmten Fundschichten silurischer Versteinerungen an der früheren oberen Nagelschmiede über die Felderer Alp zu dem grossen Tagbau auf Eisenerz am Kollmannsegg, wo sich unter ähnlichen Verhältnissen, wie in Dienten, mehrere mit Schiefer wechselnde Bänke so reich an Eisenspath und Ankerit erwiesen haben, dass man dieselbe unter Aushalten der kalkigen Partien als Erze abbauen und verwenden konnte. Die schiefrigen Zwi-

1) Stapf, Geogn. Notizen über einige alpin. Kupferlagerstätten in Berg- und Hüttenw.-Zeit. 1865, S. 6. 18 u. 29. — Posepny, Archiv f. pract. Geologie 1. Bd., S. 274.

schenlagen sind phyllitisch, z. Th. graphitisch, von mattem Glanz, z. Th. glimmerglänzend. Das Ganze wird von sehr zahlreichen, meist quer zur Schichtung ziehenden Quarzadern durchschwärmt, auf welchen gleichfalls eisenreiche Karbonate reichlich angesiedelt sind. In einen grünlichen Thonschiefer der Zwischenschichten fand ich dürftige Spuren von *Cardiola*-ähnlichen Versteinerungen. Man darf diese Schichten ihrem Gesammtverhalten nach noch dem Dientener Silur anreihen.

Eine kleine Einbuchtung trennt die Eisenerzlagerstätte von einer nördlich angeschlossenen felsigen Kuppe, welche mit steilem Gehänge gegen die grosse Längseinsattelung der Schwarzdientner Alp abfällt. Während es nicht gelingt, die Schichtenreihe vom Kollmannsegg noch weiter ostwärts in ihrem Fortstreichen gegen Mühlbach hin zu verfolgen, stösst man auf dem bezeichneten Nordgehänge im sogenannten Auwalde schon in beträchtlicher Höhe auf rothe und grüne, sandige und thonige, dünngeschichtete Gesteine, welche ganz unzweifelhaft den Werfener Schichten angehören. Sie sind in zahlreichen Gräben, namentlich in Fellerbach, wo auch Einsprengungen von Lazulith gefunden wurden, vortrefflich aufgeschlossen. Zwischen ihnen und der Erzgrube am Kollmannsegg legt sich ein röthlich graues, bald Sandstein-, bald Conglomerat-artiges, mächtige Felswände bildendes Gestein an, welches mit fahlfarbigen und röthlich grauen, thonigen Schiefern vergesellschaftet ist. Es bildet offenbar die Fortsetzung des Zugs, dem wir wieder bei Mitterberg begegnen und dort näher betrachten werden.

Die Werfener Schichten reichen vom nördlichen Gehänge des Auwaldes über die Einbuchtung der Schwarzdientneralp bis hoch unter die fast senkrecht aufsteigenden Kalke der Wetterwand hinauf und streichen ostwärts ohne Unterbrechung über Widersberg und Mitterberg durch das Gainfeld-Thal und den Höllgraben nach Werfen. Auf diesem von Leogang und Saalfelden her fortsetzenden Zuge macht

sich eine eigenthümliche Zusammensetzung der Schichten bemerkbar. Während nämlich im Westen grobtrümmerige Conglomerate und vorherrschend rothgefärbte Sandsteine und Schiefer in den Vordergrund treten und grüne thonige Einlagerungen mehr untergeordnet erscheinen, gewinnen ostwärts die grüngefärbten, kieselig thonigen Gesteine mehr und mehr an Ausdehnung und erlangen von der Dientner Alp über Widersberg und Mitterberg bis gegen den Höllgraben hin fast das Uebergewicht, sodass sie in dieser Gegend den Werfener Schichten ein fremdartiges Gepräge aufdrücken und vielfach nicht als ein Zugehör zu letzteren erkannt wurden. Man hat sogar diese Gesteine, welche bei dem Mitterberger Bergbau kurz als der „Grüne" bezeichnet werden und welchen man bei dem dortigen Bergwerk eine wichtige Rolle zutheilt, als Eruptivgebilde angesehen.

Meine sehr sorgfältigen Untersuchungen in dieser Gegend haben aber ganz unzweideutig ergeben, dass sie nur ein Glied in der Reihe der Werfener Schiefer ausmachen, mit typischen, rothen Werfener Schichten wechsellagern und am Wege von Mitterberg nach der Mitterfeldalpe sich mit Schichten zusammenfinden, welche die kennzeichnenden Versteinerungen der Werfener Schichten enthalten. Weiter ostwärts, z. B. im Höll- und Imlaugraben, gewinnen zwar die rothen Schichtenglieder wieder das Uebergewicht, aber die grünen Schichten nehmen auch hier in Zwischenlagerungen noch einen wesent-Antheil an der Zusammensetzung der Werfener Stufe.

Mit diesem örtlichen Ueberhandnehmen der grünen Schichten verknüpft sich eine andere bemerkenswerthe Erscheinung. Die Conglomerate und groben Sandsteinbänke, welche im Westen so mächtig hervortreten, verlieren sich ostwärts im Herrschaftsgebiete des „Grünen" mehr und mehr und es treten hier feinkörnige, klastische, sandsteinartige, oft flasrige, vorherrschend röthlichgraugefärbte, harte Gesteine auf, welche man in Mitterberg als Grauwacke und die sie beglei-

tenden, mehr thonigen Lagen als „blaue Schiefer" zu bezeichen pflegt. Mit ihnen zusammenlagernd, in sie übergehend und mit ihnen oft sogar fleck- und streifenweise verbunden finden sich hellfarbige, gelblich weisse, seifenartig schimmernde, thonige Gesteine, welche man früher Talkschiefer, später, als man sie in genetischen Zusammenhang mit dem als Lager angesprochenen Auftreten der Kupferkieserze bringen zu müssen glaubte, Lagerschiefer nannte. Hier und da tauchen auch noch dazwischen grüngefärbte Gesteine auf. Man kann nun darüber in Zweifel sein, ob diese Schichtenreihe, welche sicher das Liegende der typischen Werfener Schichten ausmacht, als Stellvertreter und Faciesbildung der Conglomerate und Hauptsandsteinbänke dieser Stufe, worauf ihre Streichrichtung und das Fehlen von Conglomeraten innerhalb des von ihnen eingenommenen Bezirks hinweisen, oder als eine besondere selbständige Bildung zwischen Silur und den Werfener Schichten aufzufassen sei. Ich neige mich zu der ersteren Ansicht um so mehr, als auch noch weiter ostwärts im Höllgraben und bei Bischofshofen am Wasserfall und im sogenannten Steinbruch auf der Ostseite des Salzachthales petrographisch sehr ähnliche Gesteine mit den Werfener Schichten verbunden vorkommen. Wir wollen sie im Folgenden unter der neutralen Bezeichnung „Mitterbergschichten" anführen.

Was nun zunächst den sogenannten „Grünen" anbelangt, so zieht derselbe die Aufmerksamkeit deshalb besonders auf sich, weil ein aus demselben zusammengesetztes Trümmergestein neben einer durchziehenden Spalte den bekannten Kupferkies-Erzzug des Mitterbergs westwärts abschneidet, ohne dass sich bis jetzt die weitere Fortsetzung desselben nach W. hin wieder auffinden liess. Man gab daher an dieser Verwerfung dem Auftreten des Grünen Schuld und vermuthete im Zusammenhalte mit seiner auffallend grünen Färbung und seiner dichten Thonstein-ähnlichen Beschaffenheit in ihm ein Eruptivgebilde.

Wir verdanken v. Groddeck[1]) eine sehr eingehende petrographische Beschreibung des Grünen. Nach dieser Darstellung besteht derselbe über Tag und unter Tag von verschiedenen Punkten genommen wesentlich aus Sericit, Chlorit und Quarz nebst Rutil (in kleinsten Nädelchen) und gehört (nach v. Groddeck) zu den geschichteten, nicht eruptiven Gesteinen, wahrscheinlich zum Silur Mitterbergs. Die durch v. Groddeck mitgetheilten Analysen Dr. Brockmann's geben folgende Zusammensetzung:

| | I. | II. | III. | IV. | Im Mittel |
|---|---|---|---|---|---|
| Kieselsäure | 58,20 | 58,20 | 66,80 | 70,00 | 63,30 |
| Titansäure | 1,00 | 0,60 | 0,80 | 1,45 | 0,96 |
| Thonerde | 22,07 | 23,30 | 18,39 | 15,32 | 19,77 |
| Eisenoxyd | 0,76 | 0,50 | 0,72 | 0,29 | 0,57 |
| Eisenoxydul | 2,85 | 3,22 | 2,19 | 3,00 | 2,82 |
| Kalkerde | 0,50 | 0,30 | 0,30 | 0,50 | 0,40 |
| Bittererde | 6,26 | 6,48 | 4,46 | 4,40 | 5,40 |
| Kali | 2,70 | 2,45 | 2,41 | 0,86 | 2,11 |
| Natron | 0,75 | 0,25 | 0,15 | 0,20 | 0,34 |
| Phosphorsäure | 0,14 | 0,10 | 0.10 | 0,10 | 0,11 |
| Wasser | 4,40 | 4,70 | 3,48 | 3,60 | 4,04 |
| | 99,63 | 100,10 | 99,80 | 99,73 | 99,81 |

I. Vom Buchmaisgraben.
II. Von der Riedingalp.
III. Vom Windrauheck.
VI. Vom Unterbaugraben.

Nach meinen Untersuchungen ist zunächst festgestellt, das dies grüne Gestein der Werfener Schichtenreihe angehört. Seiner Zusammensetzung nach besteht es aus Thon mit beigemengten Quarztheilchen und Blättchen weissen Glimmers, gefärbt durch eine grüne chloritische Beimengung. Die Zahlen der chemischen Analysen weichen nicht wesent-

1) Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. in Wien 1883, S. 437 u. ff.

lich von denen eines Thonschiefers ab. Auch die Dünnschliffe geben das Bild eines hellen Schieferthons. Die Quarztheilchen erweisen sich, wenn der Schliff senkrecht zu der Schichtfläche genommen ist, meist in kleinen, gestreckten Körnchen oder Streifchen ausgebildet. Das chloritische Mineral ist in kleinen Blättchen und rundlichen Fleckchen beigemengt. Mit kochender Salzsäure liefert das feine Pulver eine Theillösung reich an Eisenoxydul; der Niederschlag mit Ammoniak ist grünlichweiss und färbt sich beim Stehen ockerbraun. Auch in grösserer Menge ausgeschieden findet sich dieses färbende Mineral in körnig schuppigen Butzen auf Drusen und Klüften. Es verhält sich hier, wie der Chlorit vom Rathhausberg. Doch wird das Pulver selbst bei längerem Kochen nicht ganz entfärbt, was anzudeuten scheint, dass auch grünlicher Glimmer als färbendes Princip auftritt. Die zuweilen auf den Schichtflächen, angehäuften weissen Blättchen verhalten sich wie weisser Glimmer. Besonders deutlich machen sich nach der Behandlung mit Flusssäure im Rückstande kleine, durchschichtige, i. p. L. lebhaft farbenwechselnde Krystallnädelchen in grosser Menge neben spärlichen, kleinsten, den Thonschiefernädelchen gleichen, schwarzen Körperchen bemerkbar. Es ist hervorzuheben, dass grüne Gesteine von gleichem Verhalten nicht bloss mitten in den vorn erwähnten Mitterberger Schichten nahe an der Kuppe des Hochgail anstehend gefunden wurden, sondern auch in der Grube öfters vorkommen. Ich fand solche auf den Josephi-Unterbau-Horizont im Ostfeld Nr. 22 mit Erzen innig verwachsen. Andererseits trifft man innerhalb der Region der Werfener Schiefer auch völlig gebleichte, weisse, dem oben erwähnten Lagerschiefer ähnliche Gesteine, welche den Schichten des „Grünen" angehören. Denn sie gehen in denselben über und machen sich hauptsächlich neben Spalten und Klüften bemerkbar.

Die mehrfach erwähnte grüne Breccie oder trümmer-

artige Ausbildungsweise des Grünen, wie solche namentlich im Johann Barbara-Stollen auf der Verwerfungskluft zum Vorschein kommt, ist nur eine sekundäre Erscheinung, entweder eine Reibungsbreccie oder eine Ausfüllung von Spalten mit Trümmern des benachbarten grünen Gesteins, dessen Mächtigkeit stellenweise eine grossartige ist. So reicht dasselbe z. B. an dem Wirthshaus von Mitterberg, nur von schwachen Lagen rother sandiger und lettischer Schiefer unterbrochen, in einer mindestens 200 m mächtigen Schichtenfolge bis zu den fast senkrecht aufsteigenden Kalkfelsen der Manntlwand. Man kann hier bei 1725 m die Hand auf die Grenze zwischen Werfener Schichten und dem auflagernden, grauschwarzen, plattigen Dolomit und Kalk mit Einschlüsse von schwarzem Mergelschiefer und Hornsteinausscheidungen legen. Die obersten Schichten der Werfener Reihe bestehen hier aus weissen und röthlichen, gelblich verwitterten Steinmergel-ähnlichen, wellig flasrigen Schiefern, welche den an der Tauernstrasse oberhalb Untertauern geschilderten Schichten sehr ähnlich sind.

Die schwarzen, plattigen Kalke besitzen ungefähr eine Mächtigkeit von 25 m und gehen nach oben in eine Region schwarzer, weissadriger, z. Th. hellweisser dolomitischer Kalke, vorherrschend vom normalen Typus der sogenannten Guttensteiner Dolomite über. Einzelne Lagen der letzteren nehmen in Folge der Verwitterung eine gelbliche und röthliche Färbung an und mögen Veranlassung gegeben haben, sie für Hallstätter Kalke zu halten. Alle diese Schichten fallen ziemlich flach nach NNO. ein.

Bei 1900—2000 m Höhe legen sich über dem Guttensteiner dolomitischen Kalke in beträchtlicher Mächtigkeit intensiv schwarze, z. Th. mergelige Schiefer mit zwischen eingebetteten schwarzen Mergelkalken voll von Versteinerungen an, welche man als Raibler Schichten aufzufassen pflegt. Ich kann dieselben, wie schon vorn erwähnt wurde, gemäss ihrer Stellung unmittelbar über den Guttensteiner Schichten

und auch nach ihrer petographischen Beschaffenheit und Zusammensetzung nur für Stellvertreter der Partnach-Schichten halten. Sie lassen sich sehr gut am Halsriedel, bequemer noch an der Mitterfeld-Alpe, wo sie in Folge einer Verwerfung bis auf die Alpfläche (1670 m) herabgesenkt erscheinen, untersuchen. Nirgends fand ich hier jene für die Raibler Stufe so sehr charakteristischen Mergeloolithe deutlich ausgebildet. Die organischen Einschlüsse allerdings sind denen der Raibler Mergel sehr ähnlich. Ich habe schon früher darauf hingewiesen, dass manche dieser Schiefer durch Einschlüsse von Schwefelkieskryställchen ein den Pyritschiefern der Tauern gleiches Aussehen gewinnen.

An dem weiteren Aufbau des Kalkgebirgs[1]) auf der Südseite der übergossenen Alp über dieser schwarzen Schieferzone betheiligen sich zunächst lichtgraue und gelblichweisse dolomitische Gesteine, denen graulichweisse und röthliche Kalke und schliesslich die ganze mächtige Kalkmasse der höchsten Gipfel und Plattertflächen des Kalkhochgebirgs aufgesetzt sind. In den tieferen Lagen kommen hier Versteinerungen z. Th. vom Typus jener der Hallstätter Schichten vor. Sie werden als Hochgebirgskorallenkalke bezeichnet. Fasst man die schwarzen Schiefer als Partnachschichten auf, so würden diese versteinerungsführenden Kalke wenigstens z. Th. die gleiche Stellung wie die Wettersteinkalke einnehmen und mit der Fortsetzung einer ähnlichen Fauna in die noch höheren, etwa dem Hauptdolomit entsprechenden Lagen würde es sich verhalten wie mit der ebenfalls sehr ähnlichen Fauna, welche die Partnach-, Raibler- und rhätischen Schichten verbindet.

---

1) Vergl. v. Mojsisovics, Faunengebiete etc. der Triasperiode in den Ostalpen, Jahrb. der geol. Reichsanst. 1874, S. 81 und 114. — Bittner, Aus dem Salzburger Kalkgebirge in Verhandl. der geol. Reichsanst. 1884, S. 99. — Fugger und Kastner, Aus den Salzburger Kalkalpen in den Mittheil. der Gesellsch. f. Salzburger Landeskunde XXIII, 1883.

Kehren wir zu der Betrachtung der Werfener Schichten zurück, so ist in Bezug auf die örtliche, eigenthümliche Ausbildung einzelner Glieder derselben, wie wir derselben in dem „Grünen" im Gebiet des Mitterbergs begegnen, auch an die Einlagerung oft mächtiger, an Eisenspathen reicher Karbonatbänke zu erinnern, welche jetzt noch im Höllengraben als Eisenerze gewonnen werden und auch an der Salzachbrücke bei Spöck N. von Bischofshofen bekannt sind. Nach langer Unterbrechung tauchen solche Eisenerzlager wieder N. von der Schwarzdientneralpe am Fusse der Taghaube auf dem sogenannten Stegmoosriedel, wo gleichfalls ein jetzt verlassener Bergbau betrieben wurde, auf. Es ist bemerkenswerth, dass hier der Eisenspath und die begleitenden Karbonate mit Kupferkies verwachsen vorkommen, wie auf der Mitterberger Erzlagerstätte.

Gleich unterhalb des Eisensteinbergbaues im Höllgraben ist eine der Fundstellen des seltenen Wagnerits. Derselbe kommt hier auf schmalen, die rothen und grünen Werfener Schiefer durchsetzenden Quarz-Gängen und -Adern in kleinen Krystalldrusen vor. Damit vergesellschaftet finden sich röthlicher Schwerspath, Eisenspath, Chlorit und Lazulith. Den letzteren traf ich auch auf Quarzgängen, welche die Werfener Schiefer an dem grossartigen Gebirgsaufschluss bei der Einmündung des Fritzbachs in die Salzach durchschwärmen, in gleicher Mineralvergesellschaftung an. Aehnlich wie mit den Eisenerzeinlagerungen scheint es sich auch mit dem sporadischen Auftreten von Gyps und Steinsalz zu verhalten. Der erstere wurde z. B. im Grünen des Johann-Barbara-Stollen wie im Höllgraben und an der Maximilianshöhle bei Bischofshofen aufgefunden.

Am Mitterberg schliessen sich zunächst südlich an die rothen, vorherrschend grünen Gesteine der typischen Werfener Schichten die unter der Bezeichnung Lagerschiefer, blaue Schiefer, wilde Schiefer und Grauwacke bekannten Gebilde, welche in vielfachem Wechsel mit einander ein Ganzes ausmachen

und die berühmte Mitterberger Kupferkies-Lagerstätte in sich schliessen. Auch über diese Gesteine verdanken wir v. Groddeck[1]) eine eingehende Untersuchung, welche ergeben hat, dass die wachsgelben Lagerschiefer, wie sie bereits im Vorausgehenden geschildert wurden, wesentlich aus Sericit in fasrig schuppigen Aggregaten und aus Quarz in kleinen klaren Körnchen oder körnigen Aggregaten theils mit, theils ohne Beimengung von Karbonaten (Kalkspath, Braunerit) bestehen. Dazu kommen in geringer Menge Blättchen eines grünen Minerals (nicht Chlorit), Kryställchen von Apatit, Schwefelkies und Thonschiefernädelchen.

Nach der Mittheilung v. Groddeck's bestehen diese hellen Schiefer (I), wenn man den nicht in allen Abänderungen vorkommenden Gehalt an Karbonaten in Abzug bringt, und die sogenannten blauen Schiefer (II) aus:

| | I. | II. |
|---|---|---|
| Kieselsäure | 61,38 | 59,80 |
| Titansäure | Spur. | 0,40 |
| Thonerde | 21,05 | 20,23 |
| Eisenoxyd | 1,58 | 8,74 |
| Eisenoxydul | 7,02 | 0,34 |
| Kalkerde | — | 0,42 |
| Bittererde | — | 0,83 |
| Kali | 5,17 | 4,11 |
| Natron | 0,89 | 0,16 |
| Kohle | — | 0,17 |
| Wasser | 2,86 | 2,89 |
| | 99,95 | 98,19 |

Dazu ist zu bemerken, dass wahrscheinlich ein Theil des Eisenoxyduls gleichfalls an Kohlensäure gebunden ist und dagegen ein Theil der Bittererde, welche hier als Karbonat

1) v. Groddeck, II. Beil.-Bd. des N. Jahrb. für Mineralogie etc. 1883, S. 113 ff. und Jahrb. der k. preuss. geol. Landesanstalt für 1888 II, S. 45.

in Abzug gebracht ist, als Silikat an der Zusammensetzung theilnimmt. Im Ganzen ist ein wesentlicher Unterschied im Vergleiche zu der Zusammensetzung des grünen Gesteins nicht vorhanden.

Ich halte daher auch diesen Schiefer, den man passend Wachsschiefer nennen könnte, ähnlich wie den „Grünen" einfach für ein Gestein, dessen Hauptmasse nicht aus Sericit, sondern aus Thon besteht, dem Quarzkörnchen und sehr reichlich weisser Glimmer beigemengt sind. Ich konnte sehr leicht einzelne Glimmerblättchen abheben. Die wachsgelbe Farbe wird durch eingeschlossene bräunliche Flecke — wahrscheinlich zersetzte eisenhaltige Karbonate — hervorgerufen. Die durch v. Groddeck erwähnten grünen Blättchen habe ich nach ihrem sehr deutlichen Verhalten in Dünnschliffen eines an grösseren Exemplaren dieses Minerals reichen Gesteins als Ottrelith erkannt. Doch enthalten nicht alle Lagen des Schiefers diese Beimengung, deren Häufigerwerden nach Angabe des Herrn Bergmeisters Pirchl als ein der Erzführung ungünstiges Zeichen angesehen wird. Am Gehänge des Hochgail werden solche quarzreichere Varietäten als Wetzsteine benützt. Die Färbung des Gesteins erachte ich für eine ursprüngliche, d. h. nicht erst etwa bei der Erzbildung sekundär hervorgerufene. Denn man beobachtet häufig solche blassfarbigen Schiefer inmitten der intensiv röthlichgrauen Gesteine in Wechsellagerung und sogar in rings abgegrenzten Flecken und Linsen. Damit darf man aber ähnlich gefärbte Partien nicht verwechseln, welche unzweideutig in Folge von Entfärbung gebleicht erscheinen. Sie zeigen sich namentlich neben durchziehenden Klüften, eine mit denselben fortlaufende schmale Zone bildend, welche allmälig mit der Entfernung von der Kluft in die gewöhnliche Farbe des Gesteins verläuft. Auch butzen- und fleckweise kommen solche Entfärbungen meist als Folge der Zersetzung von Schwefelkies u. s. w. vor. Derartig entfärbte Partien

sind namentlich in Dünnschliffen daran kenntlich, dass sie die Zusammensetzung der sogenannten blauen Schiefer oder der sogenannten Grauwacke besitzen.

Die bereits erwähnten blauen Schiefer sind die vorherrschenden Gesteine der Mitterberger Zone und verlaufen oft in die sogenannte Grauwacke. Sie sind eigentlich röthlichgrau, (nicht blau) gefärbt und gleichen in dieser Beziehung ganz der Hauptmasse der thonigen Gesteine der Werfener Schichten. Dieser Farbenton wird durch reichlich eingestreute röthlichschwarze, pulverige Körnchen oder durch Flocken von kohligen Theilchen, von Rotheisenerz und kleinsten Blättchen von Eisenglanz bewirkt, welche in einer unregelmässig flaserig bröcklichen Thonmasse mit zahlreichen eingestreuten Quarzkörnchen eingebettet sind. Dazu kommen Blättchen von weissem Glimmer, die theils in dünnen Flasern beigemengt sind, theils auf den Schichtflächen gehäuft sich anlegen und diesen daher oft ein schimmerndes Aussehen verleihen.

Spärlicher finden grüne Blättchen von Chlorit sich vor. Auch kleine helle und kleinste dunkele Nädelchen fehlen nicht. Am häufigsten ist das Gestein mässig dünn geschiefert, sich in uneben flaserige oder wellige Stücke zerspaltend, zuweilen aber auch in dicken Bänken entwickelt, welche grosse Felsen und steile Wände bilden, wie am Wasserfall oberhalb des unteren Pochwerks. Durch Häufigerwerden der quarzigen Gemengtheile geht das Gestein in eine sehr dichte, anscheinend gleichförmige Thonstein-artige Felsmasse über, welche, wie Dünnschliffe lehren, aus zahlreichen Schichten besteht und in diesen durch die Anordnung der Beimengungen die sogenannte Uebergussstruktur im Kleinen erkennen lässt, wie sie bei Sandsteinschichten im Grossen vorzukommen pflegt. Den Gegensatz zu diesen harten, in dicken Bäncken abgesonderten Gestein bilden sehr glimmerreiche Abänderungen, welche weich und leicht verwitternd die milden kuppigen Bergformen dieses Gebietes bedingen. Die vorn mitgetheilte Analyse zeigt, dass

ihre Zusammensetzung nicht wesentlich von jener der hellen Lagerschiefer abweicht.

Durch Ueberhandnahme der quarzigen und klastigen Gemengtheile endlich bilden sich mehr oder weniger grobkörnige Sandsteine heraus, wie sie z. B. im Steinbruche am Mitterberg dem Steinbrecher gegenüber anstehen. Die reichliche Beimengung von Thon verleiht ihnen eine gewisse Milde und in vielen Lagen die Eigenschaft, ein feuerfestes Material zu liefern. Sie werden häufig von Quarzgängen durchsetzt, auf welchen rother Schwerspath, Karbonate und Lazulithe angesiedelt sind, wie im typischen Werfener Schiefer. Grobkörnige Bänke fehlen nicht, doch werden die eigentlichen groben Conglomerate hier vermisst.

Was die sogenannten „wilden Schiefer" anbelangt, so versteht man im Bergbau des Mitterbergs darunter kein petrographisch besonderes Gebilde, sondern nur meist wirrgelagerte oder überhaupt solche Schiefer, welche erzleer sind und für der Erzführung ungünstig gehalten werden.

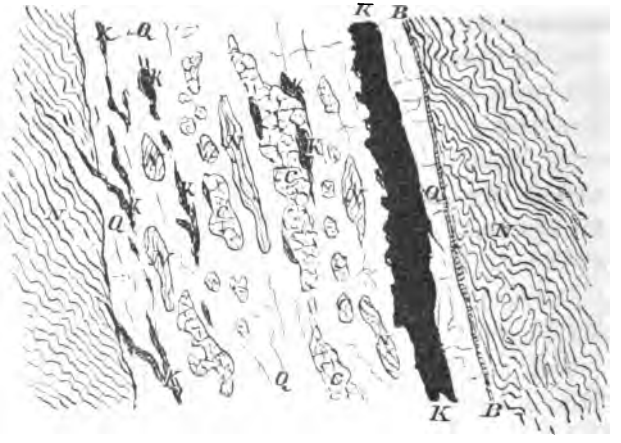
In Bezug auf die Lagerung ist zu bemerken, dass die Werfener Schichten mit dem „Grünen" unmittelbar unter den Kalkwänden der Hochalpen regelmässig nach NNO. einfallen. Gegen die Zone der erzführenden Mitterberger Schichten stösst man jedoch, wie z. B. gleich unterhalb des Wirthshauses, auch auf südlich einfallende grüne Schiefer. Diese südliche Einfallenrichtung unter 35—45° bei überwiegend W.—O. Streichen beherrscht die ganze erzführende Zone; doch trifft man auch häufig genug nach NNO. normal einfallende Schichten, wie z. B. in dem Wassergraben neben dem Josephi-Oberbaustollen, im Anfang des Mariahilfstollens, im Steinbruche an der Trommelwasch, weiter oben in einem Wassergraben am Hochgail und an zahlreichen anderen Stellen. Es steht daher der Annahme nichts im Wege, dass in Folge einer kuppenförmigen Schichtenbiegung die Mitterberger Schichten das Liegende der bestimmt als Werfener

Schiefer erkannten Schichten ausmachen. Ganz besonders auffallend häufig zeigen sich meist glattwandige Klüfte, welche die Schichten durchziehen und oft so nahe an einander liegen, dass sie das Gestein in schichtenähnliche Bänke zerspalten. Dadurch wird es oft schwierig, in gleichmässig zusammengesetzten Lagen wahre Schichtung und diese bankige Absonderung sicher von einander zu unterscheiden und darnach das richtige Einfallen zu bestimmen. Vielfach sind solche Klüfte hauptsächlich von Quarz mit Beimengungen von Carbonaten, Chlorit-artigen Blättchen und Erzfunken ausgefüllt. Diese Klüfte streichen vorherrschend von W. nach O., von S. nach N., dann von SW. nach NO. und von SO. nach NW. unter mancherlei Ablenkungen von diesen Hauptlinien.

Einem solchen Hauptkluftsystem gehörte nun auch die berühmte Kupferkieslagerstätte des Mitterbergs an, welche man früher gewöhnlich als Lager angesprochen hat, weil ihr Streichen nahezu mit jenem der sie umgebenden Schiefer übereinstimmt und auch das Einfallen übereinstimmend nach S. gewendet ist. Die Gangnatur dieser Erzlagerstätte ist jetzt ausser Zweifel gestellt. Das Hauptgangstreichen ist nach St. 7, 2 und das Einfallen zwar nach S., aber unter viel steilerer Neigung als die des umgebenden Nebengesteins, nämlich unter 68—70° gerichtet, sodass die Schichten im Streichen und Fallen von den Gängen schief durchschnitten werden.

Man hat durch den jetzt in Betrieb stehenden Bergbau drei Erzgänge kennen gelernt, den Hauptgang „Josephi", einen Nebengang „Maria" ungefähr 80 m im Liegenden und einen 2. Nebengang ungefähr 100 m im Hangenden „Petrus". Diese Gänge sind durch zahlreiche Stollen aufgeschlossen, unter welchen als die bedeutendsten zuhöchst der Josephi-Oberbaustollen, tiefer der Mariahilfstollen, dann der Josephi-Unterbaustollen und als gegenwärtig tiefster Bau der Johann-Barbarastollen hervorzuheben sind.

**Gangdurchschnitt aus dem Johann-Barbarastollen.**




Erklärung:

*N.* Nebengestein und Schollen desselben im Gange.
*Q.* (Weisse Stellen) Quarz als Hauptgangart.
*K.* Kupferkies.
*C.* Carbonate.
*B.* Gangbesteg.

Der Hauptgang ist in den verschiedenen Horizonten in einer Länge bis nahezu 1500 m weit verfolgt. Er zeigt keine grosse Regelmässigkeit, weder in der Gangausbildung, noch in der Erzführung, verengt und erweitert sich absatzweise, theilt sich in Westfeld in zwei Trümmer und wird endlich gegen W. von einer in NW.—SO. streichenden, unter 50° nach SO. einfallenden Verwerfungskluft, hinter welcher sich verworrengelagertes grünes Gestein (an einer Stelle mit einer Gypslinse) anlegt, gänzlich abgeschnitten. Auch in seinen Hauptpartien ist die Gangausfüllung keine geschlossene und die Erzführung keine regelmässig fortlaufende, vielmehr verzweigt sich die Gangmasse vielfach auf durchziehende Klüfte; das Nebengestein nimmt ganze Schollen desselben in sich auf und bildet ein Netzwerk von Gangtrümmern, welche

auf weite Strecken oft erzarm sind. Selten trifft man auf eine glatte Gangablösung und ein deutliches Besteg. Dagegen nimmt man vielfach Verrutschungen und Harnische wahr. Aber es kommen doch auch viele Stellen vor, an welchen derbe Kupferkieslagen auf grosse Strecken sich fortziehen. Auch sah ich an mehreren Punkten parallele Erzstreifen mit Quarz in der Streichrichtung des Gangs aufsetzen. Eine constante und regelmässige Anordnung der an der Gangausfüllung betheiligten Mineralien lässt sich mit Sicherheit nicht feststellen.

Im östlichen Felde scheint der Hauptgang sich zu verschlagen und es tritt hier dafür gleichsam als Ersatz der Mariagang unter ähnlicher Erzführung, aber nach W. zu von nur kurzer Erstreckung auf. Sein Ausgehendes ist in der Nähe des Neuschurfstollens auf der Ostseite des Hochgailbergs prächtig aufgeschlossen. Der Gang setzt auch hier im wachsgelben Schiefer zwischen rothgrauen, thonigen Sandsteinen, welche von zahlreichen Quarzadern durchschwärmt werden, auf. Der Kupferkies hält sich hier in fortlaufenden Streifen an die mit Quarz überzogenen Saalbänder, zeigt sich aber auch noch in einzelnen Butzen in Mitten des ausserdem hauptsächlich mit Quarz und Ankerit ausgefüllten und viele Schollen des Nebengesteins enthaltenden Gangraums. Bemerkenswerth ist, dass einer der das Nebengestein durchschwärmenden Quarzgängelchen quer durch den Erzgang durchsetzt, sich also von geringerem Alter als der Erzgang selbst erweist.

Der Petrusgang ist ein nur auf 340 m im Westfelde aufgeschlossener Gang, erzarm und meist unbauwürdig.

Als weitaus vorherrschende Ausfüllungsmasse der Gänge tritt gewöhnlicher Quarz milchweisstrübe, krystallinisch grobkörnig, seltener in Drusenräumen auskrystallisirt auf. Gewöhnlich nimmt er die äusserste Zone der Gangmasse an den Saalbändern ein und füllt, verwachsen mit den übrigen auf

den Gängen vorkommenden Erzen und Mineralien, welche in demselben streifen-, ader-, nester- oder butzenweise, wohl auch porphyrartig eingesprengt sich finden, das Innere des Gangraumes aus, in welchem auch zahlreiche linsenförmige Schollen des Nebengesteins eingebettet liegen. Auf beträchtlichen Strecken bildet Kupferkies neben den äusseren Quarzzonen, namentlich am Hangenden hin fortlaufende derbe Erzlagen bis zu 0,25 m Stärke, zeigt sich aber auch in vielen Streifen gegen die Gangmitte im Quarz eingewachsen, oder in Schnüren, welche gleichsam Risse im Quarz ausfüllen. Seltener wechselt Quarz in mehreren parallelen Lagen, welche da, wo der Gang in das Nebengestein vordringt, wohl auch schief zu dem Gangstreichen gestellt sind. Auch mit hellfarbigem, feinkrystallinischem Schwefelkies verwachsen, sehr selten in drusigen Räumen auf Eisenspath aufsitzend und in demselben eingeschlossen kommt der Kupferkies derb und krystallisirt vor. Es ist auffallend, dass derselbe, abgesehen von ohnehin nur spärlich zu bemerkenden Zersetzungsprodukten, wie Malachit (in Altungen) u. s. w., von keinem anderen eigentlichen Kupfererz begleitet wird. Neben Quarz treten als nächst häufige Gangmineralien verschiedene Karbonate, Kalkspath, Braunspath, Magnesit, Ankerit und Eisenspath, letztere beide besonders reichlich auf. Sie halten sich vorherrschend mehr an die Gangmitte, sind auf Drusenräumen auskrystallisirt, stellen sich aber häufig auch gleichsam porphyrartig in die Quarzmasse eingesprengt ein.

Eine sehr häufige Erscheinung auf den Erzgängen ist Eisenglanz, der sich bekanntlich ungemein häufig in dem Werfener Schiefer überhaupt findet. Er überkleidet oft in grossen Blättchen die Eisenspathkrystalle und dringt in dieselbe in Richtungen hinein, welche nicht die der Blätterdurchgänge sind.

Mehr als Seltenheiten sind zu betrachten Arsenkies in schönen grossen Krystallen, Nickelkies, Speisskobalt

und Fahlerz, welche verwachsen mit Kupfer- und Schwefelkies einbrechen.

Nach einer von Herrn Assistenten A. Schwager ausgeführten Analyse besteht dieses Fahlerz aus:

| | |
|---|---|
| Schwefel . . . . . | 28,21 |
| Kupfer . . . . . | 46,65 |
| Arsen . . . . . | 13,94 |
| Antimon . . . . . | 4,65 |
| Zink . . . . . | 0,71 |
| Eisen . . . . . | 6,56 |
| Nickel und Kobalt . . . . | 0,11 |
| Quecksilber . . . . . | Spuren |
| | 100,83 |

Der relativ hohe Gehalt an Kupfer und Eisen scheint anzudeuten, dass mit dem Fahlerz etwas Kupferkies untrennbar verwachsen ist. Als Zersetzungsprodukte hauptsächlich solcher Fahlerze finden sich, wenn auch meist sehr spärlich, Kobaltblüthe, Nickelocker, Realgar, Zinnober, Hydromagnesit (durch Nickel oft grünlich gefärbt) und Brauneisenerz.

Das Vorkommen von strahligem Tremolit auf Klüften des Hauptgangs dürfte ausser Beziehung zu der Erzführung des letzteren stehen.

Die ganze Vergesellschaftung von Mineralien erinnert auf das lebhafteste an jene der Erzgänge im Centralstock. Doch fehlen auf den Mitterberger Gängen, soviel bekannt ist, Gold und Silber, wenigstens in bemerkenswerther Menge. Diese Aehnlichkeit der Gangausfüllung, welche zunächst Veranlassung gab, auch das Erzvorkommen am Mitterberg hier in Betracht zu ziehen, wiederholt sich ausserdem auch noch in zweifelsohne lagerförmigen und deutlich linsenförmigen Ausscheidungen mitten in den Werfener Schichten. Es sei nur an das Spatheisensteinlager des benachbarten Höll-

grabens erinnert, wo fast dieselben Mineralien aber in anderen Mengenverhältnissen vergesellschaftet sind. Es scheint dieses Verhältniss darauf hinzuweisen, dass die Ablagerung der Werfener Schichten und die Ausfüllung der Gänge der Zeit ihrer Entstehung nach nicht gar sehr weit aus einander liegen. Man hat vielfach das Auftreten der erzführenden Mittel unserer Gänge als durch das Vorhandensein der sogen. Lagerschiefer bedingt angenommen. Das ist aber nicht zutreffend. Häufig allerdings setzen die Gänge in solchem fahlfarbigen Schiefer auf. Ich habe aber in der Grube erzführende Strecken beobachtet, welche ganz in dem sogenannten blauen Schiefer verlaufen und ohne Veränderung der Erzführung in hellfärbige Schiefer übersetzen.

Der am Mitterberg umgehende Bergbau scheidet sich in zwei durch mehr als ein Jahrtausend von einander getrennte Zeitabschnitte. Die erste Periode reicht bis in die prähistorische Zeit hinauf und endet wahrscheinlich kurz nach der Besitzergreifung des Landes durch die Römer. Dadurch gewinnt dieser Bergbau ein erhöhtes Interesse, weil er eines der wenigen alten Werke ist, in welchen man die Herstellung von metallischem Kupfer und die ganze Art der dabei vorgenommenen Arbeiten näher kennen gelernt hat.[1])

Auf der Höhe des Sattels am Mitterberg deutet eine zwei- bis dreifache, nebeneinander fortziehende Reihe von dicht aneinanderliegenden, tiefen Pingen, welche an der Oberfläche über $1^1/_2$ km weit sich erstrecken, die grossartige Ausdehnung des prähistorischen Bergbaues an. Durch die neuen Arbeiten hat man vielfach solche alte ausgehauene Grubenräume aufgeschlossen und gefunden, dass die Alten bis 80 m unter die Oberfläche die Erze in dicht neben einander ge-

1) A. Morlot, Ueber das hohe Alter des Kupferbergbaues am Mitterberg, Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanst. I, 1850, S. 147 und Much, Das vorgeschichtliche Kupferbergwerk auf dem Mitterberg, 1879. Mündliche Mittheil. des Herrn Bergverwalters Joh. Pirchl.

stellten Schächten und in von diesen aus getriebenen Strecken, soweit es möglich war, mittelst Feuersetzen gewonnen haben. Es fanden sich noch von Russ überzogene Erzwände und die Reste der zum Feuersetzen verwendeten angekohlten Holzstücke. Das Hereintreiben des durch die Erhitzung mürbe gewordenen Gesteins scheint erst durch Steinhämmer aus zähem, Serpentin- und Diorit-artigem Gestein, von welchen man mehrere auf den alten Halden auffand, wohl auch durch kupferne Keilhauen, von denen zwei in der Sammlung des Werks in Mühlbach aufbewahrt werden, später namentlich im Westfelde durch bronzene Keile, deren man bis jetzt im Ganzen 11 erbeutet hat, bewerkstelligt worden zu sein. Kienholzspäne dienten als Beleuchtungsmaterial und hölzerne, wannenähnliche Schüsseln zum Verbringen der gewonnenen Erze über Tag. Grössere Holztröge, welche anf der unteren Seite stark abgeschliffen sind, lassen erkennen, dass sie oftmals hin- und hergeschoben worden sind und wohl zum Sichern der zerschlagenen Erze verwendet wurden. Die gewonnenen und zu Tage geförderten Erze wurden weiter auf grossen, etwas ausgehöhlten Steinen (meist Findlingen) mit schweren Klopfsteinen, welche oben mit einer Einkerbung versehen sind, um sie mit beiden Händen fassen zu können oder auch um sie mittelst Schnüren an einem Holzschafte zu befestigen, zerschlagen und sortirt. Sodann unterwarf man die Erze der Röstung. Man stiess auf mehrere soche Röststätten, welche sorgfältig gepflastert waren. Endlich gelangten die gerösteten Erze in den Schmelzofen, der quadrisch 0,6 m Weite besass, auf drei Seiten von aufrechtstehenden Steinen eingefasst und vorn wahrscheinlich mit feuerfestem Thon zum Aufbrechen nach dem Schmelzprocesse zugestellt war. An den aufgefundenen Ueberresten dieser Oefen liess sich die Höhe nicht mehr genau ermitteln. Auf welche Weise man die Schmelzhitze verstärkte, ob, wie wahrscheinlich, mittelst Blasbälgen aus Thierhäuten, ist nicht nachweisbar. Staunenswerth aber

ist die Vollkommenheit des Schmelzprocesses. Herr Bergmeister Pirchl fand in einer Gaarschlacke dieser Oefen nur mehr einen Kupfergehalt von 1—1½ Prozent.

Ausserdem stiess man bei verschiedenen Tagbauten auf Topfscherben aus der bekannten rohen Masse, von Hand geformt und nur mit einfachen Strichzeichnungen verziert, dann auf in gewöhnlicher Weise geformte Bronzenadeln und auf Pfriemen aus Bein. Ein Leichenfeld konnte bis jetzt, trotz fleissigen Suchens, nicht entdeckt werden.

Der Bergbau scheint bis in die Römerzeit fortgedauert zu haben. Denn es fand sich eine freilich nur vereinzelte Römermünze des Kaisers Severus Julianus aus dem Jahre 193 n. Chr. in der Nähe. Von da an erlosch jede Erinnerung an diese so ausgedehnte Fundstätte des damals so hochgeschätzten Metalls. Nicht einmal in der Sage lässt sich in der ganzen Umgegend auch nur eine Spur auffinden, welche auf das Vorhandensein dieses alten Bergwerks hinweisend gedeutet werden könnte, bis erst 1827 zufällig ein Bauer eines benachbarten Gehöftes in der Nähe des Kirchsteinlehens auf der SW. des Hochgailbergs ein Stück derben Kupferkieses fand, dass er begreiflicher Weise für Gold hielt und zum damaligen Oberhutmann Zöttl nach Pillersee brachte, um sich Raths zu erholen. Zöttl griff die Sache mit Feuereifer auf, aber erst nach langen erfolglosen Arbeiten gelang es seinen unverdrossen fortgesetzten Bemühungen 1843 im Mariahilfstollen reiche Erzmittel aufzuschliessen und einen Bergbau zu begründen, der unter der intelligenten Leitung des gegenwärtigen Betriebsleiters Herrn Bergverwalters Joh. Pirchl rasch aufblühte, so dass jetzt jährlich 6000 Metercentner Kupfer aus 12 % Kupfer-haltigem Pochgut auf der Hütte zu Aussenfelden bei Bischofshofen erzeugt werden.

Dem mit bewunderungswürdiger Sorgfalt und Bedacht von den Herren Bergverwalter Joh. Pirchl und Bergmeister Hans Pirchl geführten Bergbau, der geradezu ein Musterbau ge-

nannt zu werden verdient, sind für die fernere Zukunft zwei wichtige Fragen gestellt; nämlich ob und bis zu welcher Tiefe die Erze niedersetzen und dann, wo man den auf der Westseite verworfenen Gangzug jenseits der Verwerfung aufzusuchen habe.

In wohlverstandenem Interesse des Fortbestandes des Bergwerks und dessen zeitgemässe Vervollkommung ist in sehr zweckmässiger Weise von der Johann-Barbara-Sohle aus bereits mit dem Abteufen eines seigeren, nach dem wohlüberlegten Projekt 300 m tiefen Gesenkes begonnen worden. Von der Sohle dieses Gesenkes soll weiter querschlägig gegen das Hangende der Gangzug in beiläufig 180 m Entfernung. aufgeschlossen und dann die nöthigen Veranstaltungen getroffen werden, um die Erze wohlfeiler, als jetzt nach dem alten, zur Zeit verlassenen Pochwerk in Mühlbach zu verbringen. Möge dieses Unternehmen mit reichem Bergsegen beglückt werden.

Was das Auffinden des im Westen plötzlich abgeschnittenen Gangzugs anbelangt, so dürfte bei dem steilen, unter 50° nach SW. gerichteten Einfallen der Verwerfungskluft und dem Anlegen des gewöhnlich im Hangenden der Werfener Schichten gelagerten grünen Gesteins neben dieser Spalte gefolgert werden, dass der verworfene Theil in die Tiefe nach S. sich abgesenkt hat, was mit der beabsichtigten Tiefbauanlage auch noch näher zu untersuchen sein wird, da über Tag beträchtlicher Gehängeschutt Schürfarbeiten zum Zwecke des Auffindens der Gangfortsetzung nach Westen zu nicht wohl räthlich erscheinen lassen.

Es sei noch bemerkt, dass erratischer Schutt bis auf beträchtlicher Höhe oft in bedeutender Mächtigkeit sich hier verbreitet zeigt und grossartige Felsstücke des benachbarten Kalkgebirgs herabgebrochen und verstürzt weit über die Umgebung von Mitterberg herabreichen. Ein solches Bergtrumm von schwarzem Dolomit und dem schwarzen Schiefer des

Halsriedl ist durch den Strassenbau in der Nähe des unteren Pochwerks blossgelegt worden.

Kommen wir nun zur Beantwortung der Frage, ob am Mitterberg ein Einfluss des so ausgedehnten Erzzugs auf die Temperatur der zunächst benachbarten Quellen sich bemerkbar mache, so geben in dieser Beziehung meine Beobachtungen der Temperatur mehrerer Quellen in der Nähe der Erzgänge genügenden Aufschluss.

Der vielbenützte Kranzbrunnen nahe auf der Sattelhöhe von Mitterberg gegen das Gainfeldthal bei 1510 m besitzt eine Temperatur von 5,3° C, während eine benachbarte aus dem Kalkschutte kommende Quelle mit reichlich aufsteigenden Luftblasen (1515 m) 6,25° C zeigt. Eine Quelle hinter dem Wirthshaus bei 1490 m hat 5,4° C; eine in der Nähe der Trommelwasch bei 1400 m 5,3° C, während das aus dem Mundloch des Neuschurfstollens auf der Ostseite des Hochgail in grosser Menge ausfliessende Wasser, welches am ehesten von einem Einfluss der Erzgänge berührt sein könnte, die verhältnissmässig niedere Temperatur von 4,75° C bei 1850 m Höhenlage besitzt.

Also auch in diesem Erz-reichen Gebirge ist eine wesentliche Erhöhung der Quellentemperatur in der Nähe der Erzlagerstätte nicht nachweisbar, was insbesondere aus einer Vergleichung der Temperaturen dieser Quellen mit jenen des anstossenden Kalkgebirgs von ungefähr gleicher Höhenlage bestätigt wird. Hier zeigt es sich, dass z. B. eine Quelle bei dem Mitterkaser am Jenner bei Berchtesgaden (1525 m) 4,6° C, eine Quelle bei der Seeaualpe am Gotzen (1590 m) 4,7° C, eine Quelle am Viehkogel auf dem steinernen Meer (1592 m) 4,1° C, eine Quelle bei der Kugelalpe am Watzmann (1543 m) 4,9° C, eine Quelle im Eiswinkel am Untersberg (1570 m) 4,7° C, eine Quelle im obersten Grünthal am Untersberg (1565 m) 6,0° C u. s. w., also im Ganzen einen

nahe mit der Temperatur der Mitterberg-Quellen übereinstimmenden Wärmegrad besitzen.

### Schlussfolgerungen.

Nachdem sich herausgestellt hat, dass weder bei den Erzgängen am Rathhausberg, noch an jenen in den Radstädter Tauern und bei Mitterberg irgend ein Einfluss auf die Temperatnr der ihnen benachbarten Quellen wahrgenommen wird, so kann wohl von irgend einer Abhängigkeit der Thermen Gasteins von dort aufsetzenden Erzgängen nicht die Rede sein.

Für andere warme Quellen habe ich versucht, den Nachweis zu liefern, dass ihre hohe Temperatur von dem Vorkommen jüngerer Eruptivmassen sich herleiten lasse, welche nicht bis zur Oberfläche durchgebrochen sind, sondern in der Tiefe gleichsam stecken geblieben sind, daher, umhüllt von schlecht wärmeleitenden, mächtigen Gesteinsmassen, einen gewissen Theil ihrer ursprünglichen Wärme noch behalten haben, und jetzt an die bis in ihre Nähe eindringenden Gewässer abgeben. Dahin gehören beispielsweise die Thermen von Karlsbad und Ems.

Ein solches Verhältniss lässt sich nun für die Thermen von Gastein nicht annehmen. Denn es fehlt in diesem Gebietstheil, wie überhaupt in einem grossen Theil der Alpen, jede Spur von jüngeren Eruptivgebilden, welche bis zur Oberfläche durchgedrungen sind. Es ist daher im höchsten Grade unwahrscheinlich, dass solche Ausbruchsmassen in der Tiefe vorhanden sind, welche hier nicht zum Durchbruch bis zu Tage gelangt wären. Unter diesen Umständen bleibt nichts Anderes zur Erklärung der hohen Temperatur der Gasteiner Thermen übrig, als anzunehmen, dass Gewässer auf grossen Klüften bis in die Tiefenregion des Untergrundes eindringen, wo eine hochgradige innere Erdwärme herrscht, dass sie hier ihre hohe Temperatur erhalten und durch den Gegen-

druck der auf den Gesteinsklüften wie in einer Art communicirender Röhren verlaufenden Gewässer höherer Bergtheile wieder bis zu Tage emporgetrieben werden. Dass die Bedingungen, unter welchen sich solche Thermen bilden können und zu Tage treten, so überaus selten gegeben sind, rührt wohl hauptsächlich von dem Umstande her, dass so grossartige und bis zu so beträchtlicher Tiefe niedergehende Klüfte, welche überdies offen geblieben sind oder doch wenigstens dem Wasser einen Durchgang gestatten müssen, sich selten in unseren Gebirgen vorfinden.

Eine grossartige Entfaltung alter, einheitlicher Gebirgsmassen, wie solche in der Taurenkette uns entgegentreten und die gewaltigen Bewegungen, welche hauptsächlich die massiven Theile der Alpen bei ihrer Ausgestaltung erlitten haben, scheinen sich hier vereinigt zu haben, um die der Thermenbildung günstigen Verhältnisse entstehen zu lassen. Warum gerade Gastein ein so bevorzugter Punkt für die Entstehung und das Hervorbrechen von Thermen ist, lässt sich schwieriger klarlegen. Vielleicht wird dies dadurch bedingt, dass das gewaltige Gneissmassiv der Tauren hier an dem äussersten Rande seines Gewölbes von einer grossen Gebirgsspalte, welche durch das von Lend herziehende Thal der Gasteiner Ache angezeigt ist, angeschnitten wird und dass an dieser Stelle zugleich diese Hauptspalte sich mit der Bruchlinie eines Gewölbsattels und mehreren, durch die Seitenthäler angedeuteten, grösseren Klüften kreuzt, wodurch eine Zersprengung der Felsmassen des Untergrundes bis zu den beträchtlichsten Tiefen bewirkt und einem Theile der Oberflächengewässer der Zutritt zu den Regionen hoher Erdwärme ermöglicht wird. Da das Wasser bei seiner Bewegung auf diesen Klüften nur schwer zersetzbare Urgebirgssteine der Gneissgruppe berührt, so erklärt sich daraus auch der verhältnissmässig geringe Gehalt der Thermen an aufgenommenen Mineralstoffen.

## Oeffentliche Sitzung

zu Ehren Seiner Majestät des Königs und Seiner Königlichen Hoheit des Prinz-Regenten

am 15. November 1889.

---

### Wahlen.

Von der mathematisch-physikalischen Klasse wurden gewählt und von Seiner Königlichen Hoheit dem Prinz-Regenten bestätiget:

zu ordentlichen Mitgliedern:

1. Das bisherige ausserordentliche Mitglied, Herr Dr. Richard Hertwig, Professor der Zoologie und vergleichenden Anatomie an der Ludwig-Maximilians-Universität dahier;
2. Das bisherige ausserordentliche Mitglied, Herr Dr. Aurel Voss, Professor der Mathematik an der technischen Hochschule dahier;
3. Das bisherige ausserordentliche Mitglied, Herr Dr. Leonhard Sohncke, Professor der Physik an der technischen Hochschule dahier, grossherz. badischer Hofrath;

zum ausserordentlichen Mitglied:

4. Herr Dr. Karl v. Orff, kgl. bayr. Generalmajor und Direktor des topographischen Bureaus des Generalstabs dahier;

# Ueber den Einfluss der Objectivconstruction

## auf die Lichtvertheilung in seitlich von der optischen Axe gelegenen Bildpunkten von Sternen bei zweilinsigen Systemen.

Von Dr. Adolf Steinheil.

(Mit Tafel III—IX.)

(*Eingelaufen 10. Dezember.*)

Nach der Gauss'schen Theorie existiren bekanntlich für jedes Objectiv, (wenn das Medium vor und nach demselben das nämliche ist, z. B. Luft) vier Cardinalpunkte, die beiden Hauptpunkte und die beiden Brennpunkte.

Gefunden werden dieselben, indem man zwei von unendlich entfernten in der optischen Axe, vor und hinter dem Objective gelegenen Objectpunkten ausgehende Strahlen durch das Objectiv rechnet. Diese Strahlen werden so gewählt dass sie parallel zur optischen Axe und ganz nahe derselben das Objectiv treffen (Axenstrahlen).

Die Durchschnitte dieser Strahlen mit der optischen Axe hinter, beziehungsweise vor dem Objective, bilden den zweiten beziehungsweise ersten Brennpunkt.

Diese Brennpunkte bilden die Enden der Brennweiten, deren Anfangspunkte die Hauptpunkte sind, welche sich finden, wenn man die zusammengehörigen ein- und austretenden Strahlen vor- und rückwärts verlängert, bis sie sich schneiden und von diesen Schnittpunkten Perpendickel auf die Axe fällt.

Die Entfernung des ersten Brennpunktes vom ersten Hauptpunkte ist gleich der Entfernung des zweiten Haupt-

punktes vom zweiten Brennpunkte und gleich der wahren Brennweite.

Diese letztere und damit der Hauptpunkt kann auch rechnerisch bestimmt werden, indem man sie aus der Formel $F = \frac{H}{\lambda}$ ableitet, wobei F eben diese wahre Brennweite, H der Abstand über der Axe, in welcher der einfallende Strahl die erste Fläche trifft und $\lambda$ der Winkel ist, welchen der Strahl, nachdem er das System durchlaufen hat, mit der optischen Axe bildet.

Auch für die Bildpunkte seitlich der Axe sind die Hauptpunkte von grosser Bedeutung; in dem nämlich ein in der Mitte eines schräg zur Axe einfallenden Büschels liegender Strahl, ein sogenannter Hauptstrahl, nach dem Durchgange durch das System unter dem gleichen Winkel gegen die optische Axe, unter welchem er einfiel, auch wieder austritt; und zwar so, dass er aus dem zweiten Hauptpunkte zu kommen scheint, während er vor dem Eintritt in das System auf den ersten Hauptpunkt zielt.

Hierdurch ergibt sich ein einfaches Mittel, für einen seitlich von der Axe gelegenen Objectpunkt den Abstand des Bildpunktes von der Axe in der Bildebene zu bestimmen; wenn man unter Bildebene eine im zweiten Brennpunkte senkrecht zur optischen Axe errichtete Ebene versteht.

Es wird nämlich diese Entfernung $H = F \cdot \operatorname{tg} \tau$, wobei $\tau$ der Winkel des Hauptstrahls mit der optischen Axe ist.

Ist nun ein zweilinsiges System von grösserer Oeffnung zu berechnen, so ist die erste Bedingung, die eingeführt werden muss, die Einhaltung der vorgeschriebenen wahren Brennweite.

Die zweite, die Hebung des Farbenfehlers, d. h. die Vereinigung eines Strahles von mittlerer Brechbarkeit mit einem zweiten von anderer Brechbarkeit in einem Punkte, dem zweiten Brennpunkte.

Als dritte Bedingung ist einzuführen, dass ein Strahl von mittlerer Brechbarkeit, der nahe am Rande des Objectives einfällt, die Axe ebenfalls im Brennpunkte schneidet. Die Erfüllung dieser Bedingung heisst die Hebung des Kugelgestaltfehlers.

Sind diese drei Bedingungen erfüllt und drei Strahlen in einem Punkte, dem zweiten Brennpunkte vereinigt, so ist Deutlichkeit für den Bildpunkt in der Axe erzielt, und es ist noch zu untersuchen, wie es sich mit den seitlich von der Axe gelegenen Bildpunkten verhält.

Für einen Strahl von anderer als mittlerer Brechbarkeit folgt direct aus der Gauss'schen Theorie, dass er nicht nur denselben Brennpunkt, sondern auch denselben Hauptpunkt mit dem von mittlerer Brechbarkeit haben muss; denn wenn für ein Objectiv die Brennpunkte für zwei Farben zusammenfallen, die Hauptpunkte aber nicht, so werden die wahren Brennweiten für die beiden Farben ungleich und der Bildpunkt jener Farbe, welche der längeren Brennweite entspricht, muss weiter von der Axe abliegen, als derjenige der Farbe einem von der kleineren Brennweite. Es entstünden somit von seitlich der Axe gelegenen Objectpunkten zwei Bildpunkte. Es werden für die aufeinanderfolgenden Farben eine Reihe von farbigen Bildpunkten entstehen, so dass der höchste und der tiefste Bildpunkt von den Farben der Grenzen des Spectrums sind; während den zwischenliegenden Farben zwischenliegende Bildpunkte entsprechen, so dass ein seitlich gelegener Objectpunkt als Linie abgebildet wird, deren beide Enden jenen Farben angehören, welche das Spectrum begrenzen.

Die vierte Bedingung, welche eingeführt werden muss, ist somit die Forderung, dass für zwei Farben auch die Hauptpunkte zusammenfallen. (Zwei verschiedenfarbige Bilder gleich gross.)

Nicht so direct wie die bisher behandelten vier Bedingungen geht aus der Gauss'schen Theorie die fünfte Beding-

ung hervor, welche angiebt, wie der Anfangspunkt der Brennweite für Strahlen liegen soll, welche das Objectiv in grösserer Entfernung von der Axe, z. B. am Rande des Objectives treffen.

Aus der oben entwickelten Art und Weise, den Ort eines seitlich von der Axe gelegenen Bildpunktes zu finden, kann geschlossen werden, dass es nur dann möglich wird, nur einen Bildpunkt für Strahlen von mittlerer Brechbarkeit zu erhalten, wenn die verschiedenen Theile des Objectives (Mitte und Rand desselben) gleiche wahre Brennweite besitzen; wenn also die Anfangspunkte der Brennweiten auf einer Sphaere liegen, die mit der wahren Brennweite als Radius aus dem Brennpunkte beschrieben wird.

Unsere fünfte Forderung ist somit: Gleiche wahre Brennweite für Mitte und Rand des Objectives bei Strahlen von mittlerer Brechbarkeit.[1]) Nur bei Einhaltung dieser Bedingung werden sich die Randstrahlen symmetrisch um die Hauptstrahlen lagern und dadurch ein correct gezeichnetes Bild erzeugen.

Die Richtigkeit dieser Behauptung soll in Folgendem an der Hand strenger Rechnung nachgewiesen werden.

Da obige Theorie in Bezug auf verschiedene Farben (Bedingungen 2 und 4) schon hinlänglich erwiesen ist, soll nachstehende Untersuchung nur für Strahlen von mittlerer Brechbarkeit aber für 2 Bildpunkte, einer in der Axe, der andere seitlich derselben gelegen, durchgeführt werden.

In allen Fällen, bei welchen es sich um genaue Messungen, sei es von Distanzen nahestehender Fixsterne (wie z. B. bei Ausmessung photographisch aufgenommener Sternkarten), sei es von den verschiedenen Durchmessern der Planeten, handelt, ist es wichtig, die Vertheilung des Lichtes im Bildpunkte des Sternes zu kennen, weil es nur dann möglich ist zu beurtheilen, ob die Einstellung mit Sicherheit

1) Diese Bedingung fällt im Effekte zusammen mit der sogenannten Sinusbedingung.

erfolgen kann oder nicht und beziehungsweise wie gross die Unsicherheiten sind und wie sie vermindert werden können.

Als Object für diese Untersuchung ward das Königsberger Heliometerobjectiv gewählt, dessen Elemente von Fraunhofer selbst seiner Zeit publicirt wurden. Dieselben sind:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Brechungsindices . . . . | $n_D$ = | 1.529130 für Crown | |
| | $n'_D$ = | 1.639121 für Flint | |
| Halbe wirksame Oeffnung | H = | 35.1 | |
| Halbmesser der 1. Fläche | $R_0$ = | 838.164 | OZ [1] |
| Crowndicke . . . . . | $D_1$ = | 6.0 | |
| Halbmesser der 2. Fläche | $R_2$ = | 333.768 | UZ |
| Abstand der Linsen . . | $D_3$ = | 0.0 | |
| Halbmesser der 3. Fläche | $R_4$ = | 340.536 | UZ |
| Flintdicke . . . . . | $D_5$ = | 4.0 | |
| Halbmesser der 4. Fläche | $R_6$ = | 1172.508 | UZ. |

Figur I stellt die Oeffnung des Objectives in halber natürlicher Grösse dar. In derselben ist bei 1 die optische Axe, 2 ist ein Punkt am Rande, 10 ein solcher in $^2/_3$ von der Axe gegen den Rand und 18 in $^1/_3$ Höhe von der Axe gegen den Rand.

Vom parallel zur Axe einfallenden Büschel wurden 4 Strahlen gerechnet; von welchen der eine ganz nahe der Axe, bei 1 (Axenstrahl), die anderen bei 2, 10 und 18 einfallen, also Rand-; $^2/_3$ Rand- und $^1/_3$ Rand-Strahlen darstellen.

Es ergeben sich folgende Vereinigungsweiten und wahre Brennweiten; vom Scheitel der letzten Fläche an gezählt.

| | Vereinigungsweiten. | Wahre Brennweiten. |
|---|---|---|
| Für Rand | = 1127.6587 | 1131.6557 |
| „ $^2/_3$ Rand | = 1127.6872 | 1131.5436 |
| „ $^1/_3$ Rand | = 1127.7058 | 1131.4771 |
| „ Axe | = 1127.7121 | 1131.4552. |

1) OZ und UZ: Oberes Zeichen und unteres Zeichen bedeutet die Stellung der Flächen; OZ deutet an, dass die convexe Seite der Fläche dem auffallenden Lichte zugekehrt ist; wo UZ steht, die concave.

Es ist somit ein Kugelgestaltfehler $\overset{'''}{0}.0534$ nicht compensirt vorhanden, sowie ein Unterschied in der Länge der wahren Brennweiten zwischen Axe und Rand von 0.2005; (Rand zu lang). Es ergibt sich nun als deutlichste Einstellebene:

$$\overset{'''}{1127}.6701$$

und der Durchmesser des Scheibchens wird:

$$\overset{'''}{0}.00071.$$

Als seitlich von der optischen Axe gelegener Objectpunkt wurde ein solcher gewählt, der 48′ von derselben entfernt ist und unter ihr liegt. Aus dem von demselben kommenden parallelen Büschel wurden 25 Strahlen durch das Objectiv gerechnet, die in den Punkten 1 bis 25 Fig. I das Objectiv treffen.

Es sind dies der Hauptstrahl, der bei 1 eintritt, und drei Kränze von Strahlen zu je 8 in gleichen Entfernungen von 45°; der eine Kranz am Rande des Objectives, die beiden anderen in $^2/_3$ und $^1/_3$ von der Mitte gegen den Rand.

Diese Strahlen sind theils solche, welche in der Axenebene liegen (bei welchen alle Brechungen in derselben Ebene erfolgen), theils solche, welche ausser der Axenebene liegen (bei welchen also die Ebenen, in welchen die Brechungen stattfinden, von Fläche zu Fläche wechseln).

Strahlen ausser der Axe in der Axenebene sind diejenigen, welche in einer Ebene liegen, die den Hauptstrahl und die optische Axe enthält; sie treffen die Linse auf dem Durchschnitt dieser Ebene mit der ersten Fläche, also in den Punkten 2, 10, 18, 1, 22, 14 und 6. Alle übrigen sind Strahlen ausser der Axe und ausser der Axenebene.[1])

1) Die Strahlen ausser der Axenebene, welche die weit überwiegende Menge der Strahlen ausser der Axe bilden, wurden berechnet nach den von Prof. Dr. Ludw. v. Seidel entwickelten Formeln: Trigonometrische Formeln für den allgemeinsten Fall der Brechung des Lichtes an centrirten sphaerischen Flächen. Berichte der Akademie 1866, Seite 263 ff.

Von diesen Strahlen ausser der Axenebene sind je zwei symmetrisch, so dass nur einer derselben gerechnet werden muss, während die Lage des zweiten sich durch Analogie von selbst ergibt. Im Kranze am Rande sind symmetrisch

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 9 mit | 3 | |
| | 8 „ | 4 | |
| | 7 „ | 5 | im Kranze in $^2/_3$ |
| entsprechend | 17 „ | 11 | |
| | 16 „ | 12 | |
| und | 15 „ | 13 | im Kranze in $^1/_3$ |
| ebenso | 25 „ | 19 | |
| | 24 „ | 20 | |
| und | 23 „ | 21. | |

Bei den Berechnungen wurden zuerst die Strahlen ausser der Axe in der Axenebene, dann jene ausser der Axe und ausser der Axenebene genommen.

Im deutlichsten Bildpunkt in der Axe ward eine senkrechte Ebene (Einstellebene 1127.6701) errichtet und der Durchschnitt der Strahlen des schrägen Büschels mit derselben ermittelt.

Die Strahlen ausser der Axe in der Axenebene ergaben die Durchschnittshöhen über der optischen Axe:

| | |
|---|---|
| O R (2) | 15.796215 |
| O $^2/_3$ R (10) | 15.795284 |
| O $^1/_3$ R (18) | 15.795873 |
| Hpt. Str. (1) | 15.798516 |
| U $^1/_3$ R (22) | 15.803491 |
| U $^2/_3$ R (14) | 15.811295 |
| U R (6) | 15.822124. |

Die Durchschnitte der Strahlen ausser der Axenebene mit der Einstellebene sind durch zwei Zahlen gegeben, von denen die erstere den Höhenunterschied gegen den Hauptstrahl (positiv wenn über demselben), die zweite die Ent-

fernung gegen die Richtung nach oben (Verbindungslinie der Strahlen ausser der Axenebene) mit Bezeichnung ob rechts oder links angibt; schneiden die zusammengehörigen (symmetrischen) Strahlen die Einstellebene auf derselben Seite, die sie in Figur I einnehmen, so haben sie sich noch nicht gekreuzt; während sie schon vor der Einstellebene gekreuzt haben, wenn sie die Seiten gewechselt haben. Die dem Randkranz angehörigen Strahlen liegen wie folgt:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | — 0.00204 | links | 0.00080 |
| „ | 9 | — 0.00204 | rechts | 0.00080 |
| „ | 4 | + 0.00357 | links | 0.00627 |
| „ | 8 | + 0.00357 | rechts | 0.00627 |
| „ | 5 | + 0.01605 | links | 0.00758 |
| „ | 7 | + 0.01605 | rechts | 0.00758. |

Die dem Kranze in $^2/_3$ der Höhe angehörigen liegen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 11 | — 0.00251 | links | 0.00092 |
| „ | 17 | — 0.00251 | rechts | 0.00092 |
| „ | 12 | + 0.00160 | links | 0.00353 |
| „ | 16 | + 0.00160 | rechts | 0.00353 |
| „ | 13 | + 0.00879 | links | 0.00410 |
| „ | 15 | + 0.00879 | rechts | 0.00410. |

Die dem Kranze in $^1/_3$ der Höhe angehörigen liegen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 19 | — 0.00191 | links | 0.00070 |
| „ | 25 | — 0.00191 | rechts | 0.00070 |
| „ | 20 | + 0.00041 | links | 0.00162 |
| „ | 24 | + 0.00041 | rechts | 0.00162 |
| „ | 21 | + 0.00351 | links | 0.00151 |
| „ | 23 | + 0.00351 | rechts | 0.00151. |

In Figur II und III sind mit 2000maliger Vergrösserung, in ersterem das Bild in der Axe, in letzterem das Bild seitlich von der Axe dargestellt.

Betrachten wir Figur III, welche das 2000 mal vergrösserte Bild, des um 48′ von der Axe abliegenden Sternes in der Einstellebene darstellt, so finden wir, dass die Figur gegen die Richtung zur Axe (in Figur I die Linie 2 . . 1 . . 6) symmetrisch; während sie gegen die hierauf senkrechte Richtung (in Figur I 8 . . . 1 . . . 4) ganz unsymmetrisch ist. In Folge dessen liegt der Hauptstrahl nicht in der Mitte der Figur, sondern viel tiefer, so dass die Vertheilung der Helligkeit eine sehr ungleiche ist, denn die Linie 8, 16, 24, 1, 20, 12, 4 in Figur I, welche die Menge des auffallenden Lichtes halbirt, theilt nothwendig, wenn auch als krumme Linie das Licht im Sternbilde in zwei Theile von gleicher Helligkeit, aber sehr ungleicher Ausdehnung, so dass der über dieser Linie liegende Theil des Bildes viel weniger hell erscheint, als der unter derselben, so dass es schwierig sein dürfte, bei Messungen die Stelle der richtigen Einstellung zu treffen, die bei 1 liegt.

Nähert man die Einstellebene dem Objective, so wird das Bild des Sternes in der Axe grösser, das des Sternes seitlich der Axe kleiner; es kann desshalb in dieser Weise ein Ausgleich für die Deutlichkeit in den verschiedenen Theilen des Gesichtsfeldes stattfinden.

Figur IV und V geben für die Einstellebene 1127.4951 (um 0.175 hineingestellt) die Bilder der in und seitlich der Axe gelegenen Sterne, in gleicher Weise eingetragen wie im vorhergehenden Falle. Ebenso geben die Figuren VI und VII für eine dritte Einstellebene 1127.3201 (also nochmals um 0.175 hineingestellt) die gleichen Darstellungen.

Die Rechnungsresultate, welche diesen Figuren zu Grunde liegen, sind folgende:

Für Figur IV. Durchmesser des Bildes in der Axe

| | |
|---|---|
| für Randstrahl | 0.01015 |
| „ $^2/_3$ Randstrahl | 0.00795 |
| „ $^1/_3$ Randstrahl | 0.00436. |

Für Figur V. Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

| | | |
|---|---|---|
| OR | 2 | 15.799207 |
| O $^2/_3$ R | 10 | 15.796462 |
| O $^1/_3$ R | 18 | 15.795247 |
| Hpt. Str. | 1 | 15.796080 |
| U $^1/_3$ R | 22 | 15.799240 |
| U $^2/_3$ R | 14 | 15.805233 |
| UR | 6 | 15.814250. |

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | + 0.00181 | rechts | 0.00305 |
| „ | 9 | + 0.00181 | links | 0.00305 |
| „ | 4 | + 0.00356 | links | 0.00083 |
| „ | 8 | + 0.00356 | rechts | 0.00083 |
| „ | 5 | + 0.01218 | links | 0.00393 |
| „ | 7 | + 0.01218 | rechts | 0.00393. |

Kranz in $^2/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 11 | + 0.00005 | rechts | 0.00165 |
| „ | 17 | + 0.00005 | links | 0.00165 |
| „ | 12 | + 0.00159 | rechts | 0.00010 |
| „ | 16 | + 0.00159 | links | 0.00010 |
| „ | 13 | + 0.00622 | links | 0.00146 |
| „ | 15 | + 0.00622 | rechts | 0.00146. |

Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 19 | — 0.00063 | rechts | 0.00057 |
| „ | 25 | — 0.00063 | links | 0.00057 |
| „ | 20 | + 0.00040 | rechts | 0.00020 |
| „ | 24 | + 0.00040 | links | 0.00020 |
| „ | 21 | + 0.00222 | links | 0.00022 |
| „ | 23 | + 0.00222 | rechts | 0.00022. |

Für Figur VI. Durchmesser des Bildes in der Axe

für Rand 0,02101
„ $^2/_3$ Rand 0.01518
„ $^1/_3$ Rand 0.00798.

Für Figur VII. Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

| | | |
|---|---|---|
| O R | 2 | 15.802197 |
| O $^2/_3$ R | 10 | 15.797647 |
| O $^1/_3$ R | 18 | 15.794618 |
| Hpt. Str. | 1 | 15.793640 |
| U $^1/_3$ R | 22 | 15.794993 |
| U $^2/_3$ R | 14 | 15.799175 |
| U R | 6 | 15.806378. |

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | + 0.00564 | rechts | 0.00687 |
| „ | 9 | + 0.00564 | links | 0.00687 |
| „ | 4 | + 0.00357 | rechts | 0.00459 |
| „ | 8 | + 0.00357 | links | 0.00459 |
| „ | 5 | + 0.00836 | links | 0.00009 |
| „ | 7 | + 0.00836 | rechts | 0.00009. |

Kranz in $^2/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 11 | + 0.00262 | rechts | 0.00420 |
| „ | 17 | + 0.00262 | links | 0.00420 |
| „ | 12 | + 0.00159 | rechts | 0.00372 |
| „ | 16 | + 0.00159 | links | 0.00372 |
| „ | 13 | + 0.00368 | rechts | 0.00109 |
| „ | 15 | + 0.00368 | links | 0.00109. |

Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 19 | + 0.00066 | rechts | 0.00185 |
| „ | 25 | + 0.00066 | links | 0.00185 |
| „ | 20 | + 0.00042 | rechts | 0.00200 |

Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | |
|---|---|---|---|
| Strahl 24 | + 0.00042 | links | 0.00200 |
| „ 21 | + 0.00095 | rechts | 0.00105 |
| „ 23 | + 0.00095 | links | 0.00105. |

Aus vorstehenden Resultaten und den mit denselben construirten Figuren ergibt sich, dass bei der Einstellebene 1127.4951 der Durchmesser des Axenbildes ungefähr gleich wird dem Mittel aus den beiden Durchmessern des Randbildes. Während bei der Einstellebene 1127.3201 das Bild ausser der Axe seinen kleinsten Durchmesser erhält und schon bedeutend kleiner ist, als das Bild in der Axe. Jedoch wird die Unsymmetrie der Figur immer grösser, je näher man dem kleinsten Bilde ausser der Axe rückt; indem der Hauptstrahl sich relativ immer weiter von der Mitte der Figur entfernt und im letzten Falle sogar den tiefsten Punkt der ganzen Figur bildet. Welche Einstellebene in den speciellen Fällen gewählt wird, hängt davon ab, ein wie grosses Gesichtsfeld benutzt werden soll.

Bei diesem Königsberger Heliometerobjectiv sind in Bezug auf Strahlen mittlerer Brechbarkeit 2 Fehler vorhanden; ein kleiner Kugelgestaltfehler um 0.05 nicht compensirt und ein Fehler in der wahren Brennweite zwischen Mitte und Rand; letzterer zu lang um $0.''20$.

Um den Einfluss dieser beiden Elemente kennen zu lernen; sollen diese Fehler einzeln gehoben werden; zuerst nur der Kugelgestaltfehler, indem die Crownglaslinse ungeändert bleibt und die Brechungen an der Flintglaslinse etwas ungleicher zwischen den beiden Flächen vertheilt werden.

Es ergeben sich folgende Elemente:

Nämlich $R_0 = 838.164$ OZ
$D_1 = 6$
$R_2 = 333.768$ UZ
$D_3 = 0$

$$R_4 = 340.23594 \text{ UZ}$$
$$D_5 = 4$$
$$R_6 = 1168.962 \text{ UZ},$$

dann werden

| Vereinigungsweiten. | Wahre Brennweiten. |
|---|---|
| $R = 1127.7168$ | 1131.7052 |
| $^2/_3 R = 1127.7142$ | 1131.5645 |
| $^1/_3 R = 1127.7153$ | 1131.5097 |
| $A = 1127.7163$ | 1131.4549. |

Es ist somit der Kugelgestaltfehler gehoben; während die wahre Brennweite am Rande $0.2503'''$ zu lang ist.

Es ergibt sich als deutlichste Einstellebene:

1127.7158,

und der Durchmesser des Scheibchens wird:

| | | |
|---|---|---|
| für den | $R = 0.00006$ | Fehler, die in der Unsicherheit der Rechnung liegen. |
| „ „ | $^2/_3 R = 0.00007$ | |
| „ „ | $^1/_3 R = 0.00001$ | |

so dass Figur VIII trotz der 2000 fachen Vergrösserung noch als Punkt erscheint.

Für das seitlich der Axe gelegene Sternbild dieses Objectives (siehe Figur IX) ergeben sich die Werthe:

Bei der Einstellebene

1127.7158,

Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

| | |
|---|---|
| O R 2 | = 15.796862 |
| O $^2/_3$ R 10 | = 15.795371 |
| O $^1/_3$ R 18 | = 15.796065 |
| Hpt. Str. 1 | = 15.799091 |
| U $^1/_3$ R 22 | = 15.804440 |
| U $^2/_3$ R 14 | = 15.812127 |
| U R 6 | = 15.822230 |

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande des Objectives

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | — 0.00193 | links | 0.00065 |
| „ | 9 | — 0.00193 | rechts | 0.00065 |
| „ | 4 | + 0.00350 | links | 0.00591 |
| „ | 8 | + 0.00350 | rechts | 0.00591 |
| „ | 5 | + 0.01586 | links | 0.00758 |
| „ | 7 | + 0.01586 | rechts | 0.00758. |

Für den Kranz in $^2/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 11 | — 0.00282 | links | 0.00118 |
| „ | 17 | — 0.00282 | rechts | 0.00118 |
| „ | 12 | + 0.00156 | links | 0.00389 |
| „ | 16 | + 0.00156 | rechts | 0.00389 |
| „ | 13 | + 0.00910 | links | 0.00422 |
| „ | 15 | + 0.00910 | rechts | 0.00422. |

Für den Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 19 | — 0.00218 | links | 0.00097 |
| „ | 25 | — 0.00218 | rechts | 0.00097 |
| „ | 20 | + 0.00040 | links | 0.00199 |
| „ | 24 | + 0.00040 | rechts | 0.00199 |
| „ | 21 | + 0.00373 | links | 0.00175 |
| „ | 23 | + 0.00373 | rechts | 0.00175. |

Auch hier wurden wieder zwei weitere Einstellebenen gewählt und zwar 1127.5408 ($\overset{\prime\prime\prime}{0}.175$ hinein)
und 1127.3658 (nochmals $\overset{\prime\prime\prime}{0}.175$ hinein).

Resultate für die Einstellebene 1127.5408 sind:

Für das Bild in der Axe. Durchmesser

Rand 0.01092
$^2/_3$ Rand 0.00717
$^1/_3$ Rand 0.00361
} Figur X.

Für das Bild seitlich der Axe (Figur XI). Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

| | | ‴ |
|---|---|---|
| O R | 2 | 15.799855 |
| O $^2/_3$ R | 10 | 15.796556 |
| O $^1/_3$ R | 18 | 15.795436 |
| Hpt. Str. | 1 | 15.796655 |
| U $^1/_3$ R | 22 | 15.800189 |
| U $^2/_3$ R | 14 | 15.806069 |
| U R | 6 | 15.814356. |

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

| | | ‴ | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | + 0.00191 | rechts | 0.00320 |
| „ | 9 | + 0.00191 | links | 0.00320 |
| „ | 4 | + 0.00349 | links | 0.00045 |
| „ | 8 | + 0.00349 | rechts | 0.00045 |
| „ | 5 | + 0.01200 | links | 0.00374 |
| „ | 7 | + 0.01200 | rechts | 0.00374. |

Kranz in $^2/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 11 | — 0.00027 | rechts | 0.00139 |
| „ | 17 | — 0.00027 | links | 0.00139 |
| „ | 12 | + 0.00155 | links | 0.00026 |
| „ | 16 | + 0.00155 | rechts | 0.00026 |
| „ | 13 | + 0.00644 | links | 0.00171 |
| „ | 15 | + 0.00644 | rechts | 0.00171. |

Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 19 | — 0.00091 | rechts | 0.00031 |
| „ | 25 | — 0.00091 | links | 0.00031 |
| „ | 20 | + 0.00040 | links | 0.00017 |
| „ | 24 | + 0.00040 | rechts | 0.00017 |
| „ | 21 | + 0.00244 | links | 0.00047 |
| „ | 23 | + 0.00244 | rechts | 0.00047. |

Für die dritte Einstellebene 1127.3658 ergeben sich:

Für Figur XII. Durchmesser des Bildes in der Axe

| | |
|---|---|
| für R | 0.02178 |
| „ $^2/_3$ R | 0.01441 |
| „ $^1/_3$ R | 0.00723. |

Für Figur XIII. Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

| | | |
|---|---|---|
| O R | 2 | = 15.802847 |
| O $^2/_3$ R | 10 | = 15.797735 |
| O $^1/_3$ R | 18 | = 15.794807 |
| Hpt. Str. | 1 | = 15.794215 |
| U $^1/_3$ R | 22 | = 15.795942 |
| U $^2/_3$ R | 14 | = 15.800007 |
| U R | 6 | = 15.806484. |

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | + 0.00575 | rechts | 0.00703 |
| „ | 9 | + 0.00575 | links | 0.00703 |
| „ | 4 | + 0.00351 | rechts | 0.00496 |
| „ | 8 | + 0.00351 | links | 0.00496 |
| „ | 5 | + 0.00817 | rechts | 0.00010 |
| „ | 7 | + 0.00817 | links | 0.00010. |

Kranz in $^2/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 11 | + 0.00230 | rechts | 0.00394 |
| „ | 17 | + 0.00230 | links | 0.00394 |
| „ | 12 | + 0.00156 | rechts | 0.00335 |
| „ | 16 | + 0.00156 | links | 0.00335 |
| „ | 13 | + 0.00390 | rechts | 0.00084 |
| „ | 15 | + 0.00390 | links | 0.00084. |

Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 19 | + 0.00042 | rechts | 0.00159 |
| „ | 25 | + 0.00042 | links | 0.00159 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Kranz in $^1/_3$ der Höhe | | |
| Strahl | 20 | + 0.00041 | rechts 0.00163 |
| „ | 24 | + 0.00041 | links 0.00163 |
| „ | 21 | + 0.00117 | rechts 0.00081 |
| „ | 23 | + 0.00117 | links 0.00081. |

Aus den vorstehenden Resultaten und den zugehörigen Figuren ist ersichtlich, dass die Hebung des Kugelgestaltfehlers den Durchmesser des Bildpunktes in der Axe sehr verkleinert hat, während für den seitlich der Axe gelegenen Bildpunkt durchaus keine wesentliche Veränderung eingetreten ist, indem der unregelmässige Charakter der Figuren, sowie die Grössen derselben erhalten blieben.

Nun wurde die Form der Crownglaslinse geändert und unter Einhaltung der übrigen schon erfüllten Bedingungen so weit gegangen, bis auch die wahren Brennweiten der Mitte und des Randes gleich wurden, wobei beide Linsen flacher[1]) wurden. Das nun ganz richtige Objectiv hat nachstehende Dimensionen

| | | | |
|---|---|---|---|
| $H_0 = 35.1$ | $R_0$ | 695.51419 | OZ |
| | $D_1$ | 6 | |
| | $R_2$ | 363.34725 | UZ |
| | $D_3$ | 0 | |
| | $R_4$ | 371.62684 | UZ |
| | $D_5$ | 4 | |
| | $R_6$ | 1649.7323 | UZ, |

dann wurden

| | Die Vereinigungsweiten. | Die wahren Brennweiten. |
|---|---|---|
| R | 1126.7027 | 1131.4547 |
| $^2/_3$ R | 1126.7034 | 1131.4552 |
| $^1/_3$ R | 1126.7028 | 1131.4551 |
| A | 1126.7021 | 1131.4549. |

Die noch vorhandenen Fehler fallen alle in die Unsicherheitsgrenze der Rechnung. Als deutlichste Einstell-

1) Also ihr kürzester Halbmesser länger.

ebene ergibt sich 1126.7030 und der Durchmesser des Bildes in der Axe wird

| | |
|---|---|
| für den Rand | 0.00002 |
| „ „ $^2/_3$ Rand | 0.00002 |
| „ „ $^1/_3$ Rand | 0.00000, |

so dass Figur XIV trotz der 2000maligen Vergrösserung noch als Punkt erscheint.

Für das seitlich von der optischen Axe gelegene Sternbild (siehe Figur XV) ergaben sich die Werthe:

Für die Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

| | | | Differenzen gegen den Hauptstrahl. (+ höher, − tiefer) |
|---|---|---|---|
| OR | 2 | 15.786407 | − 0.01276 |
| O $^2/_3$ R | 10 | 15.790727 | − 0.00844 |
| O $^1/_3$ R | 18 | 15.794920 | − 0.00425 |
| Hpt. Str. | 1 | 15.799167 | |
| U $^1/_3$ R | 22 | 15.803295 | + 0.00413 |
| U $^2/_3$ R | 14 | 15.807547 | + 0.00838 |
| UR | 6 | 15.811742 | + 0.01258. |

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande des Objectives

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | − 0.00901 | links | 0.00412 |
| „ | 9 | − 0.00901 | rechts | 0.00412 |
| „ | 4 | − 0.00005 | links | 0.00602 |
| „ | 8 | − 0.00005 | rechts | 0.00602 |
| „ | 5 | + 0.00890 | links | 0.00416 |
| „ | 7 | + 0.00890 | rechts | 0.00416. |

Kranz in $^2/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 11 | − 0.00603 | links | 0.00277 |
| „ | 17 | − 0.00603 | rechts | 0.00277 |
| „ | 12 | − 0.00008 | links | 0.00379 |
| „ | 16 | − 0.00008 | rechts | 0.00379 |
| „ | 13 | + 0.00598 | links | 0.00276 |
| „ | 15 | + 0.00598 | rechts | 0.00276. |

Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 19 | — 0.00305 | links | 0.00147 |
| „ | 25 | — 0.00305 | rechts | 0.00147 |
| „ | 20 | — 0.00007 | links | 0.00191 |
| „ | 24 | — 0.00007 | rechts | 0.00191 |
| „ | 21 | + 0.00298 | links | 0.00141 |
| „ | 23 | + 0.00298 | rechts | 0.00141. |

Auch bei diesem Objective wurden für zwei weitere Einstellebenen und zwar um 0.15 und 0.30 hinein die Werthe für die beiden Sternbilder berechnet.

Für die Einstellebene 1126.5530 wird der Durchmesser des Axenbildes (Fig. XVI)

| | |
|---|---|
| für Rand | 0.00919 |
| „ $^2/_3$ Rand | 0.00622 |
| „ $^1/_3$ Rand | 0.00310. |

Bild ausser der Axe (Figur XVII). Strahlen in der Axe ausser der Axenebene

| | | | Differenzen gegen den Hauptstrahl. |
|---|---|---|---|
| OR | 2 | 15.788975 | — 0.00810 |
| O $^2/_3$ R | 10 | 15.791738 | — 0.00534 |
| O $^1/_3$ R | 18 | 15.794378 | — 0.00270 |
| Hpt. Str. | 1 | 15.797076 | |
| U $^1/_3$ R | 22 | 15.799647 | + 0.00257 |
| U $^2/_3$ R | 14 | 15.802354 | + 0.00528 |
| UR | 6 | 15.804993 | + 0.00792. |

Strahlen ausser der Axenebene:

. Kranz am Rande

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | — 0.00572 | links | 0.00083 |
| „ | 9 | — 0.00572 | rechts | 0.00083 |
| „ | 4 | — 0.00004 | links | 0.00138 |
| „ | 8 | — 0.00004 | rechts | 0.00138 |
| „ | 5 | + 0.00563 | links | 0.00088 |
| „ | 7 | + 0.00563 | rechts | 0.00088. |

Kranz in $^2/_3$ der Höhe

| | | | |
|---|---|---|---|
| Strahl 11 | — 0.00384 | links | 0.00058 |
| „ 17 | — 0.00384 | rechts | 0.00058 |
| „ 12 | — 0.00007 | links | 0.00069 |
| „ 16 | — 0.00007 | rechts | 0.00069 |
| „ 13 | + 0.00380 | links | 0.00062 |
| „ 18 | + 0.00380 | rechts | 0.00062. |

Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | |
|---|---|---|---|
| Strahl 19 | — 0.00195 | links | 0.00038 |
| „ 25 | — 0.00195 | rechts | 0.00038 |
| „ 26 | — 0.00006 | links | 0.00036 |
| „ 24 | — 0.00006 | rechts | 0.00036 |
| „ 21 | + 0.00188 | links | 0.00031 |
| „ 23 | — 0.00188 | rechts | 0.00031. |

Für die dritte Einstellebene 1126.4030 wird: für das Bild in der Axe (Figur XVIII) der Bilddurchmesser

| | |
|---|---|
| für den Rand | 0.01859 |
| „ „ $^2/_3$ Rand | 0.01243 |
| „ „ $^1/_3$ Rand | 0.00620 |

Für den Bildpunkt seitlich der optischen Axe (Fig. XIX) Strahlen ausser der Axe in der Axenebene:

| | | | Differenzen gegen den Hauptstrahl. |
|---|---|---|---|
| OR | 2 | 15.791538 | — 0.00345 |
| O $^2/_3$ R | 10 | 15.792753 | — 0.00223 |
| O $^1/_3$ R | 18 | 15.793840 | — 0.00115 |
| Hpt. Str. | 1 | 15.794985 | |
| U $^1/_3$ R | 22 | 15.796007 | + 0.00102 |
| U $^2/_3$ R | 14 | 15.797156 | + 0.00217 |
| UR | 6 | 15.798244 | + 0.00326 |

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande des Objectives

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 3 | — 0.00243 | rechts | 0.00247 |
| „ | 9 | — 0.00243 | links | 0.00247 |
| „ | 4 | — 0.00004 | rechts | 0.00328 |
| „ | 8 | — 0.00004 | links | 0.00328 |
| „ | 5 | + 0.00232 | rechts | 0.00242 |
| „ | 7 | + 0.00232 | links | 0.00242. |

Kranz in $^2/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 11 | — 0.00164 | rechts | 0.00161 |
| „ | 17 | — 0.00164 | links | 0.00161 |
| „ | 12 | — 0.00008 | rechts | 0.00241 |
| „ | 16 | — 0.00008 | links | 0.00241 |
| „ | 13 | + 0.00159 | rechts | 0.00158 |
| „ | 15 | + 0.00159 | links | 0.00158. |

Kranz in $^1/_3$ der Höhe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Strahl | 19 | — 0.00085 | rechts | 0.00069 |
| „ | 25 | — 0.00085 | links | 0.00069 |
| „ | 20 | — 0.00007 | rechts | 0.00119 |
| „ | 24 | — 0.00007 | links | 0.00119 |
| „ | 21 | + 0.00079 | rechts | 0.00079 |
| „ | 23 | + 0.00079 | links | 0.00079. |

Die Figuren XV, XVII und XIX zeigen, dass, wenn die wahren Brennweiten für Mitte und Rand gleich sind, während der Kugelgestaltfehler gehoben ist, im schräg zur Axe einfallenden Büschel die Lage der Strahlen gegen den Hauptstrahl ganz symmetrisch wird und dass die Vertheilung der Helligkeit eine gleichmässige wird.

Ziehen wir nun die Schlüsse aus obigen Rechnungsresultaten, so ergibt sich

1) Dass Fehler im Brennpunkte des Objectives hauptsächlich im Bildpunkte in der Axe, Fehler im Hauptpunkte

des Objectives im seitlich von der Axe gelegenen Bildpunkte zur Geltung kommen.

2) Dass auch schon kleine Fehler in der Gleichheit der wahren Brennweiten von Mitte und Rand, wenn der Kugelgestaltfehler gehoben ist, bedeutenden Einfluss auf die Vertheilung des Lichtes im Bildpunkte seitlich der Axe üben; dass es also nothwendig ist, die Construction des Objectives (Form der Crownglaslinse) ebenso genau zu treffen, als die Hebung des Kugelgestaltfehlers, was ohne ganz strenge Rechnung kaum zu erreichen ist.

3) Wir können das Licht eines schräg zur Axe einfallenden Büschels in zwei Hälften theilen, einmal durch eine Ebene welche den Hauptstrahl und die optische Axe enthält, wir wollen sie die Axenebene nennen; das andere Mal durch eine Ebene, welche auf dieser senkrecht steht und ebenfalls den Hauptstrahl enthält, wir nennen sie Ebene ausser der Axe; so dass die Axenebene nur Strahlen ausser der Axe in der Axenebene (diese aber alle) enthält; während in der Ebene ausser der Axe der Hauptstrahl und sonst lauter Strahlen ausser der Axenebene liegen. Die Schnittlinie beider Ebenen ist der Hauptstrahl. In den Durchschnitten dieser beiden Ebenen mit der Gesichtsfeldebene erfolgen die Messungen.

Die Axenebene (Figur I, 2 . . . 1 . . . 6) theilt das Bild des Sternes in Hälften, die stets symmetrisch gegen dieselbe sind, so dass die richtige Einstellung stets die Mitte der Figur trifft, wenn senkrecht zur Axenebene gemessen wird. (Figur I, 8 . . . 1 . . . 4).

Die Ebene ausser der Axe dagegen theilt, wie wir gesehen haben, nur dann die Figur des Sternenbildes in symmetrische Hälften, wenn die wahren Brennweiten für Mitte und Rand gleich sind, und nur in diesem Falle darf auf die Mitte der Figur eingestellt werden, wenn in der Richtung der Axenebene gemessen wird. Ist diese Bedingung nicht

erfüllt, so wird die richtige Einstellung (welche stets auf den Hauptstrahl erfolgen musste) schwierig und das Resultat unsicher.

4) Je grösser ein Objectiv ist, um so wichtiger ist es, dass seine Construction eine streng richtige sei, da die Fehler mit dem Maassstabe wachsen, die Empfindlichkeit des beobachtenden Auges aber dieselbe bleibt.

Der Hauptzweck dieser Arbeit war, zu zeigen, welch' wichtige Rolle die Construction des Objectives in Bezug auf sichere Einstellung bei seitlich von der optischen Axe gelegenen Bildpunkten spielt.

# Ueber den Kalkgehalt der Knochen und Organe rhachitischer Kinder.

Von C. v. Voit.

(*Eingelaufen 10. Dezember.*)

Herr Professor Erwin Voit hat schon vor 10 Jahren in meinem Laboratorium die Erscheinungen nach Aufnahme kalkarmer Nahrung bei noch wachsenden und bei ausgewachsenen Thieren untersucht. Wenn man jungen Hunden grosser Race reines Muskelfleisch mit Fett und destillirtem Wasser giebt, so treten nach 3—4 Wochen alle Symptome der Rhachitis auf; er hat gezeigt, dass die Knochen des jungen Thieres aus dem geringen Kalkgehalt der Nahrung noch etwas Kalk ansetzen, aber viel mehr organische Substanz, so dass die Knochen prozentig bedeutend weniger Kalk als normal enthielten und ebenso die übrigen Organe des rhachitischen Thieres. Die Kalkarmuth des Knochens rührt daher nicht von einer Entziehung von Kalk, z. B. durch Milchsäure her, wie man früher zur Erklärung der Rhachitis annahm.

Man hat gegen die Ableitung der Rhachitis der Kinder von Kalkmangel der Nahrung eingewendet, dass von zwei Kindern, welche ganz die gleiche Nahrung erhalten, das eine gesunde Knochen besitzen kann, während das andere hochgradig rhachitisch sein kann. Allerdings wäre es möglich gewesen, dass bei dem letzteren Kinde wohl die Nahrung genügend Kalk enthalten hätte, aber in Folge von Verdauungsstörungen zu wenig Kalk im Darmkanal resorbirt

worden wäre. Jedoch weisen die Erfahrungen der pathologischen Anatomen immer mehr darauf hin, dass es sich bei der Rhachitis der Kinder zumeist primär um eine Erkrankung der Knochen handelt.

Herr Dr. Heinrich Brubacher hat nun in meinem Laboratorium unter der Leitung von Prof. Erwin Voit die Verhältnisse bei rhachitischen Kindern untersucht und den Kalkgehalt nicht nur in den Knochen, auf welche bis jetzt fast ausschliesslich Rücksicht genommen worden ist, sondern auch in den übrigen Organen ermittelt. Die von ihm analysirten Knochen der rhachitischen Kinder waren so arm an Knochenerde, dass sie biegsam und elastisch wie Knorpel waren; merkwürdiger Weise zeigten sich aber die übrigen Organe (Leber, Muskeln, Blut) nicht kalkärmer, sondern manchmal sogar etwas kalkreicher als normal.

Daraus geht hervor, dass es sich bei der Rhachitis der Kinder in der Mehrzahl der Fälle nicht um einen Kalkmangel in der Nahrung handelt, in Folge dessen der Knochen kalkarm wird, sondern in der That um eine specifische Erkrankung des Knochens, in Folge deren die Kalkablagerung im Knochen bei normaler Kalkzufuhr in der Nahrung leidet.

Da man im Stande ist, durch kalkarme Nahrung in kurzer Zeit echte Rhachitis beim Hunde hervorzurufen, so mögen wohl auch manche Fälle von Rhachitis beim Kinde durch Kalkarmuth der Nahrung entstehen, in der Mehrzahl der Fälle wird es sich jedoch um eine primäre Erkrankung des Knochens handeln.

Man ist nach dem Gesagten in der Lage, durch die chemische Untersuchung der Organe (Leber, Muskel, Blut) zu entscheiden, welche Form der Rhachitis vorliegt, und man wird in dem einen Falle durch reichliche Kalkzufuhr nützen können, in dem anderen aber nicht.

Die ausführlichen Resultate der Untersuchung werden in der Zeitschrift für Biologie veröffentlicht werden.

# Verzeichniss der eingelaufenen Druckschriften

Juli bis Dezember 1889.

Die verehrlichen Gesellschaften und Institute, mit welchen unsere Akademie in Tauschverkehr steht, werden gebeten, nachstehendes Verzeichniss zugleich als Empfangsbestätigung zu betrachten. — Die zunächst für die philos.-philol. Classe bestimmten Druckschriften sind in deren Sitzungsberichten 1889 Bd. II Heft II verzeichnet.

## Von folgenden Gesellschaften und Instituten:

*Royal Society of South Australia in Adelaide:*

Transactions and Proceedings. Vol. XI. (1887—88). 1889. 8°.

*K. Akademie der Wissenschaften in Amsterdam:*

Verslagen en Mededeelingen. Afdeeling Natuurkunde III^e Reeks. Deel 5. 1888—89. 8°.

*Société d'études scientifiques in Angers:*

Bulletin. N. Série. Année XVII. 1887. 1888. 8°.

*Johns Hopkins University in Baltimore:*

American chemical Journal. Vol. 11. No. 1—5. 1889. 8°.
American Journal of Mathematics. Vol. XI. Nr. 3. 4. 1889. 4°.

*Kgl. natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch Indie zu Batavia:*

Natuurkundig Tijdschrift. Deel 48. 1889. 8°.

*Museum in Bergen:*

Aarsberetning for 1888. 1889. 8°.

*Centralbureau der internationalen Erdmessung in Berlin:*

Verhandlungen der 1888 in Salzburg abgehaltenen Conferenz der permanenten Kommission der internationalen Erdmessung. 1889. 4°.
Verhandlungen vom 17.—23. September 1888 in Salzburg. 1889. 4°.

*Deutsche chemische Gesellschaft in Berlin:*

Berichte. 22. Jahrg. Nr. 10—16. 1889. 8°.

*Deutsche geologische Gesellschaft in Berlin:*

Zeitschrift. Bd. 40. Heft 4. Bd. 41. Heft 1. 2. 1888/89. 8°.

*Physiologische Gesellschaft in Berlin:*

Centralblatt für Physiologie. 1888 Register. 1889 Nr. 7—18. 8°.
Verhandlungen 4. Jahrg. 1888—89 Nr. 11—18. 5. Jahrg. 1889—90 Nr. 1. 8°.

*Geodätisches Institut in Berlin:*

Jahresbericht 1888—89. 1889. 8°.

*K. Preussisches meteorologisches Institut in Berlin:*

Ergebnisse der meteorol. Beobachtungen im Jahre 1887. 1889. 4°.
Deutsches meteorologisches Jahrbuch für 1889. Heft 1. 1889. Fol.

*Direktion der K. geologischen Landesanstalt in Berlin:*

Abhandlungen zur geologischen Spezialkarte von Preussen. Bd. VIII. Heft 4. Bd. IX, 1 (mit Atlas) u. 2. Bd. X, 1. 1889. 4°.

*Naturwissenschaftliche Wochenschrift in Berlin:*

Wochenschrift. Bd. IV. Nr. 15—36. 1889. 4°.

*Zeitschrift für Instrumentenkunde in Berlin:*

Zeitschrift. 9. Jahrg. 1889. Heft 7—11. gr. 8°.

*Philosophical Society in Birmingham:*

Proceedings. Vol. VI. part 1. 2. Session 1887—1888. 1888-89. 8°.

*Naturhistorischer Verein in Bonn:*

Verhandlungen. 46. Jahrg. 1. Hälfte. 1889. 8°.

*Société de géographie commerciale in Bordeaux:*

Bulletin. 1889 No. 13—21. 8°.

*Société Linnéenne in Bordeaux:*

Actes. Vol. 41. livr. 4—6. 1888. 8°.

*Académie Royale de médecine in Brüssel:*

Bulletin. IV. Sér. Tom. III. Nr. 6—10. 1889. 8°.

*Ungarische Akademie der Wissenschaften in Budapest:*

Természettudományi Értekezések (Naturw. Abhandlungen). Bd. XVII. 6. XVIII. 1—5. 1887—89. 8°.
Mathematikai Értesitö (Mathem. Anzeiger). Bd. VI. 2—9. VII. 1—3. 1888. 8°.

Fröhlich Izidor, Allgemeine Theorie des Electrodynamometers (Ungarisch). 1888. 4°.
Mathematikai Közlemények (Mathematische Mittheilungen). Bd. XXIII. 1—3. 1888. 8°.
Mathematische Berichte aus Ungarn. Bd. 6. Berlin 1889. 8°.
Monographia Chrysididarum orbis terrarum universi. Auctore Alexandro Mocsczáry. 1889. 4°.

*K. ungarische geologische Anstalt in Budapest:*

Földtani Közlöny. Bd. XIX. Heft 1—10. 1889. 8°.
II. Nachtrag zum Katalog d. Bibliothek d. ungar. geolog. Anstalt 1886—88. 1889. 8°.

*Institut Météorologique in Bukarest:*

Studiŭ asupra climeĭ Bucurestilor de Stefan C. Hepites. Part 1. 1889. 4°.
Annales. Tom. III. 1887. 1889. 4°.

*Instituto y Observatorio de marina de San Fernando, Cadiz:*

Almanaque náutico para 1891. 1889. gr. 8°.
Anales. Seccion 2ª. 1888. Observationes meteorológicas. 1889. Fol.

*Société Linnéenne de Normandie in Caen:*

Bulletin. 4e Série. Vol. 2. 1887—88. 1889. 8°.

*Indian Museum in Calcutta:*

A Catalogue of the Mantodea, by J. Wood-Mason. Nr. 1. 1889. 8°.
A Catalogue of the moths of India by C. Iwinhoe and E. C. Cotes. Part VII. 1889. 8°.
Index to the genera and species of Mollusca in the Indian Museum. Vol. I. II. by W. Theobald. 1889. 8°.

*Geological Survey of India in Calcutta:*

Records. Vol. XXII. part 3. 1889. 4°.

*Philosophical Society in Cambridge, Engl.:*

Proceedings. Vol. VI. part 6. 1889. 8°.
Transactions. Vol. XIV. part 4. 1889. 4°.

*Museum of comparative zoölogy at Harvard College in Cambridge, U. S. A.:*

Memoirs. Vol. XIV. N. I. Part II. 1. 1889. 4°.
Bulletin. Vol. XVII. Nr. 4. 5. Vol. XVIII. 1889. 8°.

*Harvard College Observatory in Cambridge, Mass.:*

Annals. Vol. XVIII.. Nr. 9. 1889. 4°.

*Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania:*

Bullettino mensile, fasc. 7. 8. Maggio e Giugno 1889. 8°.

*K. sächsisches meteorologisches Institut in Chemnitz*:

Vorläufige Mittheilung. 1889. 4⁰.
Die wissenschaftlichen Erhebungen zur Wasserkatastrophe in der Oberlausitz am 18. Mai 1887 von Oskar Birkner. 1889. gr. 8⁰.
Deutsches meteorologisches Jahrbuch. V. Jahrg. 1887. II. Hälfte. 1889. Fol.

*K. Universität in Christiania:*

Jahrbuch des Norwegischen Meteorologischen Instituts für 1887. 1889. 4⁰.
Schübeler, Viridarium Norvegicum. Bd. II, 2. 1888. 4⁰.
Archiv for Mathematik. Bd. XIX, 3. 4. XII, 1—4. XIII, 1. 1886/89. 8⁰.
Nyt Magazin for Naturwidenskaberne. Bd. XXX, 1—4. XXXI, 1—3. 1886/89. 8⁰.
Carte ethnographique de M. Friis sur Finmarken en 6 feuilles 1889.

*Naturforschende Gesellschaft in Chur:*

Jahresbericht. N. F. Jahrgang XXXII. Jahr 1887/88. 1889. 8⁰.

*Chemiker-Zeitung in Cöthen:*

Chemiker-Zeitung. XIII. Jahrg. 1889. Nr. 53—78. 81—91. Fol.

*Academia nacional de ciencias in Córdoba (Rep. Argentina):*

Boletin. Tom. XI, entrega 3. Buenos Aires. 1888. 8⁰.

*Academy of natural sciences in Davenport*:

Proceedings. Vol. IV. part 1. 1889. 8⁰.

*École polytechnique in Delft:*

Annales. Tom. V. livr. 1 et 2. Leiden 1889. 4⁰.

*Colorado scientific Society in Denver, Colo.:*

Proceedings. Vol. III. part 1. 1888. 8⁰.

*Union géographique du Nord de la France in Douai:*

Bulletin. Tom. IX. Nov. Déc. 1888. Tom. X. Janvier à Juin 1889. 8⁰.

*Verein für Erdkunde in Dresden*:

Litteratur der Landes- und Volkskunde des Königr. Sachsen, bearbeitet von Paul Emil Richter. 1889. 8⁰.

*Royal Society in Dublin*:

The scientific Transactions. Ser. II. Vol. IV. Nr. 2—5. 1889. 4⁰.
The scientific Proceedings. N. S. Vol. VI. part 3—6. 1888/89. 8⁰.

*Royal Physical Society in Edinburgh:*

Proceedings. Session 1887—88. 1888. 8°.

*Reale Accademia dei georgofili in Florenz:*

Atti. 4. Ser. Vol. XII. disp. 2. 3. 1889. 8°.

*Naturwissenschaftlicher Verein in Frankfurt a/O.:*

Monatliche Mittheilungen. 6. Jahrg. Nr. 12. 7. Jahrg. Nr. 1—5. 1889. 8°.

*Naturforschende Gesellschaft in Freiburg i. B.:*

Berichte. Bd. III. IV, 1—5. 1888/89. 8°.

*Sternwarte in Genf:*

Résumé météorologique de l'année 1888. 1889. 8°.

*Museo civico di storia naturale in Genua:*

Amali. Serie II. Vol. VI. 1888. 8°.

*Verein der Aerzte in Steiermark zu Graz:*

Mittheilungen. XXV. Vereinsjahr 1888. 1889. 8°.

*Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark in Graz:*

Mittheilungen. Jahrg. 1888. Heft 25. 1889. 8°.

*Archiv der Mathematik und Physik in Greifswald:*

Archiv. II. Reihe 8. Teil. Heft 3. Leipzig 1889. 8°.

*K. Niederländisches Staatsministerium im Haag:*

Nederlandsch kruidkundig Archief. Serie II. 5e deel, stuk 3. Nymegen 1889. 8°.

*Kaiserlich Leopoldinische Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher in Halle:*

Leopoldina. Heft XXV. Nr. 7—18. 1889. 4°.

*Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen in Halle:*

Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. 61. Heft 5. 6. Bd. 62. Heft 1. 2. 1888/89. 4°.

*Mathematische Gesellschaft in Hamburg:*

Festschrift anlässlich ihres 200jährigen Jubelfestes. 1890. Theil I. Geschichte der Gesellschaft. 1890. 8°.

*Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde in Hanau:*

Bericht für den Zeitraum 1887—89. 8°.

*Musée Teyler in Harlem:*

Archives. Ser. II. Vol. III. partie 3. 1889. 4°.

*Société Hollandaise des Sciences in Harlem:*

Archives Néerlandaises. Tom. XXIII. livr. 3. 4. 5. 1889. 8°.
Oeuvres complètes de Christiaan Huygens. Tom. II. 1889. 4°.

*Naturhistorisch-medicinischer Verein in Heidelberg:*

Verhandlungen. N. F. Bd. IV. Heft 3. 1889. 8°.

*Commission géologique de la Finlande in Helsingfors:*

Carte géologique de la Finlande. Livr. 12—15 avec texte explicatif. 1889. 8°.

*Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft in Jena:*

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. XXIII. Heft 4. 1889. 8°.

*Grossherzogliche Sternwarte in Karlsruhe:*

Veröffentlichungen. Heft 3. 1889. 4°.

*Verein für Naturkunde in Kassel:*

34. und 35. Bericht über die Jahre 1886—88. 1889. 8°.

*Kommission zur Untersuchung der deutschen Meere in Kiel:*

Sechster Bericht. XVII.—XIX. Jahrg. Heft 1. Berlin 1889. Fol.
Ergebnisse der Beobachtungs-Stationen. Jahrg. 1888. Heft 1—9. Berlin 1889 quer 4°.
Atlas deutscher Meeresalgen von J. Reinke. Berlin 1889. Fol.

*Naturwissenschaftlicher Verein für Schleswig-Holstein in Kiel:*

Schriften. Bd. VIII. Heft 1. 1889. 8°.

*Physikalisch-ökonomische Gesellschaft in Königsberg:*

Schriften. 29. Jahrg. 1888. 1889. 4°.

*Société Vaudoise des sciences naturelles in Lausanne:*

Bulletin. 3e Sér. Vol. XXIV. Nr. 99. 1889. 8°.

*Archiv der Mathematik und Physik in Leipzig:*

Archiv. II. Reihe. Theil VIII. Heft 1. 2. 1889. 8°.

*Astronomische Gesellschaft in Leipzig:*

Vierteljahrsschrift. 24. Jahrg. Heft 3. 4. 1889. 8°.
Publikation Nr. XIX. 1889. 4°.

*Journal für praktische Chemie in Leipzig:*

Journal. N. Folge Bd. 39, Heft 10. 11. Bd. 40, Heft 1—10. 1889. 8°.

*Verein für Erdkunde in Leipzig:*

Mittheilungen 1888. 1889. 8.

*K. K. Bergakademie in Leoben:*

Programm für das Studienjahr 1889/90. 1889. 8°.

*Her Majesty's Stationery Office in London:*

Report on the Results of the Voyage of the Challenger. Zoology. Vol. 32. 1889. 4°.

*Royal Astronomical Society in London:*

Monthly Notices. Vol. 49. Nr. 8. 9. Vol. 50. Nr. 1. 1889. 8°.

*Chemical Society in London:*

Journal Nr. 320—325. July—Dec. 1889. 8°.
List of fellows. 1889. 8°.

*Linnean Society in London:*

Journal. Zoology 119—121. 132. 140. Botany. 156. 157. 163—170. 173. 1889. 8°.
Transactions. Zoology. Vol. II. part 18. Vol. IV. part 3. Vol. V. part 1—3. Botany. Vol. II. part 16. 1888—89. 8°.
General-Index to the first 20 Volumes of the Journal (Botany) 1888. 8°.
List. Session 1888—1889. 1888. 8°.

*Royal Microscopical Society in London:*

Journal. 1889. Part 4. 5. 6. 1889. 8°.

*Royal Society in London:*

Proceedings. Vol. 46. Nr. 280—283. 1889. 8°.

*Zoölogical Society in London:*

Proceedings 1889. Part I. II. III. 8°.
Transactions. Vol. XII. part 9. 1889. 4°.

*Zeitschrift „Nature" in London:*

Nature. Vol. 40. Nr. 1027—1044. Vol. 41. Nr. 1045—48. London 1889. 4°.

*Société géologique de Belgique in Lüttich:*

Annales. Tom. XIV. livr. 2. Tom. XVI. livr. 1. 1889. 8°.

*Université de Liége, Institut de Physiologie in Lüttich:*

Traveaux du Laboratoire de Léon Fredericq. Tom. II. 1887—88. Paris 1888. 8°.

*Académie des Sciences in Lyon:*

Mémoires. Classe des sciences, tom. 28. 29. 1886—88. 8°.

*Société de l'agriculture in Lyon:*

Annales. V. Série, tom. 9. 10. VI. Série, tom. 1. 1887—89. 8°.

*Société Linnéenne in Lyon:*

Annales. Tom. 32. 33. 34. 1886—88. 8°.

*Real Academia de ciencias in Madrid:*

Memorias. Tom. 13. part 2. 3. 1888. 4°.
Revista de los progresos de las ciencias. Tom. 22. Nr. 5—7. 1888/89. 8°.

*R. Osservatorio di Brera in Mailand:*

Pubblicazioni. Nr. XXXV. 1889. 4°.

*Società italiana di scienze naturali in Mailand:*

Atti. Vol. XXXI. Fasc. 1—4. 1888. 8°.

*Verein für Naturkunde in Mannheim:*

52. bis 55. Jahresbericht für die Jahre 1885—88. 1889. 8°.

*Public Library of Victoria in Melbourne:*

Fred Mc Coy, Prodromus of the Zoology of Victoria. Decade XVIII. 1889. 8°.

*Ministario de fomento de la República Mexicana in México:*

Annales. Tom. VIII. 1887. 8°.

*Sociedad scientifica „Antonio Alzate" in Mexico:*

Memorias. Tom. II. Nr. 9. 10. 11. 1889. 8°.

*Sociedad Mexicana de historia natural in Mexico:*

La Naturaleza. II. Serie. Tom. I. Nr. 5. 1889. Fol.

*Società dei Naturalisti in Modena:*

Atti. Ser. III. Vol. VIII. Fasc. 1. 1889. 8°.

*Royal Society of Canada in Montreal:*

Proceedings and Transactions. Vol. VI. Year 1888. 1889. 4°.

*Société Impériale des Naturalistes in Moskau:*

Bulletin. 1889. Nr. 1. 2. 8°.
Nouveaux Mémoires. Tom. XV. livr. 6. 1889. 4°.

*Deutsche Gesellschaft für Anthropologie in Berlin und München:*

Correspondenzblatt. 1889. Nr. 4—7. 9. München. 4°.

*K. Technische Hochschule in München:*

Programm f. d. J. 1889—90. 8°.
Bericht f. d. J. 1889—90. 4°.
Personalstand. W.-S. 1888/89. 8°.

*K. Staatsministerium des Innern in München:*

Die Landwirthschaft in Bayern. Denkschrift. 1890. gr. 8°.

*K. Oberbergamt in München:*

Geognostische Beschreibung des Königreichs Bayern. IV. Publikation. 2. Abtheilung. 1889.

*Société des Sciences in Nancy:*

Bulletin. Série II. tom. IX. fasc. 22. Paris 1889. 8°.

*Accademia delle scienze fisiche e matematiche in Neapel:*

Atti. Ser. II. Vol. 3. 1889. 4°.

*Zoologische Station in Neapel:*

Mitteilungen. Bd. IX. Heft 2. Berlin 1889. 8°.

*North of England Institute of Engineers in Newcastle-upon-Tyne:*

Transactions. Vol. XXXVIII. part III. 1889. 8°.

*American Journal in New-Haven:*

The American Journal of Science. III. Series. Vol. XXXVII. Nr. 221—226. 1889. 8°.

*Academy of Sciences in New-York:*

Transactions. Vol. VIII. Nr. 1—4. 1888. 8°.
Annals. Vol. IV. Nr. 10. 11. 1889. 8°.

*The Journal of comparative medicine and surgery in New-York:*

Journal. Vol. X. Nr. 3. 4. 1889. 8°.

*American Geographical Society in New-York:*

Bulletin. Vol. XXI. Nr. 2. 3. 1889. 8°.

*Naturhistorische Gesellschaft in Nürnberg:*

Jahresbericht für 1888. 1889. 8°.

*Neurussische naturwissenschaftliche Gesellschaft in Odessa:*

Sapiski. Bd. XIV, 1. 1889. 8°.

*Mathematische Abtheilung der neurussischen naturwissenschaftlichen Gesellschaft in Odessa:*

Sapiski. Tom. IX. 1889. 8°.

*Geological and natural history Survey in Ottawa, Canada:*

Contributions to Canadian Palaeontology. Vol. I. part 2. Montreal 1889. 8°.

*The Radcliffe Observatory in Oxford:*

Radcliffe Observations 1885. Vol. 43. 1889. 8°.

*Società Veneto-Trentina di scienze naturali in Padua:*

Bullettino. Anno 1889. Tom. IV. Nr. 3. 1889. 8°.
Atti e memorie. Nuova Serie. Vol. V. 1889. 8°.

*Circolo matematico in Palermo:*

Rendiconti. Tom. III. fasc. 4. 5. 1889. 8°.

*Collegio degli Ingegneri in Palermo:*

Atti. Anno XI. Settembre-Decembre 1888. Anno XII. Gennaro-Aprile 1889. gr. 8°.

*Società di scienze naturali in Palermo:*

Giornale. Vol. 18. 19. 1887—88. 4°.

*Académie de médecine in Paris:*

Bulletin. Tom. XXI. Nr. 26—50. 1889. 8°.

*Académie des Sciences in Paris:*

Comptes rendus. Tom. 109. Nr. 1—25. 1889. 4°.

*Comité international des poids et mesures in Paris:*

Procès-verbaux des Séances de 1888. 1889. 8.

*École polytechnique in Paris:*

Journal. Cahier 58. 1889. 4°.

*Moniteur Scientifique in Paris:*

Moniteur Scientifique. 4e Sér. Tom. III. Livr. 572—576. Août—Déc. 1889. gr. 8°.

*Revue internationale de l'électricité in Paris:*

Revue internationale. Tom. IX. Nr. 85—95. 1889. gr. 8°.

*Société d'anthropologie in Paris:*

Mémoires. 2e Série. tom. IV. Fasc. 1. 1889. 8°.
Bulletins. tom. XI. Fasc. 4. tom. XII. Fasc. 1. 2. 1888—89. 8°.

*Société de géographie in Paris:*

Comptes rendus. 1889. Nr. 12. 13. 14. 8°.
Bulletin. 7. Sér. Tom. X. Trimestre 1. 2. 1889. 8°.

*Société mathématique de France in Paris:*

Bulletin. Tom. XVII. Nr. 4. 5. 1889. 8°.

*Société zoologique de France in Paris:*

Bulletin. Tom. XIV. Nr. 3. 6. 9. 1889. 8°.
Mémoires. Tom. III. partie 1. 1889. 8°.

*Accademia medico-chirurgica in Perugia:*

Atti e Rendiconti. Vol. I. fasc. 1—4. 1889. 8°.

*Comité géologique in St. Petersburg:*

Memoires. Vol. III. Nr. 4. Vol. VIII. Nr. 1. 1888 u. 1889. 4°.
Bulletins. Vol. VII. Nr. 6—10. Vol. VIII. Nr. 1—5 et Suppl. du Vol. VIII. 1888/89. 8°.

*Botanischer Garten in St. Petersburg:*

Acta. Tom. X. 2. 1889. 8°.

*Chemisch-physikalische Gesellschaft an der K. Universität in St. Petersburg:*

Schurnal. Tom. XXI. Nr. 6. 7. 8. 1889. 8°.

*Academy of natural sciences in Philadelphia:*

Proceedings 1889. Part I. II. 1889. 8°.

*Alumni Association of the College of Pharmacy in Philadelphia:*

25. annual Report for the year 1888/89. 8°.

*American Philosophical Society in Philadelphia:*

Proceedings. Vol. XXVI. Nr. 129. 1889. 8°.

*Second Geological Survey of Pennsylvania in Philadelphia:*

Catalogue of State Museum. Part 3. 1889. 8°.
Northern Anthracite Atlas. Part 3. 4. 1889. 8°.
Atlas to Reports H. H. and H. H. H. 1889. 8°.

*Società Toscana di scienze naturali in Pisa:*

Atti. Processi verbali. Vol. VI. p. 189—210. 1889. 4°.

*Society of natural history in Portland:*

Proceedings. Session 1880—81 and 1881—82. 13 Hefte. 8°.
5—15th Report of the Commissioner of Fisheries of the State of Maine for the year 1871—1881. Augusta 1872—1882.
A Catalogue of the Birds of Portland, by Nathan Clifford Brown. 1882. 8°.

*Astrophysikalisches Observatorium in Potsdam:*

Publicationen. Bd. VI. 1889. 4°.

*K. böhmische Gesellschaft der Wissenschaften in Prag:*

Abhandlungen. Mathem.-naturw. Classe. VII. Folge. Bd. 2. 1888. 4°.
Vejdovský, Zrání Vajíčka (Maturation des Ovum). 1888. 8°.
Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe. 1889. 1. 8°.

*Mathematisch-physikalische Gesellschaft in Prag:*

Casopis. Bd. XVIII, Heft 1—6. Bd. XIX, Heft 1. 1889. 8°.

*K. K. Sternwarte in Prag:*

Beobachtungen im Jahre 1888. 1889. 4°.

*Observatorio in Rio de Janeiro:*

Revista do Observatorio. Anno IV. Nr. 5—11. 1889. 4°.

*R. Accademia dei Lincei in Rom:*

Atti. Serie IV. Memorie di scienze fisiche. Vol. 3. 4. 1886—87. 4°.

*Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei in Rom:*

Atti. Anno 40. Sessione 1—8. 1887—88. 4°.

*R. Comitato geologico d'Italia in Rom:*

Memorie per servire alla descrizione della carta geologica d'Italia. Vol. III. parte 2. Firenze 1888. 4°.

Bollettino. 1889. Nr. 5—10. 8°.

*Ufficio centrale meteorologico in Rom:*

Annali. Vol. VII. parte 1. 2. 3. Vol. VIII. parte 1—4. 1887—89. 4°.

*American Association for the Advancement of Science in Salem:*

Proceedings, 37th Meeting held at Cleveland, 1888. 1889. 8°.

*Essex Institute in Salem:*

Bulletin. Vol. 20. 1880. Nr. 1—12. Vol. 21. 1881. Nr. 1—6. 8°.
Charter and By-laws. 1889. 8°.

*California Academy of sciences in San Francisco:*

Proceedings. II. Series. Vol. I. part 1. 2. 1888—89. 8°.
Memoirs. Vol. II. Nr. 2. 1888. 4°.

*Deutscher wissenschaftlicher Verein in Santiago, Chile:*

Verhandlungen. Bd. II. Heft 1. 1889. 8°.

*R. Accademia dei fisiocritici in Siena:*

Atti. Serie III. Vol. II. fasc. 1—5. 1879—84. Vol. III. fasc. 1—13. 1880—85. Vol. IV. fasc. 1—9. 1885—89. 4°.
Bullettino. Anno 5. 1887. fasc. 1—10. Anno 6. 1888. fasc. 1—10. 8°.

*K. Akademie der Wissenschaften in Stockholm:*

Astronomiska Jakttagelser. Bd. II. Nr. 2—4. Bd. III. Nr. 1—5. 1885—88. 4°.

*Société des Sciences in Strassburg:*

Bulletin mensuel. Tom. XXIII. Nr. 6—9. 1889. 8°.

*Royal Society of New-South-Wales in Sydney:*

Journal and Proceedings. 1888. Vol. XXII. Part 2. 1888. 8°.

*Royal Society of Tasmania:*

Papers and Proceedings for 1888. 1889. 8°.

*College of science, Imperial University Tokio, Japan:*

The Journal. Vol. III. part 1. 2. Tokio 1889. 4°.

*Japanische Universität in Tokio:*

Mittheilungen aus der medizinischen Fakultät. Bd. 1. Nr. 3. 1889. 4°.

*Kansas Academy of science in Topeka, Kansas:*

Transactions of the 18th and 19th annual Meetings (1885—86). Vol. X. 1887. 8°.

*Institut Royal météorologique des Pays-Bas in Utrecht:*

Nederlandsch meteorologisch Jaarboek vor 1879, Deel II. 1888, Deel I. 1889. 4°.

*National Academy of Sciences in Washington:*

Memoirs. Vol. IV. part 1. 1888. 4°.

*Secretary of War in Washington:*

Annual Report of the Chief Signal Officer of the Army. 1889. 8°.

*U. S. Coast Survey in Washington:*

Bulletin. Nr. 9—12. 1889. 4°.
Report of the Superintendent for the year ending June 1887. 1889. 4°.

*K. K. geologische Reichsanstalt in Wien:*

Jahrbuch. Jahrg. 1889. Bd. XXXIX. Heft 1. 2. 1889. 4°.
Verhandlungen 1889. Nr. 7—10. 1889. 4°.

*K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus in Wien:*

Jahrbücher. Jahrg. 1887. (Neue Folge. Bd. 24.) 1888. 4°.

*K. K. Gradmessungs-Bureau in Wien:*

Astronomische Arbeiten. Bd. I. 1889. 4°.
Verhandlungen 1885—87 und 1887—1889. 1889. 8°.

*Anthropologische Gesellschaft in Wien:*

Mittheilungen. XIX. Bd. Heft 3. 1889. 4°.

*K. K. Gesellschaft der Aerzte in Wien:*

Medizinische Jahrbücher. Jahrg. 1888. Heft 9. 1888. 8°.
Wiener klinische Wochenschrift. 2. Jahrg. Nr. 27—52. 1889. 4°.
Geschichte der K. K. Gesellschaft der Aerzte in Wien. 1837—1888. von S. Hajek. 1889. 8°.

*Zoologisch-botanische Gesellschaft in Wien:*
Verhandlungen. Bd. 39. I. und II. Quartal. 1889. 8°.

*K. K. naturhistorisches Hofmuseum in Wien:*
Annalen. Bd. IV. Nr. 3. 1889. gr. 8°.

*K. K. Universitäts-Sternwarte in Wien:*
Annalen. Bd. V. VI. Jahrg. 1885—1886. 1887—1888. 4°.

*Nassauischer Verein für Naturkunde in Wiesbaden:*
Jahrbücher. Jahrg. 42. 1889. 8°.

*Unterfränkischer Kreisfischerei-Verein in Würzburg:*
6. Bericht. 1889. 8°.

*Schweizerische meteorologische Centralanstalt in Zürich:*
Annalen. Jahrg. 1887. 24. Jahrg. 1889. 4°.

*Naturforschende Gesellschaft in Zürich:*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. XXXIII. Heft 3. 4. 1888. 8°.
Jahrg. XXXIV. Heft 1. 2. 1889. 8°.

---

**Von folgenden Herren:**

*Friedrich Goppelsroeder in Mühlhausen i. E.:*
Ueber Capillar-Analyse und ihre verschiedenen Anwendungen. Wien. 8°
Beilagen: Mühlhausen. 1889. 8°.
Farbelectrochemische Mittheilungen. Mühlhausen 1889. 8°.

*J. H. Graf in Bern:*
Der Mathematiker Johann Samuel König. 1889. 8°.

*Hugo Gyldén in Stockholm:*
Relationer emellan cosiner och siner för irrationella vinklar. Helsingfors 1867. 4°.
Om summation of periodiska funktioner. Stockholm 1872. 4°.
Integration of vissa i störingstheorin förkommande differentialformler. St. 1874. 4°.
Astronomiska Jakttagelser och undersökningar på Stockholms Observatorium. Bd. I. Heft 3. St. 1877. 4°.
Ueber die Bahn eines materiellen Punktes etc. St. 1879. 4°.
Versuch einer mathematischen Theorie zur Erklärung des Lichtwechsels der veränderlichen Sterne. Helsingfors 1880. 4°.
Theoretische Untersuchungen über die intermediären Bahnen der Cometen. St. Petersburg 1884. 4°.
Eine Annährungsmethode im Probleme der 3 Körper. s. l. s. a. 4°
Die intermediäre Bahn des Mondes. St. 1885. 4°.
Untersuchungen über die Convergenz der Reihen. etc. St. 1887. 4°.

*Ch. A. B. Huth in Hamburg:*

Farbige Noten II. Theil. Weiterer Verfolg der neuen Theorie auf das Tonsystem. 1889. Fol.

*Nikolai von Kokscharow in St. Petersburg:*

Materialien zur Mineralogie Russlands. Bd. X. pag. 97– 224. 1889. 8°.

*A. Kurz in Augsburg:*

Das galvanische Element und Ohms Gesetz.
Zusammensetzung von Biegung und Torsion.
Ueber die Einführung in die beiderlei elektrischen Systeme.
Messungen der Transversaltöne gespannter Drähte.
Ueber den Voltá'schen Fundamentalversuch.
Zum Wasserdilatometer. 2. Mittheilung.
(Separatabzüge). 1889. 8°.

*Castro Lopes in Rio di Janeiro:*

„L'identité des comètes périodiques est une illusion des Astronomes." Mémoire. 1889. 8°.

*Francis E. Nipher in Saint Louis:*

Report on Missouri Rainfall. s. a. 8°.
The Winding of Dynamo-Fields. 1889. 8°.

*E. Regel in St. Petersburg:*

Biographie von Ernst Rudolf v. Trautvetter. 1889. 8°.
Descriptiones et emendationes plantarum in horto imperiali botanico Petropolitano cultarum. 1889. 8°.

*M. Saint-Lager in Lyon:*

Le procès de la nomenclature botanique et zoologique. Paris 1886. 8°.
Recherches sur les anciens Herbaria. Paris 1886. 8°.
Vicissitudes onomastiques de la Globulaire vulgaire. Paris 1889. 8°.

*F. von Sandberger in Würzburg:*

Ueber die Entwickelung der unteren Abtheilung des Devonischen Systems in Nassau. Wiesbaden 1889. 8°.

*Arcangelo Scacchi in Neapel:*

Catalogo dei minerali e delle rocce Vesuviane. 1889. 4°.
Sulle ossa fossili trovate nel tufo dei vulcani. 1888. 4°.
Il vulcanetto di Puccianello. 1889. 4°.

*Adolf Schmidt in Heidelberg:*

Geologie des Münsterthals. Theil III. 1889. 8°.

*M. A. Stern in Zürich:*

Beweis eines Liouvilleschen Satzes. Berlin 1889. 4°.

*Agostino Todaro in Palermo:*

Hortus botanicus Panormitanus. Tom. II. fasc. 5. 1889. Fol.

*A. Wangerin in Halle:*

Ueber die Rotation mit einander verbundener Körper. 1889. $4^0$.

*Jakob Weihrauch in Stuttgart:*

Robert Mayer, der Entdecker des Princips von der Erhaltung der Energie. 1890. $8^0$.

*Rudolf Wolf in Zürich:*

Astronomische Mittheilungen Nr. 73. 1889. $8^0$.

# Namen-Register.

Abbé Ernst (Wahl) 410.

v. Baeyer Adolf 19.
Bergeat Emil 17.
Blasius Eugen 47.
Brill Alexander 19.
Brubacher Heinrich 437.

Cannizzaro Stanislao (Wahl) 410.
Clausius Rudolf (Nekrolog) 113.

Donders Franz Cornelius (Nekrolog) 118.

v. Gerlach Josef 125.
v. Gümbel Wilhelm 79. 341.

Haushofer Karl 3. 8. 12. 13.
Hertwig Richard 1. 175 (Wahl) 409.
Hessler Franz 153.

Lommel Eugen 317.

Meyer Oskar Emil 167.
Miller Andreas 33.

Nöther M. 175.

v. Orff Karl (Wahl) 409.

Radlkofer Ludwig 213.
vom Rath Gerhard (Nekrolog) 109.
Rüdinger Nikolaus 137.

Seeliger Hugo 19.
Sohncke Leonhard (Wahl) 409.
Steinheil Adolf 413.

v. Voit Carl 1. 109. 437.
Voit Erwin 283.
Voss Aurel 175. 283. 329 (Wahl) 409.

# Sach-Register.

**A**nhydrit-Krystalle, künstlich hergestellte 12.
Augenblasen, Bildung der primären und sekundären bei Triton alpestris 137.
Áyurvéda des Súsrutas, Heilmittel in demselben 153.

**B**erührungscurven, der ebenen Curve vierter Ordnung 175.

**C**onjugation der Infusorien 175.

**D**eterminanten, Satz aus der Theorie derselben 329.
Differenzirung, geschlechtliche, Ursachen derselben 1.
Doppelsterne, optische Ungleichheiten in der Bewegung derselben 19.
Druckschriften, eingelaufene 301. 439.

**E**iweissbedarf, geringster, in der Nahrung 283.
Elasticität der Metalle, Einfluss der Temperatur auf dieselbe 33.
Erdbeben, in der Umgegend von Neuburg 79.

**F**ormen, bilineare, vertauschbar mit einer bilinearen Form 283.

**G**astein, geologische Bemerkungen über die warmen Quellen desselben 341.
Gebirgsmagnetismus 167.

**K**alkgehalt der Knochen und Organe rhachitischer Kinder 437.
Krystallstruktur, Theorie derselben 47.

**L**enzinit 13.
Lichtstärke, Curven gleicher in den Axenbildern doppelbrechender Krystalle 317.

**M**uskelnerven des lebenden Frosches, Einwirkung des Methylenblaus auf dieselben 125.

**N**ekrologe 109. 113. 118.
Notochilus, neue Scrophularineengattung 213.

**O**bjektivconstruktion, Einfluss derselben auf die Lichtvertheilung bei zweilinsigen Systemen 413.

**R**esultante, reduzirte 19.

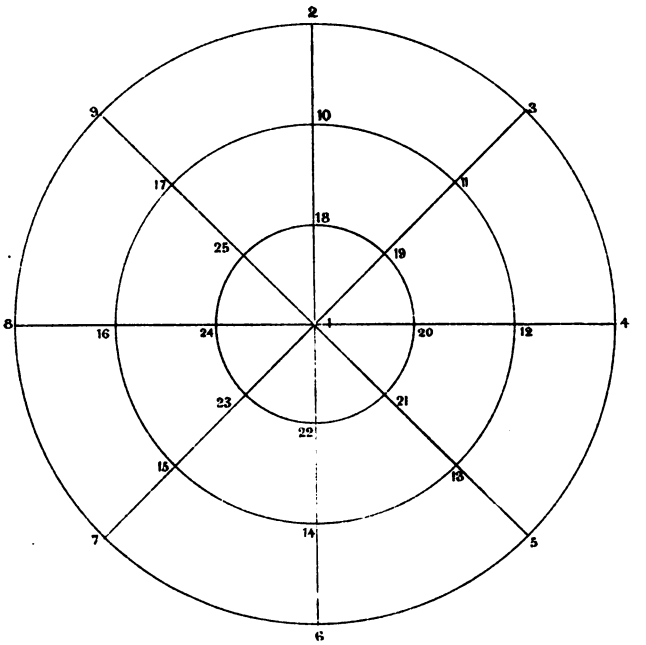
**S**chweinegalle, krystallisirte Säure in derselben 17.
Silikate, Verhalten derselben im Phosphorsalz 8.

**T**antal und Niob, mikroscopischer Nachweis 3.
Terephtalsäure, Reduktion derselben 19.
Theophrasta 213.
Transformation, conjugirte einer bilinearen Form in sich selbst 175

**W**ahlen 409.

## Einfallender Strahlencylinder
in ½ natürlicher Grösse.

Figur I.



## In der Mitte.

Figur II.

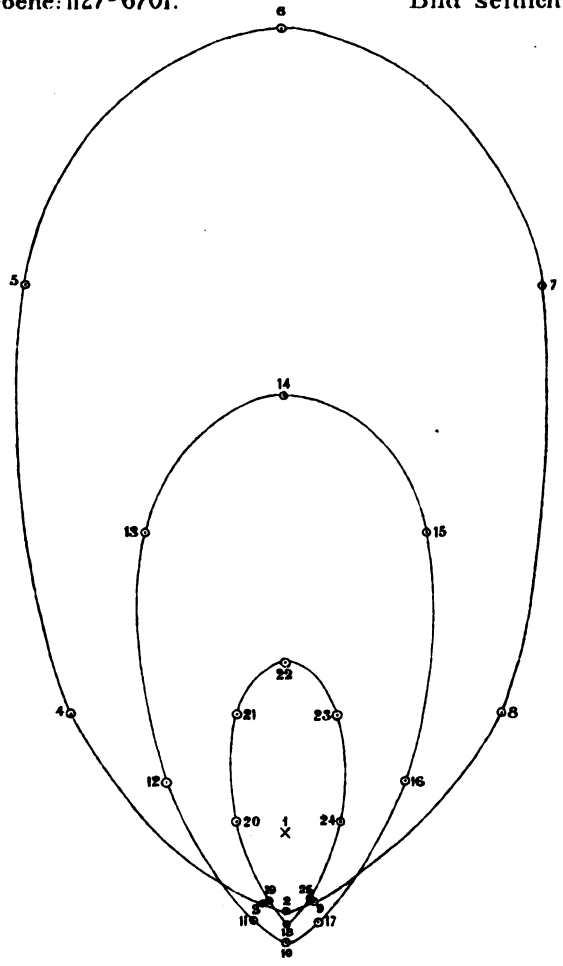
I. Einstellebene: 1127-6701 Bild in der Axe.

⊙ Rand, ⅔ Rand und ⅓ Rand.

## Am Rand.

Figur III.

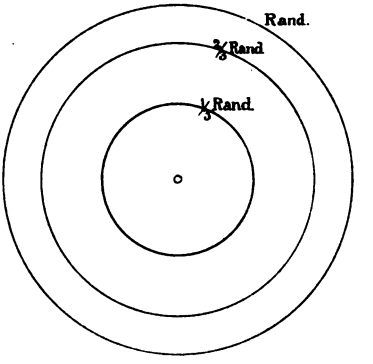
I. Einstellebene: 1127-6701. Bild seitlich von der Axe.



In der Mitte.

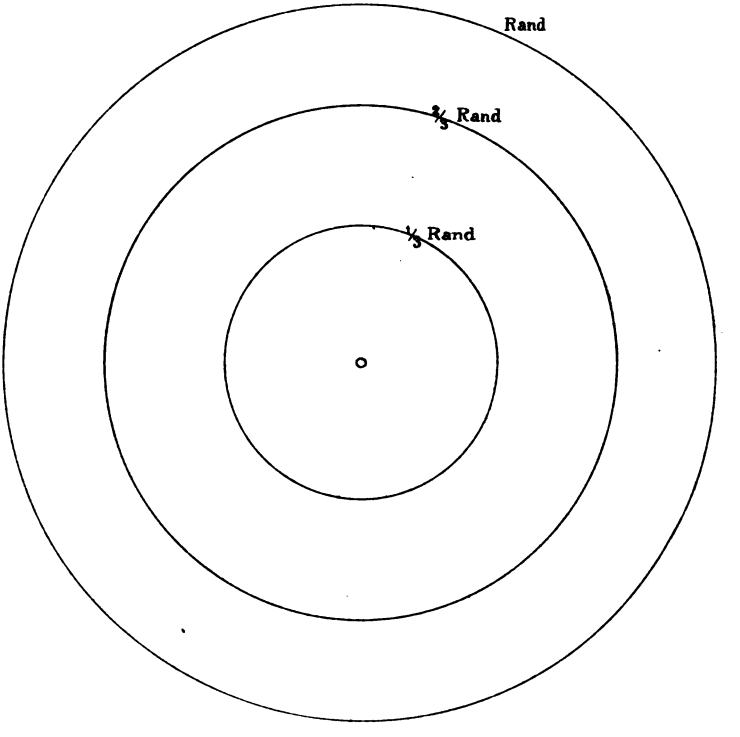
Figur IV.

II. Einstellebene: 1127-4951 (0.175 hinein). Bild in der Axe.




Figur VI.

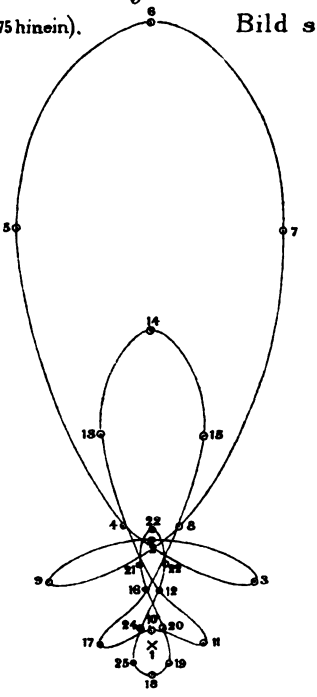
III. Einstellebene: 1127-3201 (0.35 hinein). Bild in der Axe.



# Am Rand.

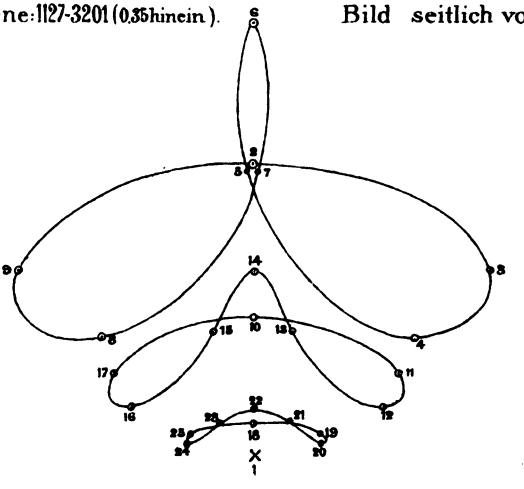
## Figur V.

I. Einstellebene: 1127-4951 (0.175 hinein). Bild seitlich von der Axe.




## Figur VII.

III. Einstellebene: 1127-3201 (0,35 hinein). Bild seitlich von der Axe.



## In der Mitte.

### Figur VIII.

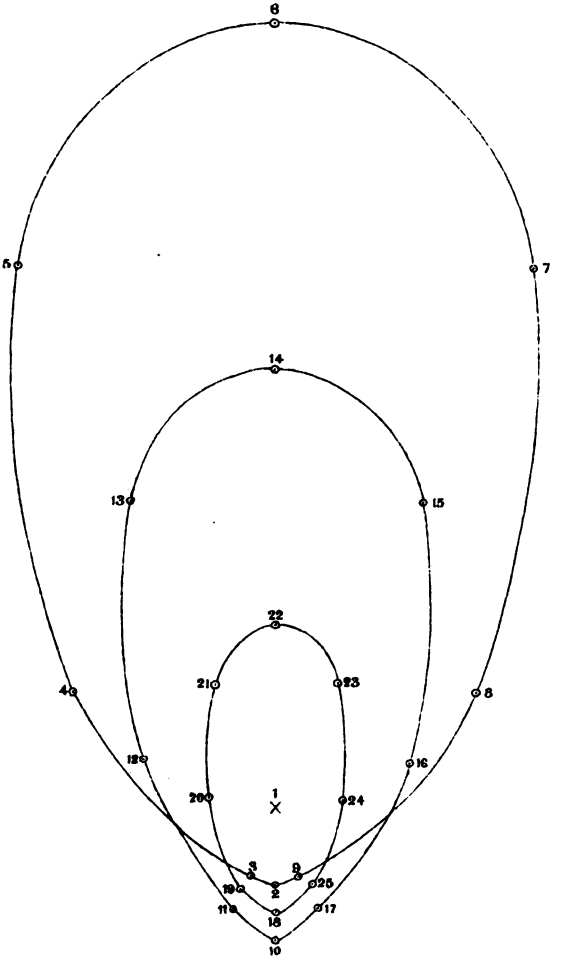
I. Einstellebene: 1127-7158. Bild in der Axe.

×

## Am Rand.

### Figur IX.

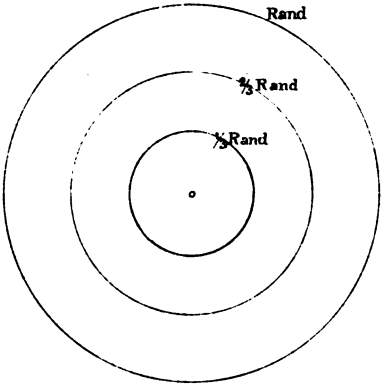
I. Einstellebene: 1127-7158. Bild seitlich von der Axe.



In der Mitte.

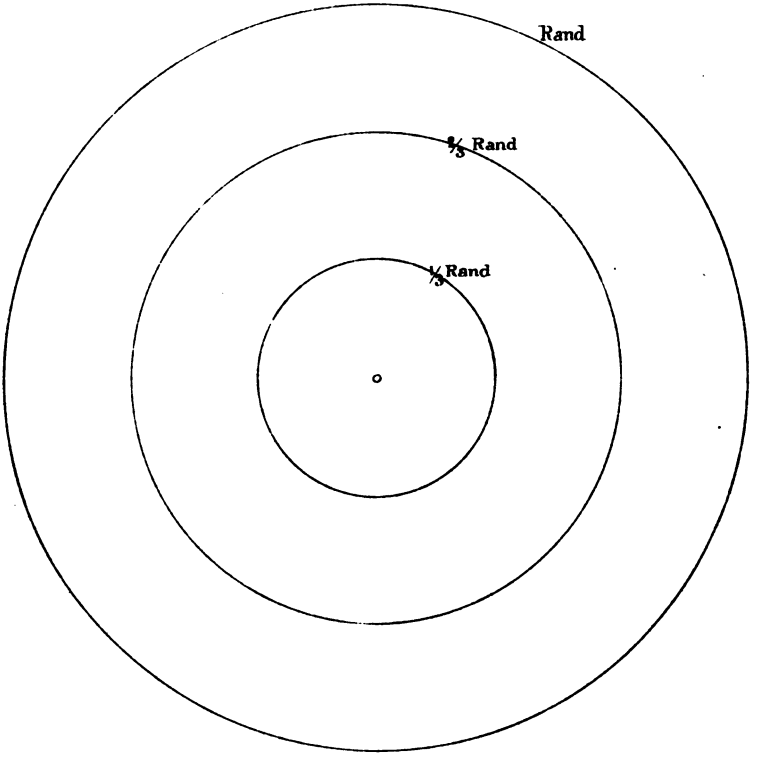
Figur X.

II. Einstellebene: 1127-5408 (0.175 hinein). Bild in der Axe.




Figur XII.

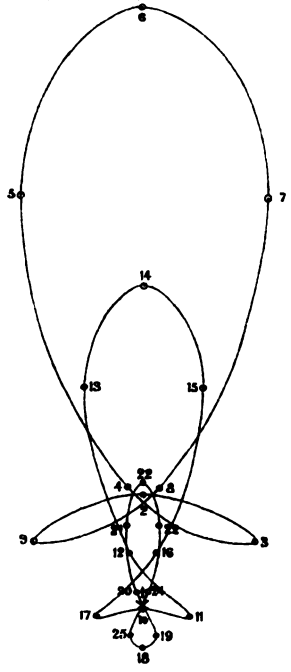
Einstellebene: 1127-3658 (0.35 hinein). Bild in der Axe.



# Am Rand.

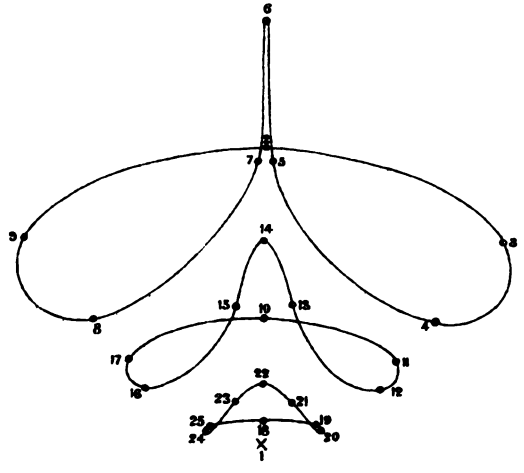
## Figur XI.

II. Einstellebene: 1127-5408 (0.175 hinein) Bild seitlich von der Axe.




## Figur XIII.

III. Einstellebene: 1127-3658 (0,35 hinein). Bild seitlich von der Axe.



## In der Mitte.

### Figur XIV.

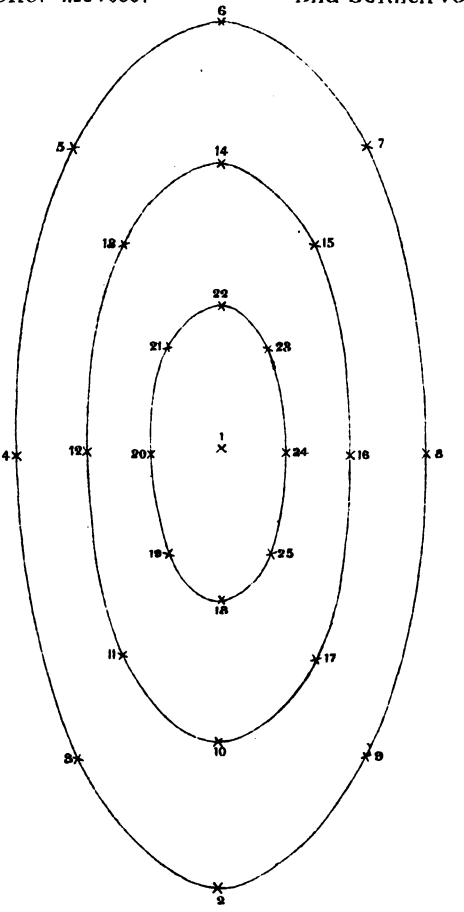
I. Einstellebene: 1126-7030. Bild in der Axe.

×

## Am Rand.

### Figur XV.

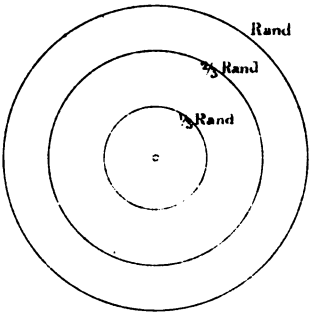
I. Einstellebene: 1126-7030. Bild seitlich von der Axe.



## In der Mitte.

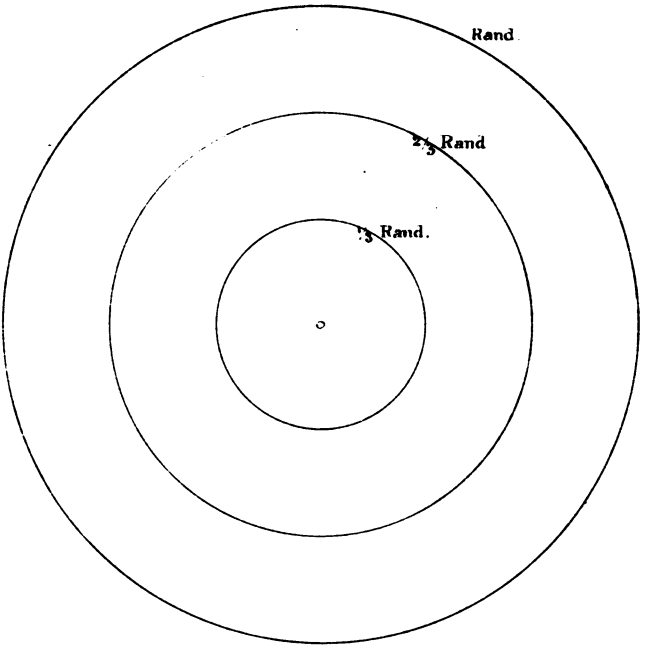
### Figur XVI.

II. Einstellebene: 1126.5530. (0.15 hinein). Bild in der Axe.




### Figur XVIII.

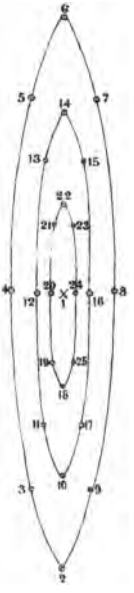
III. Einstellebene: 1126.4030. (0.30 hinein). Bild in der Axe.



# Am Rand.

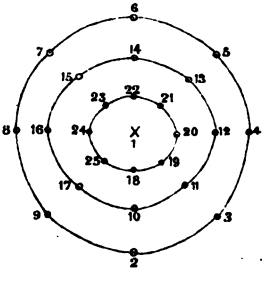
## Figur XVII.

II. Einstellebene: 1126.5530 (0.15 hinein). Bild seitlich von der Axe.




## Figur XIX.

III. Einstellebene: 1126.4030 (0.30 hinein.) Bild seitlich von der Axe.



# Inhalt.


*Sitzung vom 2. November 1889.*

Seite

E. Lommel: Die Curven gleicher Lichtstärke in den Axenbildern doppelbrechender Krystalle . . . . . 317

A. Voss: Ueber einen Satz aus der Theorie der Determinanten 329

W. v. Gümbel: Geologische Bemerkungen über die warmen Quellen von Gastein und ihre Umgebung . . . . . 341

*Oeffentliche Sitzung zu Ehren Seiner Majestät des Königs und Seiner Königl. Hoheit des Prinzregenten am 15. November 1889.*

Wahlen . . . . . 409

*Sitzung vom 7. December 1889.*

A. Steinheil: Ueber den Einfluss der Objectivconstruction auf die Lichtvertheilung in seitlich von der optischen Axe gelegenen Bildpunkten von Sternen bei zweilinsigen Systemen. Mit Tafel III—IX . . . . . 413

C. v. Voit: Ueber den Kalkgehalt der Knochen und Organe rhachitischer Kinder . . . . . 437

Einsendungen von Druckschriften . . . . . 439



Akademische Buchdruckerei von F. Straub in München.

Widener Library
3 2044 089 877 534